

نراشنا

مفتاح الحجاب

تأليف

جمشید غیاث الدین الکاشی

تحقیق و شرح

الأستاذ أحمد سعيد المرادش . الدكتور محمد حمدي المفننى الشيخ

مراجعة

الأستاذ عبد الحميد لطفي

الشافعي
صحيح سنن الأئمة

دار الكتاب العربي للطباعة والنشر
بالمطبعة

نراشنا

مفتاح الحساب

تأليف

جمشيد غياث الدين الكاشي

تحقيق وشرح

الأستاذ أحمد سعيد المراد . الدكتور محمد حمدي الحفني شيخ

مراجعة

الأستاذ عبد الحميد لطفى

دار الكاتب العربى للطباعة والنشر
بالمشاهرة

الشافعی
صحیف بن الامام

تصدير عام

(١) سمرقند في منظور

دلت الحفريات الحديثة التي أجراها العلماء السوفيت ، في إقليم أوزبكستان إحدى الجمهوريات الإسلامية الست في الاتحاد السوفيتي ، على أن سمرقند ، وبخارى ، وترمد ، كانت على جانب كبير من الحضارة قبل غزو الإسكندر المقدوني لها ، وبُنيت سمرقند فوق أطلال مدينة قديمة كان لها شأن كبير ، ويقال لها إفراسياب تمجيداً للبطل الإيراني الأسطوري طوران ، ويرجح بعض الرواة أن الإسكندر قضى شتاء في مدينة سمرقند في أثناء غزواته لوسط آسيا والهند .

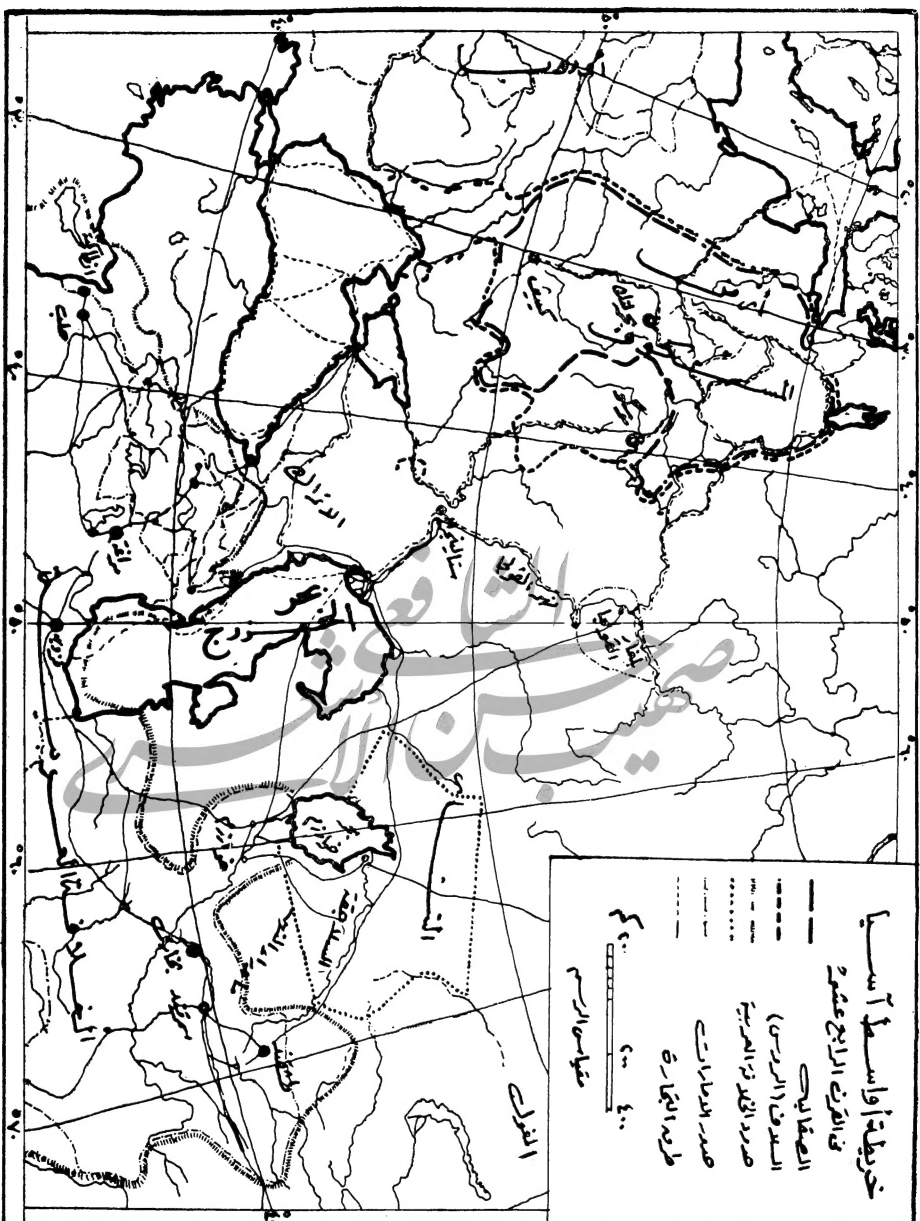
ثم تقاسمها خلفاء الإسكندر في العصر السلوقي ، فكانت إحدى ولايات بكتريا العظيمة ، التي كانت تضم أوزبكستان طاجيكستان الحاليتين ، وأفغانستان ، وإيران والعراق وسوريا ، فكانت ندا للإمبراطورية الرومانية ، بل وقفت سداً منيعاً لها في الشرق .

ثم كان الفتح الإسلامي في العصر الأموي على يد قتيبة بن مسلم الباهلي ، فاتح بلاد ما وراء النهر ، وأدارها الحجاج بن يوسف الثقفي الشهير ، حاكم العراق وخراسان من قبل الخليفة عبد الملك بن مروان خير إدارة ، فزحفت اللغة العربية زحفاً وثيداً ، وأخضعت اللغات التركية والأوزبكية والحوارزمية والفارسية التي كانت سائدة في تلك المناطق ، ثم كان لها المقام الأول في شتى المجالات ، وبرز من العلماء والفقهاء أمثال الإمام البخاري والإمام الترمذي في بخارى وترمد ، واشتهرت سمرقند بأسوارها المنيعية وحدائقها الناضرة ، وثقافتها الهيلينية والهندية والصينية والعربية .

ونظراً لأنها كانت تقع على مفترق الطرق للقوافل التجارية شكل (١) بين الصين والهند شرقاً ، وإيران جنوباً ، وحوض الفولجا مم أوروبا غرباً ، فقد ازدهرت فيها البيوت التجارية ، والصناعات الحرفية مثل صناعة الخزف والقاشاني ومواسير المياه الفخارية ، والورق والزجاج والخرز الزجاجي والطباعة بمختلف صبغاتها النباتية على الأقمشة الحريرية وغيرها .

وفي العهد الساماني ظهرت شركات تجارية يتعامل بعضها مع بعض ، ومع أن بنوك التسليف من الطراز الحديث لم يكن لها وجود ، فقد كان من الممكن لمن يحمل سنداً محرراً في بلد ، أن يقبض قيمته في مدينة أخرى من قطر آخر .

ويروى أبو شجاع من مؤرخي القرن الحادي شر ، أن الحوالة التي يعطيها التاجر ، كانت أسهل صرفاً من الحوالة التي تعطيها الحكومات ، ولما كان التجار الإيرانيون أكثر عدداً من غيرهم ، فقد شاعت الكلمة



شكل (١)

التي يستعملونها للدلالة على الحوالة ، وهي كلمة « چك » شاعت بصيغتها الفارسية لا بصيغتها العربية « صك » ومن ثم انتقلت إلى غرب أوروبا ، وعم استعمالها في عالم المال والتجارة .

لقد صاحب قوافل التجارة مؤرخون وعلماء من شتى الجنسيات ، فمنهم عرب نخص بالذكر منهم :

١ — أحمد بن فضلان الذي جاب بلاد الترك في سنتي ٩٢١ — ٩٢٢ م ، ونشر العالم التركي أحمد زكي وليدي النص العربي لرحلاته مع الترجمة الألمانية لها عام ١٩٣٩ م .

٢ — رحلة أبي دلف .

٣ — رحلة ابن بطوطة (١٣٢٤ — ١٣٥٣ م) يمدح فيها مدينة أوركانيج عاصمة خوارزم ، التي كانت تقع على الطريق التجاري بين غرب آسيا وأوروبا والشرق الأقصى ، وقال عنها إنها من أكبر مدن الترك وأهمها وأجملها ، وبها نشأ الزمخشري والشهرستاني في القرن الثاني عشر الميلادي .

٤ — رحلة غياث الدين النقاش بالفارسية .

ومنهم صينيون نخص بالذكر من رحلاتهم .

١ — رحلة هيوان — تسانج ، الراهب الصيني الذي جاب في عام ٦٣٠ م بلاد الترك المسماة (كوك تورك) في طريقه إلى الهند .

٢ — رحلة تسانج تسونج ، الراهب الذي زار التركستان ، بينما كان جنكيزخان يغير على المناطق الغربية . ومنهم أوروبيون تجار أو مروجو المسيحية من مبعوثي باباوات روما ولويس التاسع ، نخص بالذكر من رحلاتهم .

١ — رحلة بلانو كارييني ، وقد أوفده البابا أنوسان الرابع إلى قراقورم عامي ١٢٤٥ ، ١٢٤٦ م .

٢ — رحلة روبروق القسيس الفرائسيكاني الذي أوفده لويس التاسع عام ١٢٥٣ م إلى قراقورم .

٣ — رحلة ماركو بولو (١٢٧١ — ١٢٩١ م) ، وهو تاجر من أهل البندقية سافر إلى بلاد المغول . وجاب الطريق بدخستان ، وختن وصحراء جوبي ، واتصل بقويلاي خان السلطان المغولي ، وطوف في شمال الصين وجنوبها ، ثم رجع بطريق البحر مارا بالملايو وبورما والهند وإيران ، ونشرت رحلته هذه بالإنجليزية في لندن عام ١٨٧٦ م .

٤ — رحلة فلاوينجو الإسباني ، أوفد من قبل قسطة لزيارة تيمورلنك في سمرقند بين عامي ١٤٠٢ — ١٤٠٧ م .

كل هذه الرحلات كانت همزة التنوير بين الشرق والغرب ، تحمل معها ما استجد من علوم وفنون

ومخطوطات ، أثرت في جميع المناطق التي عبرتها ، أسواق تزدهر بالحركة ، و سلع نادرة تعرض في زهو ، ومجادلات علمية يتبادلها القوم كلما ألقت القافلة مراسيها ، حتى الألفاظ تبادلوها ، فلقب خان صيني الأصل ، وكذلك كلمة خاتون التي تدل على لقب أسبي من أميرة ، دخلت التركية من الصينية ، وتفرعت إلى أولو خاتون أي السيدة الكبيرة ، وكوجو خاتون أي السيدة الصغيرة ، سمعها ابن بطوطة أثناء زيارته لمعسكر أوزبك خان .

ومن الكلمات أيضا « ألاتو » وهي قطعة من الحرير يمسك بها الرجل لينظف أنفه ، ومن المعروف أن منديل الأنف لم يكن مستعملا في العصور القديمة أو المتوسطة لا عند الأغارقة القدماء ولا عند المسلمين ، ولكنه كان يستعمل منذ أقدم الأزمنة في الصين واليابان ، ولم يستعمله الأوربيون إلا في القرن الخامس عشر بعد أن عرفت حضارة الشرق الأقصى .

ونكاد نجزم بأن العلوم الرياضية كانت تتبادلها الحضارات المعاصرة متأثرة ومؤثرة بعضها ببعض ، فالصفر الهندي وهو الدائرة دخل علم الحساب في الصين مع مذهب بوذا ، ودخل الحضارة الإسلامية مع الرقوم الهندية في عصر الخليفة المنصور عند ما ترجم السندهند الكبير ، ونشرها على نطاق واسع أبو موسى الخوارزمي العالم العربي الكبير مثنى الجبر والمقابلة ، بل نجد هذا الصفر يتسلق الأسوار من وراء الأفق البعيد فيغزو أوروبا عن طريق الرقوم الغبارية في الحساب الذي كان منتشرا في شمال أفريقيا والأندلس .

استخدم الهنود الدائرة كإشارة للتعبير عن نقص شيء من الأشياء أعني لا شيء ويعبر عنه في الهندية « سونيا » أي فراغ كما يقول البيروني في مثنى الكبير (تحقيق ما للهند من مقولة) ، فلما عرف العرب هذه الإشارة ومدلوها استخدموا المدلول كما يقول البيروني في مخطوطه « شرح النزهة » بما نصه .

« والصفر بكسر الصاد وسكون الفاء في اللغة الشيء الخالي الفارغ ، يقال صفر الشيء بكسر الفاء إذا خلا ، علامة منزلة خالية من العدد ليحفظ تلك المنزلة وهذه صورته ٥ دائرة صغيرة » .

وقد تلمس الدائرة فتكون نقطة بسيطة كما يقول القلاصوي في مخطوطه « كشف الأستار عن علم حروف الغبار » .

لم ينقل العرب لفظ سونيا بل عرفوا مدلولها ووجدوا في خزائن اللغة العربية ما يغنيهم ، فكان الصفر ، ثم جاء ليوناردو التاجر الإيطالي في بيزا (١٢٢٨ م) وصاغ اللفظ العربي صياغة لاتينية فأصبح (صفرم Cephirum) ثم انتقلت إلى إيطاليا عن طريق كتب ليوناردو وأخذت اللفظ (زفرو Zefero) ثم (زيرو Zero) وقد تعرضت هذه الكلمة لشيء من التغيرات الصوتية التي تعرضت لها كلمات أخرى مثل (ليثرا Livra) التي أصبحت (ليرا Lira) ، أما في فرنسا فقد تحولت كلمة (صفر) العربية إلى لفظ (شيفر Chiffre) ثم ذهب اللغة بعيدا فصاغت من الاسم فعلا هو (شفيرن Chiffrien) في الألمانية

• مستخدما في المعينين ، لذلك اضطر القوم في أوروبا إلى استعمال الصيغة الإيطالية (زيرو) كما نجد في انجلترا (صيفر Cipher) وزيرو ، وفي ألمانيا (تسيفر Ziffer) .

لقد فرضت الرقوم العربية الهندية نفسها فرضا على أوروبا بعد حروب مريرة مع الأعداد الرومانية التي كانت متداولة في القرون الوسطى ، ويرجع الفضل في ذلك إلى تجارة العرب وإلى الحسابات التجارية المبسطة التي ابتكرها الرياضيون العرب : أربعة مصادر لها شقت طريقها إلى قلب أوروبا هي :

١ — طريق الشرق الأقصى من سمرقند عبر الفولجا وقازان إلى موسكو ثم كارا كاو في بولندا حيث افتتحت جامعته عام ١٣٦٤ م ومنها إلى الشعوب الجرمانية حيث نجدهم للآن ينطقون الرقوم من اليمين إلى اليسار على غرار النطق العربي ، فثلاثة وعشرون ينطقونها دراى أوند تسواثش (Drei - und - Zwanzig) .

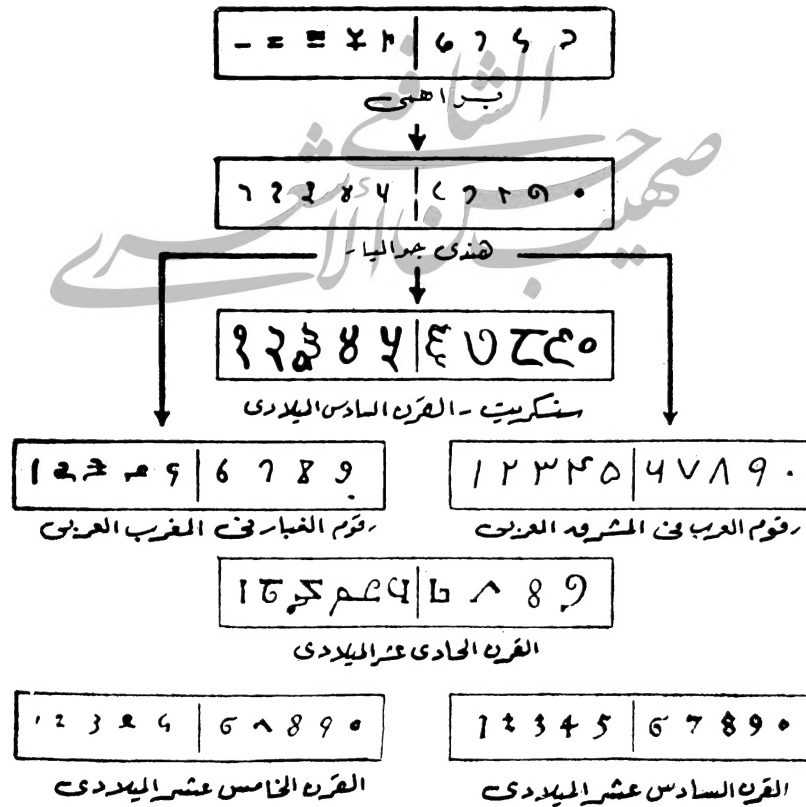
٢ — طريق البابوية عندما عين جيربرت عام ٩٩٩ م بابا لروما تحت اسم (سيلفستر الثاني) ، وجبررت هذا نشأ فقيرا في أحد الأديرة ثم انتقل إلى برشلونة حيث تعلم العلوم العربية في أسبانيا كما تعلم الرقوم العربية الهندية ، ثم عمل على نشرها في العالم المسيحي الذي ورث منه الألفاظ العربية فثلاثة وأربعة يقول منها أربس ، وخمسة = كويغاس وثمانية = تينياس وهكذا .

٣ — اللوجر يسمين أنصار الخوارزمي الذين بشروا بطريقته الحسابية التي وجدت مرتعا خصيبا في أسبانيا في أوائل القرن الثاني عشر الميلادي عندما ترجم كتاب الحساب الذي ألفه أبو موسى الخوارزمي ، وطبعت في نفس القرن الترجمة اللاتينية لهذا الكتاب في ألمانيا ، وأقدم مخطوطة توجد في مكتبة فيينا وهي ترجع إلى عام ١١٤٣ م ، وأول جامعة في النمسا كانت جامعة فيينا افتتحت عام ١٣٦٥ م وفيها كان يدرس التراث العلمي للعرب ، كما توجد نسخة أخرى في دير (سالم) محفوظة تحت اسم (ليبر الجوريزمي) أي كتاب الخوارزمي ، وهو اليوم في هيدلبرج التي افتتحت جامعته عام ١٣٨٥ م وكانت أول جامعة في ألمانيا ، وحرف اسم الخوارزمي إلى الجوريسموس .

٤ — ليوناردو التاجر الإيطالي المولود في بيزا عام ١١٨٠ م والذي تعلم الحساب الغباري من التجار المغاربة بميناء باجة الواقعة على ساحل الجزائر الممتد على البحر الأبيض المتوسط ، حيث كان والده رئيسا للجان التجارية من أبناء بيزا في ذلك الميناء وموظفا بجمركها ، وعلى اتصال كبير بتجار الجلود والفراء والمنتجات الأفريقية في الصحراء وبلاد المغرب ، وقد ألف كتباً في الحساب والرياضيات لاقت إقبالا لدى القيصر فريدريش الثاني عام ١٢٢٠ م واستقبله القيصر استقبالا عظيما في القصر القيصري في بيزا إعجابا منه بالكتاب ، وحضر الحفل فيلسوف (ماجستير يوحنا فوق بالرمولر) فكان شغفا بالرياضيات ، كما حضر عالم غربي تيودور الانطاكي تلقى العلوم الرياضية على يد العالم العربي الشهير كال الدين بن يونس في الموصل ، والذي كان على معرفة بالقوانين التي تتعلق بالرقاص أي البندول والحساب الزمني . (والأشكال ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ توضح لنا تطور الرقوم العربية إلى الخط الأوروبي) .

الرقوم اللاتينية المعاصرة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
القرن الثالث (ق م).	—	=	≡	¥		ψ	7		1	
القرن الأول الميلادي	—	=	≡	4	h	6	7	7	3	
سكربت القرن السادس الميلادي	9	2	3	8	4		7	6	5	0
الشرق العربي	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
الرقوم الفبائية في الغرب العربي	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
القرن الحادي عشر الميلادي	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

شكل (٢)



شكل (٣)

اوروی حدیث	ہیر و غلیفی	ہیر اصی	فینبھی	بالمیرانی	سوربانی
۱	۱	??/۱		۱	۱
۲	۱۱	۲۱.۲۱	۱۱	۱۱	۱
۳	۱۱۱	۲۱.۲۱	۱۱۱	۱۱۱	۱۱
۴	۱۱۱۱	۲۱.۲۱.۲۱	۱۱۱۱	۱۱۱۱	۱۱۱
۵	۱۱۱۱۱	۲۱.۲۱	۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱	۱۱۱۱
۶	۱۱۱۱۱۱	۲۱.۲۱	۱۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱
۷	۱۱۱۱۱۱۱	۲۱	۱۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱
۸	۱۱۱۱۱۱۱۱	۲۱	۱۱۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱۱
۹	۱۱۱۱۱۱۱۱۱	۲۱	۱۱۱۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱۱
۱۰	۱۱	۲۱.۲۱	۱۱	۱۱	۱۱
۱۱	۱۱۱	۲۱.۲۱	۱۱۱	۱۱۱	۱۱۱
۱۹	۱۱۱۱۱۱۱۱	۲۱.۲۱	۱۱۱۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱۱
۲۰	۱۱	۲۱	۱۱	۱۱	۱۱
۲۱	۱۱۱	۲۱	۱۱۱	۱۱۱	۱۱۱
۳۰	۱۱۱۱	۲۱	۱۱۱۱	۱۱۱۱	۱۱۱۱
۴۰	۱۱۱۱۱	۲۱	۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱
۵۰	۱۱۱۱۱۱	۲۱	۱۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱۱
۶۰	۱۱۱۱۱۱۱	۲۱	۱۱۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱۱
۷۰	۱۱۱۱۱۱۱۱	۲۱	۱۱۱۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱۱
۸۰	۱۱۱۱۱۱۱۱۱	۲۱	۱۱۱۱۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱۱
۹۰	۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱	۲۱	۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱۱
۱۰۰	۱۱۱	۲۱	۱۱۱	۱۱۱	۱۱۱
۲۰۰	۱۱۱۱	۲۱	۱۱۱۱	۱۱۱۱	۱۱۱۱
۳۰۰	۱۱۱۱۱	۲۱	۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱

شکل (۴)

الأقسام

[illegible]

شکل (۵)

وأكد أجزم أيضا بأن علماء الرياضة الصينيين قد أثروا في العلوم الرياضية بإيران ، ومن هؤلاء العلماء شان ثيوشاو (١٢٥٣ — ١٢٥٨ م) الذي يعتبر أعظم الرياضيين كما يعتبر براها جوبتا في القرن الخامس الميلادي أعظم رياضي الهند ، وهو الذي ألف في الجبر وحل المعادلة ذات الدرجة الثانية التي عرفها العلماء العرب في عصر المأمون .

والعالم الصيني هذا ألف متنه الكبير عام ١٢٤٧م في الحساب والمساحة وحساب المثلثات حساب الدواوين والحصون والاستحكامات الحربية ، وحساب السمسرة ، كما كتب في المعادلات الجبرية ذات الأس المرتفع ، عاش هذا العالم حول ضفاف نهر يانجتسى كياغ ، ثم أصبح حاكما لمقاطعة « مى شو » .

أديان عريان : أحدها عاش في القرن الحادى عشر ، وهو الثعالبي يذكر في كتابه لطائف المعارف مايلي : « ومن خصائص سمرقند السكواغيد التي عطلت قراطيس مصر ، والجلود التي كان الأوائل يكتبون فيها ، لأنها أحسن وأنعم وأرفق وأوفق ، ولا تكون إلا بها وبالصين : ذكر صاحب المسالك والممالك أنه وقع من الصين إلى سمرقند في سبى سباهم زياد بن صالح من اتخذ السكواغيد بها ، ثم كثرت الصنعة ، واستمرت العادة ، حتى صارت متجراً لأهل سمرقند ، فعم خيرها والارتفاق بها في الآفاق » .

وثانيهما أحد أبناء القرن الثالث عشر ، وهو العالم الرحالة القزويني ، يسرد في كتابه (آثار البلاد وأخبار العباد) في سياق حديثه عن سمرقند أيضاً عبارات تكاد تتفق تماماً مع تلك التي ذكرها الثعالبي ، فالمؤلفان العريان يذكران معتمدين على بعض المصادر القديمة ، كيف انتقلت هذه الصناعة من الصين إلى سمرقند ، وكيف أن صناعة الورق نمت وازدهرت حتى أصبحت تجارة رائجة لأهالي تلك المدينة .

ومن حسن الحظ أن الحفائر التي قام بها جماعة من العلماء ، في أوائل القرن العشرين في تركستان الصينية انتهت إلى العثور على قطع من الورق ، وضعت تحت تصرف جماعة من كبار العلماء الألمان لفحصها . وكتابة التقارير عنها ، وأقدم قطعة ورق يعرفها العالم هي تلك المحفوظة بمتحف « معرفة الشعوب » فلكلور كوندو ببرلين ، وتاريخها يرجع إلى عام ٣٩٩ م ، وقد فحصها (ر . كوبرت) بجامعة روستوك ، وتبين له أن بها عشباً صينياً ، يطلق عليه العلماء اسم (بوميريا نيفيا) وبعض أوراق من شجر الثوت وبعض الحرق ، لقد قضت صناعة الورق هذه قضاء كلياً على استعمال أوراق البردى المصرية في المعاملات والمراسلات والمخطوطات .

يحدثنا ابن خلدون ، أن البرمكي الفضل بن يحيى ، انتهر فرصة وجوده حاكماً على خراسان ، وتعرف إلى ورق سمرقند ، وادخل صناعته إلى بغداد أيام خلافة هرون الرشيد ، وكان ذلك في الفترة الواقعة بين عامي ٧٩٤ — ٧٩٥ م ، ومن ثم انتقلت هذه الصناعة إلى الأندلس ثم إلى أوروبا .

ويقول ابن النديم في الصفحة الحادية والعشرين من الفهرست : فأما الورق الخراساني فيعمل من الكتان ، ويقال إنه حدث في أيام بني أمية ، وقيل في الدولة العباسية ، وقيل إنه قديم العمل ، قيل إنه حديث ، وقيل إن صناعاً من الصين عملوه بخراسان على مثال الورق الصيني .

لقد كان ورق البردى يشحن إلى مارسيليا بفرنسا بدون انقطاع ، حتى انتقلت صناعة الورق إلى أسبانيا ، ما كاد القوم في أوروبا يرون هذا الورق حتى تهافتوا على استيراده ، فسافرت بعوث تجارية من (نورنبرج) و (رافينزبرج) و (بازل) و (كونستنس) إلى برشلونه ، ومنها إلى بلنسية حيث تقوم في ضواحيها أكبر وأحسن مصانع للورق ، وقد قال فيه الرحالة العربي الجغرافي الشهير بالأندلسي إنه لا يوجد في العالم ورق يضارعه جودة .

وفي عام ١٣٨٩ م نجد تاجر التوابل المشهور (أولمان شترומר) أنشط أبناء الأسرة التجارية المعروفة بهذا الاسم في (نورنبرج) والذي كان يتولى تجارة الزعفران ونقله إلى أسبانيا ، يقرر إدخال صناعة الورق إلى وطنه ، فأسس في ذلك العام بالقرب من (نورنبرج) أول مصنع للورق في ألمانيا مستعيناً ببعض العمال من إيطاليا التي كانت قد سبقت وأسست أول مصنع ورق في أوروبا عام ١٣٤٠ م .

والشيء الجدير بالذكر هنا أن صناعة طواحين (مصانع) الورق كانت من اختصاص العرب ، وعندهم أخذها الغرب ، كما أخذت أوروبا كذلك طواحين الماء والهواء وغيرها .

ولكي تبين مدى الأثر الذي تركه اختراع الورق بسمرقند وصناعته بها ، يكفي أن نشير إلى مقدار الألفاظ التي دخلت اللغات الأوروبية ، والتي تتصل بالورق وصناعته اتصالاً كبيراً ، فالعبارات الدالة على المقاييس الورقية مثل (بوخ) ، (ريز) عريّة الأصل ، فلفظ (ريز) هو العربي (رزمة) بمعنى ما شد في ثوب واحد ، ومن ثم انتقلت إلى الأسبانية ، حيث نجد (رزمة) وإلى الإيطالية (رزمة) والفرنسية (رام) . والإنجليزية (ريم) والتعبير عن (بوخ باير) يقول الفرنسي (مان ده باير) والروسي (ديست بوماجي) ولفظ ديست ما هو إلا اللفظ الفارسي الدال على (يد) .

وكما عرفت سمرقند صناعة الورق ، عرفت أيضاً الطباعة الآلية على الورق ، ثم فن طباعة الألوان على الأقمشة القطنية والحريرية ، أضف إلى ذلك أنها كانت مركزاً لتجارة البارود الثلج أو (ثلج الصين) وهو مانعره الآن باسم نترات البوتاسيوم ، وتحدثنا المصادر عن الدفاع المجيد الذي أبلته المدينة الصينية (يان كنج) عام ١٣٣٢ عاصمة إقليم هونان ضد هجوم المغول ، حيث استخدم الصينيون المواد المفرقة التي هي عبارة عن أسهم نارية ، ومواد مهشمة ، كانوا يرمون بها العدو .

يحدثنا المؤرخ رشيد الدين أن السلطان العربي استجاب إلى طلب (قوبلان خان) سلطان المغول وأمر بأن يرسل إليه المهندس الذي حضر من بعلبك ودمشق ، وأبناء هذا المهندس وهم أبو بكر وإبراهيم ومحمد بنوا بمساعدة الفنيين العرب الذين رافقوهم سبع آلات كبيرة ، وتوجهوا بها إلى المدينة المحاصرة (فان تشينج) فهل سبق أن ساهم المهندسون العرب في فك الحصار المضروب حول مدينة (يان كنج) عام ١٣٣٢ م أيضاً ؟ وهل هذا السلاح العجيب الذي استخدم هو بعينه الذي استخدمه القائد المصري غر الدين عند ضرب جيش الإفرنج وملكهم لويس المقدس عام ١٢٤٩ م ، حيث دارت رحى المعركة الصليبية للحملة الخامسة ، واستخدم فيها القائد المصري غر الدين نيران عريّة جديدة ؟ .

لقد أثار هذا السلاح الجديد الخوف والفرح في صفوف الصليبيين حتى أن المؤرخين الأوروبيين يذكرون أن ملك فرنسا كان يصرخ « يا حبيبي ياسيد يسوع المسيح نجني واحمني ورجالي !! » في كل مرة كان يطلق فيها الصاروخ المصرى .

وفي كتاب حسن الرماح الذى ألفه فيما بين عامى ١٢٧٥ — ١٢٩٥ م عن النار ، والمحفوظ بالمكتبة الأهلية بباريس ، نقرأ عن ثلج الصين كعنصر أساسى فى صناعة الأسلحة النارية ، كما يصف لنا حسن الرماح هذا للمرة الأولى الآلة المعروفة الآن باسم الطوربيد فيقول عنها « بيضة تخرج وتتحرق » وفى موضع آخر « بيض يندفع تلقائياً ويحرق : وهى تطير نافثة اللهب : وهى : تحدث صوتاً مثل الرعد .

وفى كتاب « أنيق فى المناجيق » لمؤلفه « ارنبا الزردكاش » عام ٨٦٧ هجرية نجد فيه دراسة حرية لإستخدام القذائف بالمنجنيق وهى التى سار على نهجها ليوناردوا دافنشى من علماء دفنا فى إيطاليا فى مستهل عصر النهضة الأوروبية .

ومما يلفت النظر أن خطوط التجارة لمنتجات العرب الأفريقية والآسيوية ، تركت فى طريقها بصمات من الوعي العلمى ، فالتجارة تحتاج إلى معاملات حسابة ورياضية ، فلهذا دخلت العلوم الرياضية العربية وشقت طريقها فى أماكن التجمع للأسواق التجارية فى إيطاليا حيث بيزا وبادوا وفلورنسا والبندقية ، وفى شرق أوروبا حيث كاراكو . وفى وسط أوروبا بسويسرا وبوهيميا والنمسا حيث نجد جامعات بازل وفينا وبراج ، والأخيرة تخرج منها تيخوبراها الفلكى الرياضى الكبير .

وفى تلك المناطق ظهر جهابذة العلوم الحديثة فى الرياضيات والفلك والطب ، قادوا النهضة العلمية فى أوروبا ، وفى إيطاليا ظهر فيساليوس الطبيب عالم التشريح ، وفى وسط أوروبا ظهر پاراسلسس الطبيب والكيمائى ، وفى بولندا ظهر كوبرنيق فى جامعة كاراكو الذى وضع نظاما للكون على أساس الشمس متمركزة وحولها تدور الكواكب على غرار مانادى به العالم العربى أبو سعيد السجزى ، ثم اجريكولا الطبيب والخير بالتعدين ، وفى جراتز ظهر يوحنا كبلر الرياضى الفلكى الذى أثبت بأن مسارات الكواكب اهليلجية وليست دائرية على غرار مانادى به قبله جمشيد غياث الدين الكاشى فى مخطوطه نزهة الحقائق (اللاحق الثانى) . فى كيفية رسم اهليلجى القمر وعطارد .

وفى بيزا وبادوا ظهر العالم الفلكى الرياضى الكبير غاليليو غاليلى ، الذى سار على نهج الفلاسفة العرب فى علم الميكانيكا الجديد أمثال الحسن بن الهيثم ، وأبى البركات هبة الله ملكا ، ونجر الدين الرازى ، وكال الدين بن يونس وغيرهم .

ومن وجهة أخرى نشاهد خامات الأقمشة العربية وعليها الطرز العربية بصبغاتها النباتية الجميلة تعبر جبال الألب إلى وسط أوروبا ، وتنتشر تبعاً لذلك صناعة البركان فى كونستنس وبازل واو جسبرج ، وأقيمت معارض الأقمشة فى بازل بسويسرا حيث تقع على حدود ألمانيا وفرنسا وسويسرا على نهر الراين ، ومنذ ذلك الوقت

أصبحت بازل مركزا لإنتاج الصبغات العضوية لجميع الأقمشة ، وتكون فيها وعى علمى أخذ يتبلور رويدا حتى
افتتحت جامعتها عام ١٤٧١ م .

وتكونت طبقة من التجار الأثرياء ، أقبلوا على الاتجار فى بالات القطن العربى ، وقفف الفلفل العربى
والبهارات والراتنجات والحريير وارد الصين عن طريق سمرقند ، وأنشئت المصانع لإنتاج وصباغة الأقمشة
القطنية والحريرية ، وبلغوا من السلطان والجاه أنهم كانوا يولون القياصرة والملوك ، ويمدون الباباوات بالأموال ،
وأهم أسرة كانت تتجر فى هذه السلع العربية هى أسرة «فوجه فون دير ليلى» التى دخلت التاريخ فى هذا الصدد .

الشافعى
صهيبي بن الأشعر

(٢) الغزو المغولي والتركي لسمرقند

ثم ظهرت موجات المغول في الشرق متعطشة للدماء والخراب والدمار ، تحت قيادة تيموجين المعروف باسم جنكيزخان ، أى أعظم الحكام ، وكان ذلك في مؤتمر القورتيلاى عام ١٢٠٦ م ، ظهر جنكيزخان نتيجة للصراع الطبقي بين رؤساء القبائل الذين يملكون الإقطاعيات الضخمة ، والتجار الذين يملكون المال والجاء ، من ناحية ، جمهرة السكان العريضة في الاستبس من جهة أخرى ، تجمعت الطبقة الأولى تحت رياسة جنكيزخان والتفت الثانية حول جاموفا ، وانتهى الصراع بفوز جنكيزخان .

ولتنظيم هذه الجماعات البشرية الهائلة التى خضعت له وضع لهم دستوراً هو اليساق لخته القسوة المتناهية ، والقضاء على بقية الأجناس ، ثم ابتداء الزحف المغولى الهائل مستولياً على المملكة الخوارزمية ، ثم بخارى عام ١٢١٩ م ، ثم استمر الزحف قاصداً سمرقند ذات الأسوار المنيعة والأبراج القوية ، وكانت حامية سمرقند وهى عاصمة ما وراء النهر بحسب رواية الجوينى متساوية تقريباً بين الترك والطاجيك ، إذ كان عدد الترك ستين ألفاً وعدد الطاجيك خمسين ألفاً ، وكان من الممكن أن يؤثر الصراع بين هذه القوميات على صلابة الجيش ، فقد كان الترك من بين سائر القوميات أقرب إلى المغول ، بل كانت منهم بجيش جنكيزخان كتائب .

وفى أثناء الحصار أعلن المغول استعدادهم لأن يقبلوا خدمة القسم التركي من حامية المدينة ، وفى صيحة اليوم الثالث تفتت وحدة الجند وساموا المدينة للمغول ، على حين خرج قاضى المدينة ومعه كبار رجال الدين وطلبوا الأمان من جنكيزخان ، ولما أجابهم إلى طلبهم ، فتحت المدينة أبوابها ، حيث دخلها المغول الذين لم يعرفوا اليهود حرمة ، وأعملوا الذبح فى سكانها وفى الحامية التركية التى سبق أن وعدوها .

وصف المؤرخ المعاصر لذلك التاريخ ، وهو ابن الأثير هذا اليوم الأخير من القتال قائلاً : « فلما كان اليوم الرابع ، نادوا فى البلد أن يخرج أهله ، ومن تأخر قتلوه ، فخرج جميع الرجال والنساء والصبيان ، ففعلوا مع أهل سمرقند مثل فعلتهم مع أهل بخارى من النهب والقتل والسبي والفساد ، ودخلوا البلد فنهبوا ما فيه ، وأحرقوا الجامع وعذبوا الناس بأنواع العذاب فى طلب المال قتلوا من لم يصلح للسبي » .

وقد خلف جنكيزخان ابنه الثانى جغتاي فى إقليم ما وراء النهر ، فأسس هناك دولته الخاصة ، وبعد ذلك يقليل قسمت هذه المنطقة الواسعة إلى قسمين : الأول منطقة ما وراء النهر الفعلية ، والثانى منطقة تركستان ، ثم اشتبك القسمان معاً فى حروب متواصلة استمرت حتى عام ١٣٢٠ م ، حينما تمكن تيمورلنك الأعرج ، الذى كان وزيراً لحاكم تركستان من اخضاع الدولة المنافسة ، واتخذ سمرقند مقراً للحكم ، وبنى فيها القلاع والحصون .

ولقد ولد تيمورلنك بالقرب من سمرقند عام ١٣٣٣ م . وهو من قبيلة مغولية متحركة ، هي قبيلة بارلاس (بار لاس بالمغولية) ، وكانت هذه القبيلة تحكم وقتذاك الأماكن الواقعة على نهر كشكة ، ويحدثنا رشيد الدين المؤرخ بأن (قاراجار) وهو الأمير الجغتائي الذي اعتبر فيما بعد جدياً لتيمور كان منسوباً إلى بارلاس ، وكان حكم هذه القبيلة يستند إلى معاهدة عقدها (قابول) وهو الجد الأعلى لجنكيز خان مع أخيه قاجول وهو الجد الأعلى لقاراجار .

كان تيمور عارفاً بالفارسية إلى جانب التركية ، ملماً بالإسلام من حيث هو عقيدة ، واقفاً على العلوم والفنون الإسلامية ، استدعى العلماء من كل مكان إلى سمرقند ، وحفر القنوات وشيد المباني ، حتى لقد كانت أفعاله في التعمير لا تقل أثراً في نفوس معاصريه عن أعماله في التخريب والتدمير .

وفي عهد تيمور وخلفائه بقيت سمرقند مركزاً تجارياً هاماً ، يرد عليه كثير من السلع الصينية والهندية ، ونقل تيمور كثيراً من العلماء والصناع إلى سمرقند ، فشيّدوا له القصر المسمى آق سراي ، وهو الذي ما زالت بقاياه حتى اليوم تدل على مهارتهم ، وجدرانه مغطاة بالفسيفساء الصيني .

كان تيمور متأثراً بكل الآثار الحضارية الإيرانية ، وكان أمياً لا يقرأ ولا يكتب ، ولكنه كان على قسط كبير من الدماء والثقافة ، يخاطب العلماء ويحادثهم فيكتسب منهم القدر الكثير ، وقد أدهشت معلوماته ابن خلدون حين قابله .

وعجز أولاد تيمور عن توسيع حدود إمبراطوريتهم ، بل عجزوا عن المحافظة عليها ، فبعد قليل من وفاته فقد أبناءه كل بلادهم ما عدا تركستان والمناطق الشرقية والجنوبية من إيران ، وتحولت العاصمة من سمرقند إلى هراة مقر شاه رخ بن تيمور .

وقد حكم أولوغ بك أكبر أبناء شاه رخ في مدينة سمرقند زهاء أربعين عاماً (١٤٠٩ — ١٤٤٩ م) ظلت سمرقند في خلالها أكثر المدن ازدهاراً ، وقد فاقت الباني التي شيدها أولوغ بك الباني التي أقامها جده تيمور قوة في بنائها ، وروعة في مظهرها .

وقبل عام ١٤٤٧ م كانت العملة تسك في سمرقند باسم شاه رخ مع أن سمرقند كانت فعلاً تحت حكم أولوغ بك ، الذي لم يمنعه استمساكه بالقومية التركية من أن يأخذ من المدينة الإيرانية أكثر مما أخذ تيمور ، بل كان يشغل هو نفسه بالعلم عامة ، وبعلم الهيئة خاصة ، وهو من هذه الناحية نموذج نادر من التاريخ الإسلامي للحاكم العالم ، وكان معاصروه يشبهونه بالإسكندر المقدوني تلميذ أرسطو .

ويدل تعلق أولوغ بك بالعلم على أن سمرقند في عهده كانت أرقى منها في عهد تيمور ، وكان معاونون الأربعة له هم : صلاح الدين موسى المسمى أيضاً قاضي زاده الرومي ، وملا علاء الدين علي القوشجي ، وغيث الدين جمشيد الكاشي ، ومعين الدين القاشاني ، وأولهم ولد في بروسة واضطر إلى الهرب من مسقط رأسه ، ولم يقتصر في سمرقند على الاشتغال في المرصد ، بل كان أيضاً مديراً للجامعة التي أسسها أولوغ بك ،

وتوفي عام ١٤١٢ م ، وكان خلفه على إدارة المرصد : على قوشجي ثاني الفلكيين الأربعة ، ويدل اسم هذا الشخص التركي على أنه كان كبير القائمين على خدمة الصقور (شاهنجي) عند أولوغ بك ، وكان بهذه الصفة ، من المقربين إليه ، لأن أولوغ بك كان مولعاً باستخدام الصقور في الصيد ، ومن هنا سماه بابر (قوشجي بادشاه) أي الملك صاحب الصقور .

وقد تعلق على قوشجي مثل سيده بعلم الفلك ، واشترك في إنشاء مرصد أولوغ بك ، وفي ترتيب جداول الزيج الخاقاني ، ولا بد أنه كان أصغر سنّاً من أولوغ بك بدليل أنه يشير إليه في الجدول بعبارة (ابني = فرزند) وظل على قوشجي وفيّاً لعلمه بعد وفاة أولوغ بك ، ثم اشتغل في استنبول أستاذاً لعلوم الفلك والرياضيات بمدرسة أيا صوفيا ، وتوفي عام ١٤٧٤ م .

لقد كان أولوغ بك كريماً لطيفاً رحيماً بالنسبة لعصره ، ذلك لأن روح الإسلام قد استطاعت أن تلين قسوة هؤلاء الغول ، وتحيلهم إلى نقيض ما كانوا عليه من وحشية بالغة ، فكان راعياً كبيراً للفن والأدب الفارسيين ، كما كان أيضاً شغوفاً بفنون الصينيين وعلومهم ، ولكن الرغبة الملحة التي كانت تسيطر عليه هي دراسة علم الفلك ، فشجع علماء الرياضة والفلك أيعاً تشجيع ، وطلب من على قوشجي الذهاب إلى الصين لضبط قياس درجة من خط نصف النهار ، ومقدار مساحة الأرض .

وكما اصطفى العلماء اصطفى أيضاً خول الأدباء والشعراء أمثال عصمت البخاري ، وميرم چلي ، وطاهر الايوردى ، ورستم الخورياني ، ومعين الدين القاشاني .

وأهم إنجازاته العلمية بناؤه للمرصد الكبير الذي لا تزال بقاياه قائمة في سمرقند ، لقد زوده بجميع الآلات والأدوات المعروفة في زمانه ، وزين إحدى دوائره بنقوش تمثل الأجرام السماوية المتعددة ، فجاءت غاية في الإقتان والإبداع ، حتى أصبح محطاً للأ نظار يؤمه الناس من كل فج .

يقول صالح زكي : « وامتاز المرصد بآلاته الكبيرة ، وهي من الدقة على جانب عظيم ، وفيها ربع الدائرة التي استعملت لتعيين قطب ارتفاع النقطة الموجود عليها المرصد » .

بدىء في الأرصاد عام ٧٢٧ هـ وفرغ منها عام ٨٣٩ هـ ، وعهد لغيث الدين النكاشي وقاضى زاده رومى في إجراء الأرصاد بقصد تصحيح بعض الأرصاد التي قام بها فلكيو اليونان ، إذ رأى أن حساب التوقعات للحوادث على ما قرره بطليموس لا يتفق والأرصاد التي قام بها هو ، ونشر الزيج الخاقاني عام ١٤٣٦ م ، فتلقفه الناشرون بأوروبا . فطبعه توماس هيد في أكسفورد عام ١٦٦٥ م ، ولكن أولى الدراسات والطبعات لهذا الزيج عملها جون جريفز ونشرت في لندن ١٦٥٢ — ١٦٥٦ م .

لم يطبع هذا الزيج مع الدراسات العلمية له لكي تقرأها الجماهير ، وإنما كانت لغرض الدراسة في الجامعات ولا نظن أن إسحاق نيوتن الذي أصبح أستاذاً للفلك والرياضيات بجامعة كمبردج منذ عام ١٦٦٨ م ، لم يتناوله بالبحث والفهم والاستيعاب ، ذلك لأن مثل هذه المصادر العلمية كانت نادرة بالنسبة لذلك العصر ، فجامعات

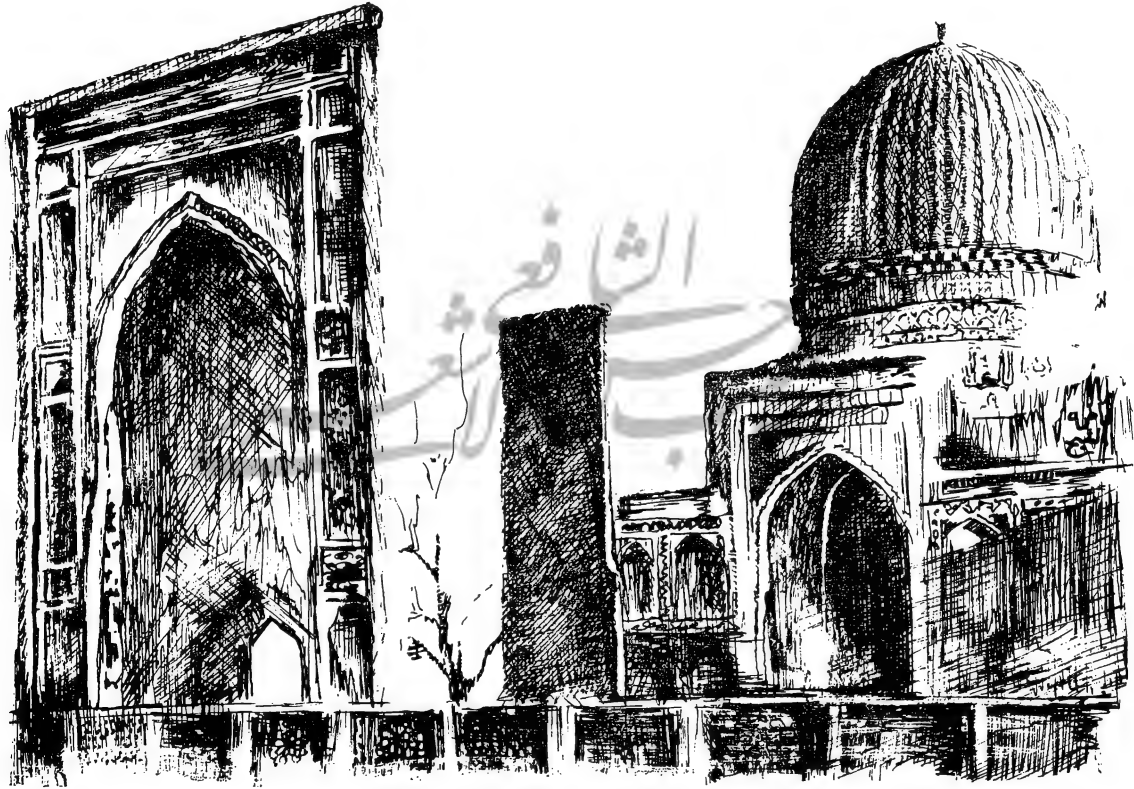
إنجلترا وأوربا كانت تتلقف مثل هذه المراجع التي كانت تفتقر إليها وهي تصعد فوق منبر البحوث الرياضية والفلكية درجات .

ثم طبع مرة أخرى في لندن عام ١٨٤٣ م بمعرفة فرانسيس بايلي ، ونشر سيديو مقدمات كتاب أولوغ بك في باريس ١٨٤٧ — ١٨٥٣ م .

ويعترف صاحب كشف الظنون وصالح زكي بأن هذا الزيج هو من أحسن الأزياج وأدقها ، وقد شرحه ميرم جلبي ، وعلى قوشجي ، واختصره الشيخ محمد بن أبي الفتح الصوفي المصري . ومعلومات هذه الزيجات توجد منشورة ومقابلة على المقاييس الحديثة في :

Ulugh Begs Catalogue of Stars, Washington 1917.

لقد أراد أولوغ بك أن تكون سمرقند مشعلا للعلوم ، فأنشأ أكبر جامعة في وسط آسيا بعاصمة ملكه أطاقت عليها مدرسة أولوغ بك (شكل ٦) ما زالت مبانيها قائمة للان شاهدة بعظمة هذا العصر ، يقصدها الطلاب من كل الجهات ، على غرار ما كانت عليه المدرسة النظامية ببغداد ، والأزهر بقاهرة المعز ، وقرطبة



شكل (٦)

بالأندلس ، غير أن حكمه كملك لسوء الحظ كان قصيراً جداً ، لأنه استغرق المدة من ١٤٤٧ — ١٤٤٩ م ، حيث انتهى الأمر بأن عزله ابنه عبد اللطيف ، ثم قتله ، غير أن حكمه كسلطان لسمرقند من قبل والده مرزا شاهرخ كان قد طال من ١٤٠٤ م — ١٤٤٧ ، وهي فترة تعتبر أعظم الفترات العلمية التي أنتجت تلك الموسوعات الفلكية والرياضية لمعاونيه أمثال جمشيد الكاشي في الزيج الخاقاني ، ومفتاح الحساب موضوع تحقيقنا وشرحنا .

سادت الفوضى في الدولة التيمورية ، وتتابع على السيادة وتخريب البلاد الجحافل التي كان شعارها الكبش الأبيض ، ثم جحافل الكبش الأسود ، ثم جحافل الأوزبكيين ، وهكذا اختفت الريادة العلمية من الميدان .

تلك هي نبضة الزمن في حضارة أواسط آسيا العلمية ، وما زالت سمرقند تنطق مبانيها بالحضارة الإسلامية ، مغلفة أحجارها بضباب تلك الحضارة السحوق ، ولهذا أنشئت مدينة عصرية هي طشقند لتكون العاصمة الرسمية لأوزبكستان إحدى الجمهوريات الإسلامية الست في الاتحاد السوفيتي .

كانت روسيا فيما مضى خاضعة للتتار منذ أن أحرق المغول موسكو عام ١٢٣٨ م ، ثم نمت موسكو ثانية تحت تأثير تجارة الشرق الأقصى وتجارة البندقية ، فأخضعها ثانية توقطامش عام ١٣٨٢ م ، وانكشيت روسيا ثانية صاغرة تدفع الجزية للتتار الذين امتدت حدود دولتهم لنهر الشولجا ، حيث إستراخان وستالينجراد الحالية ، وقازان .

وانتعشت مدن جديدة هي نرني نوغو جورود حيث أصبحت ملتقى للنشاط التجاري ، فالتجار الروس يسبحون جنوبا عبر الفولجا حتى ساراي للتعامل مع التجار العرب واليرانيين والأرمن والحوارزميين والبخاريين وكذلك مع التجار الهنود والصينيين ، فيستوردون الحرير والمنسوجات والصبغات والروائح والبهارات والأسلحة والخزفيات والسجاد .

وثمة طريق آخر هو نهر الدون استخدمه التجار الروس حيث مستعمرة تانا في مصبه التي تخضع لجمهورية جنوا ، فيستوردون أقمشة الكتان والمصنوعات الحديدية والفضة والذهب والحرير والفواكه والتوابل الأفريقية .

وعن طريق التجارة تعلم الروس الحساب والرياضيات والفلك من ينايعها الإسلامية ، حتى أننا مازلنا نشاهد التأثير الإسلامي المغولي في كثير من المباني بموسكو وغيرها ، وليس من المعقول أن حقبة تقرب من أربعمائة عام قضتها روسيا خاضعة للمغول ممتلئة للدولة التيمورية الإسلامية ، ولا تتأثر ثقافتها بالعلوم الإسلامية .

غير أن النير المغولي الذي قاست منه روسيا طوال تلك الحقبة ، هو الذي جعلها تلتفت إلى الحضارة الأوروبية الناهضة ، مما تتحول إليها كرد فعل عنيف للنير المغولي ، وهذا ما حدث أيام بطرس الأكبر قيصر روسيا الذي وحد البلاد في ظل حضارة أوروبية جديدة .

وفي نفس الوقت فقد طريق سمرقند التجاري حيويته منذ أن تحولت تجارة الشرق الأقصى إلى طريق البحر الذي اكتشفه البرتغال ، وإلى طريق آخر عبر سيبيريا .

(٣) جمشيد غياث الدين الكاشي

ولد الكاشي في أواخر القرن الرابع عشر في مدينة قاشان ، وتلقى العلم في أماكن كثيرة باواسط إيران ، وكان والده عالماً في الرياضيات والهيئة ويتضح ذلك من خطاب جمشيد إليه بعد وصوله إلى سمرقند ، وهناك أمضى بقية حياته عضواً في هيئة العلماء الذين يحيطون بالسلطان أولوغ بك ، الذي كان يحكم باسم « معين الدين سلطان شاه » .

وفي سمرقند ألف جمشيد معظم كتبه ، التي كانت سبباً في تعريف الناس به .

ولما وصل الكاشي إلى البلاط السلطاني ، كتب رسالة إلى والده يصف فيها الرعاية السلطانية له ، وما حازه من ظفر ، ثم مدي تقدم عمارة المرصد الكبير بسمرقند ، ثم هو يشير بالتطويل إلى الاشاعات التي تدور حول نشاطه والتي وصلت لأبيه عن طريق شخص يدعى بدر الدين (غير معروف) .

وواقع الأمر أن حياة الكاشي العلمية النابضة تقع عام ١٤٢٩ م وتقول بعض المصادر إنه توفي عام ١٤٣٦ م قبل البدء بأجراء الرصد في المرصد الكبير ، كما أن قاضي زاده رومي توفي قبل تمامه ، وعلى هذا سلمت أمور المرصد إلى علي قوشجي .

واشتهر الكاشي في علم الفلك ، وقد رصد^(١) الكسوفات التي حصلت عام ٨٠٩ هـ ، ٨١٠ هـ ، ٨١١ هـ وله في ذلك مؤلفات بعضها باللغة الفارسية ، منها :

« كتاب زيج الخاقاني في تكميل الايلخاني » وكان القصد من وضعه تصحيح « زيج الايلخاني للطوسي » وفي هذا الزيج - الخاقاني - دقق في جداول النجوم التي وضعها الراصدون في مراغة تحت إشراف نصير الدين الطوسي .

ولم يقف جمشيد عند حد التدقيق ، بل زاد على ذلك من البراهين الرياضية ، والأدلة الفلكية ، مما لا تجده في الأزياج التي عملت قبله ، وقد أهداه إلى أولوغ بك .

وله في الفارسية أيضاً بعض رسائل في الحساب والهندسة ، ومن مؤلفاته التي وصفها بالعربية :

(١) كتاب نزهة الحقائق وفيه يقول :

سألني بعض الإخوان هل يمكن عمل آلة تعرف منها تقاويم الكواكب وعروضها أم لا فتكرت فيه حتى

(١) تراث العرب العلمي لقدري طوقان .

وقفنى الله تعالى وألهمنى به ،وظفرت عليه أن أرسم صفحة واحدة من صفيحة يعرف منها تقاويم الكواكب السبعة وعروضها وأبعادها عن الأرض ، وعمل الحسوف والكسوف بأسهل طريق وأقرب زمان ، ثم استنبطت منها أنواعا مختلفة يعرف من كل واحد منها ما يعرف من الآخر ، وألفت هذه الرسالة مشتملة على كيفية عملها ، وكيفية العمل بها ، وسميت الآلة بطبق المناطق ، والرسالة بنزهة الحقائق ، ألحقت بها عمل الآلة المسماة بلوح الاتصالات ، وهى أيضاً مما اخترعت عملها قبل هذه ، وبالله العصمة والتوفيق وهى مشتملة على باين وخاتمة .

وفى نهاية المخطوط « فرغت من تأليفها يوم النحر حجة ثمانى عشر وثمانمائة هجرة » ثم يتبدى فى موضوع آخر حيث يقول :

« لما فرغت عند تحرير الرسالة المسماة بنزهة الحقائق فى صفة الآلة التى استنبطناها ، وسميناها بطبق المناطق ومضى عليه زمان ، وردت على قريحى أشياء أخرى أردت أن ألحقها على سبيل الذيل فأوردتها فى عشرة إلحاقات .

الإلحاق الأول : وهو أن منطقة القمر يمكن أن نرسمها شبيها بالإهليلجى .

الإلحاق الثانى : فى كيفية رسم إهليلجى القمر وعطارد .

ومن هذا يتضح أن جمشيد الكاشى هو أول من نادى بأن مدارات القمر وعطارد إهليلجية ، فبذلك سبق يوهان كبلر فى هذا الصدد .

(٢) رسالة سلم السماء^(١) وهذه تبحث فى بعض المسائل المختلف عليها ، فيما يتعلق بأبعاد الأجرام .

(٣) الرسالة المحيطية ، وتبحث فى كيفية تعيين نسبة محيط الدائرة إلى قطرها .

وقد أوجد تلك النسبة إلى درجة من التقريب لم يسبقه إليها أحد كما قال « سميث » وقيمة هذه كما حسبها الكاشى هى :

٣٢٢ ٨٧٨ ٩٨٣ ٥٨٣ ٥٣٦ ٩٢٦ ١٥٩ ١٤١ ٣

(٤) كتاب مفتاح الحساب وهو موضوع التحقيق والشرح .

(٥) رسالة الجيب والوتر ذكرها فى كتابه مفتاح الحساب قائلا « وذلك مما صعب على المتقدمين ، كما قال صاحب المجسطى فيه : أن ليس إلى تحصيله من سبيل » .

(٦) زيچ التسهيلات .

(١) المخطوط محفوظ فى مكتبات أ كسفورد تحت رقم - ١٥٨١١ و فى مكتبة ليدن تحت رقم ١٣٤١ ، وفى المكتب الهندى بلندن تحت رقم ٧٧٥ .

(٧) رسالة في استخراج جيب درجة واحدة ، حيث انتهى فيها إلى الآتي :

« أقول فإذن إذا علم جيب قوس ، وأريد معرفة جيب ثلاثة أمثاله ، يضرب مكعب ذلك الجيب في أربع ثوانٍ ، وينقص الحاصل من ثلاثة أمثاله ، فالباقي هو الجيب المطلوب .

وبالتعبير الحديث .

$$\text{ح } ٣ = \text{ح } ٤ - \text{ح } ٣$$

وهذا المخطوط موجود بمكتبة تيمور (دار الكتب المصرية) ووردت في مؤلف ميريم جلبى السمي « قواعد العمل وتصحيح الجداول » .

كما وردت في مخطوطة المتحف البريطاني من « مفتاح الحساب » البند التالية :

ولهذا فقد اخترعت طريقة خاصة لتحديد وتر درجة واحدة بأدق تقريب :

انظر Weopdkc F., Passages relatifs à des Sommutations des series des Cubes extraits de deux manuscrits arabes - Annali di matem. pura ed applicata - 1864.

الشافعي
صهيبي بن الأشعر

(٤) صفات جمشيد الكاشي من خلال رسالته لوالده

تسبب هذا الخطاب في إثراء معلوماتنا عن آلات الرصد التي استخدمت في الحضارة الإسلامية، وقد أعطانا بعضاً من المعلومات عن مرصد سمرقند الذي توصلت إليه أعمال الكشف فيما تخلف من آثاره في المنطقة، وهو يعدنا بتفاصيل حياة رجل وطبيعته والصفة الغالبة عليه، وهي الاعتزاز بالنفس والغرور، كان جمشيد مرموقاً في أيامه وأستاذاً للأصول الحسائية بأنماط خاصة.

وأخيراً — في المنازع البشرية الشخصية — يرسم لنا الخطاب ملامح القلب وصروف الحدثنان في عصر — كما هو الآن — تخضع فيه البحوث العلمية للاتجاه الملتزم لإرشادات الدولة.

والنص الفارسي الذي قام بترجمته إلى اللغة الإنجليزية الاستشرق الأمريكي كنيدي، مأخوذ من المجلة التي تصدر في إيران (آموزش وبرورش) أي التربية والتعليم المجلد العاشر (١٣١٩ قمرى شمسي) عدد ٣ من صفحة ٩—١٦، ٥٩—٦٢، والدير المسئول هو محيط طباطبائي نقلها من مخطوط، توجد منه نسخة بمكتبة مسجد سيبا هالار بطهران، والنسخة الأخرى في مجموعة خاصة. ومن المحتمل وجود بعض الاختلافات القرائية في كلتي النسختين.

وقد قام الأستاذ أحمد سعيد الدمرداش بنقل النص الفارسي والترجمة الإنجليزية إلى اللغة العربية في مجلة رسالة العلم (سبتمبر سنة ١٩٦٣) وكذلك في مجلة الجمعية المصرية لتاريخ العلوم (العدد الخامس) في نفس التاريخ، وخطاب جمشيد لوالده هو:

« إن الاشتياق والالتياح اللذين أحس بهما نحو شرف تقبيل أيديكم، قد وصلنا إلى الغاية، بحيث إن معنى — لو كان البحر مداداً لكلمات ربي لنفد البحر قبل أن تنفذ كلمات ربي — أصبح حقاً.

ونرجوه سبحانه وتعالى أن يمنحنا اللطف، لنستمد منه إدراك ذلك النعم، بمنه وجوده ».

وفي السابع من ذي القعدة (١) الحرام حظيت رسالة هذا العبد بشرف الإصدار (في البلاط السلطاني) والحمد لله على جزيل آلائه، وبعد:

فإن النصيحة التي أسديتموها لي، والتي تهدف إلى أنه طالما كان اشتغالي بالأرصاد الفلسكية المباركة، وجب على ألا أندمج في علم العروض وأضرابه، حتى لا يضرب معه العلم الذي أوليت به، ذلك لأن حصيلة العمل الثاني تمحو رسوخ العمل الأول، وكذلك سوف يحمل الناس على بقدر ما يعرفون، إذ أن معرفة الناس

(١) يدعى الطباطبائي أن رسالة الكاشي كتبت عام ٨٣٧ هـ

محدودة ، وهذه النصيحة هي عين الصواب ، وسوف أجعلها موضع الطاعة ، بل سوف أنقاد إليها بحسب ما أصدرته إلى .

ومع ذلك ، ففيما يختص بالناس الذين أثقلتهم (المعرفة) فإن هناك خطاباً طويلاً مصحوباً مع بعض التجار ببلدة قم (١) ، ثانياً ناك آخر قد سطر ، ومن المحتمل وصول أحدهما للتشرف بمطالعة السلطان (هايون) . ولو فرض في كاشان أو أحد نواحيها وجود شخص أو اثنين يشتهران ببعض الفنون ، فإن بعض الأصدقاء على حسب الادعاء قد يظهر اقتناعاً ، حتى ولو لم يكن على علم بهذا الفن ، بينما البعض يبدو منكرأ له حتى ولو كان يعلم ، فبذلك تصبح حقيقة الحال غير معلومة لأي شخص آخر .

أما الآن في إقليم سمرقند (حرسها الله عن الآفات) فالحال ليس كذلك ، إذ أن ياد شاه الإسلام خلد الله ملكه وسلطانه يمسك زمام الأمور بالأقاليم لسبعة ، وهو عالم مثقف (بحمد الله والمنة) ، ولا أقول هذا الكلام على سبيل المبالغة أو تأديباً ، إذ أن الحقيقة هي التي أسردها ، كيف لا وهو قد حفظ أكثر سور القرآن المجيد ، وله يد طويلة في التفاسير والأحاديث التي تفسر كل الآيات ، ويستطيع في التوا الاستشهاد بالآيات مع الاستنباط والاقتباس .

وهو يقرأ يومياً جزءين من القرآن على ملأ من الحفاظ دون لحن ، وهو يعرف النحو والصرف جيداً ، ويكتب بأسلوب رصين ، فضلاً عن ذلك فهو ملم بأصول الفقه على المذاهب الأربعة ، وعلى علم بالمنطق والعاني والبيان ، وخبير بعلم الأصول ، مع إلماء بأقسام الرياضيات ، وقد بلغ في ذلك شوطاً بعيداً .

وذات مرة عندما كان يركب جواداً ، تراءى له أن يحقق يوماً تصوراً أنه يوم الإثنين من رجب بين الخامس والعاشر من ثمانمائة وثمانية عشر هجرية ، فسأل أي يوم ذلك من السنة بالتقويم القمري الشمسي ؟ ومن هذه البيانات عن طريق الحس (٢) الذهني (حساب هوأى) وعلى صهوة جواده ، استخراج خط الطول الحقيقي للشمس صحيحاً لأقرب درجة ودقيقة .

ولما عاد سأل هذا العبد الخاشع عن ذلك ، وفي الواقع أن التقديرات الذهنية تمسكها الذاكرة ، ولكل مقدرته في الاحتفاظ بها ، ولم أستطع استخراج النتيجة بالدرجة والدقيقة ، بل اكتفيت بالجواب لأقرب دقيقة ، وليس في مكنة أي شخص آخر في هذا الوجود ، أن يمارس هذه العملية لانعدام إمكانياتها (لديهم) .

وإني أقرر في شيء من الجرأة أن مهارته في هذا الصدد قد بلغت شأواً كبيراً ، فهو يتمثل بالبراهين والعمليات الفلكية ، ويوضح بيانه بالقوانين العامة ، ويشرح كشافي التذكرة (٣) والتحفة بطريقة لا تقبل معها المزيد .

(١) بلدة قم قريبة من كاشان وتقع في الطريق بينها وبين سمرقند .

(٢) هذه البراعة تستحق الانتباه ، ومعنى ذلك تقدير متوسط خط طول الشمس محسوباً عن لحظة معينة ، ثم يعقبه إيجاد بعد متوسط هذا المكان من الأوج ، ومن ثم تحسب معادلة هذه النتائج وأخيراً بالجبر والمقابلة هذه المعادلة مع المتوسط المشار إليه .

(٣) التذكرة لنصير الذين الطوسي في الفلك . والتحفة لقطب الدين الشيرازي .

ثانياً :

اجتمع فحول العلماء في سمرقند مع مدرسى جميع العلوم ، والطلبة (من حولهم) منهمكون في تحصيل فنون الرياضيات ، ومن جملتهم أربعة تخصصوا في شرح « أشكال التأسيس ^(١) » وواحد في تفسير « تجنيس الحساب » ^(٢) وآخر كتب رسالة في البرهان الهندسى للمسائل الخاطئة ، وكان أعلم الموجودين قاضى زادة الرومى ، وكان قد كتب تعليقا في شرح « جفمىنى » وشرح أشكال التأسيس ، وكان هناك جمع غفير من النجمين والمستخرجين (الحساب) أما طلبة كل أرباب فن فقد كانوا مجتمعين حول أساتذتهم .

وبالاختصار لما جاء هذا العبد الخاشع لمثل هذا المكان ، تطلع إليه كل فرد ثم أنصت إليه لكي يعرف أى نوع من الرجال هذا ، (وقد اعتاد) المقام السلطاني الحضور إلى حلقة الدرس كل بضعة أيام ، وعندما يعلن حضوره تتقدم دروس الرياضيات في الأولوية ، وقد حضر هذا العبد الخاشع حلقة الدرس .

ومثل من أمثلة امتحانات الطلبة أن يواجه كل من يشترك في حلقة الدرس وهو غافل عن نوع المسألة التي تطرح ، وأصحاب المدرسة يقيمون البلاغة في البحوث المطالعة ، وعندما يعلن البحث كل مرة بعناية الله تعالى وتوفيق الهامكم (بقصد والده) فإن هذا العبد الفقير يدخل دخولا كاملا (في المواضيع) حيث يقوم بسررد أشياء كانت خافية بادية ذى بدء ، داحضا الاعتراضات الموجهة ، ومبيناً نقاطا دقاقا أذهلت الجميع .

وقبل مجيء هذا العبد الفقير نشأت هناك جملة من العقبات كان يتناولها الواحد تلو الآخر دون أن يتمكن أحد من التغلب عليها ، مثلا وجدت الرغبة في تشييد اسطرلاب قطره ذراع على أن يخطط عليه هندسيا ألف ومائتان واثنان من النجوم الثوابت المرصودة ، وهى التي تحتاج إلى مطالع الممر عند انتقالها ، وقد قرر المستخرجون العمل جماعياً في هذه العملية ، وكان هناك حوالى من مائة وخمسين من النجوم الثوابت رسمت هندسياً بطريقة مشروحة في الزيج الإيلخانى .

غير أن هذه الطريقة [إذا ساروا عليها] قد أقعتهم بعدم جدواها في الوصول إلى حل فتحيروا ، وأشار علماء الرياضيات بأن القوانين الهندسية [المعروفة] ينبغي إعادة النظر في تحقيقها وتصميمها ولم يجزؤ أحد منهم على تحقيقها ، وكلما حسبت النجوم في مطالع الممر عند انتقالها طبقا لهذا الزيج ، ودونت النتائج فوق الكرة الأرضية أو الاسطرلاب ، فإن أبراجها تفشل في الوقوع محل صورة أفلاكها .

فثلا أنور الفرقدين ظهر في مكان بعيد عن فلك الدب الأصغر ، ورغم تكرار العملية بشتى الطرق وإعمال الفكر فيها ، لم تصل النتيجة إلى صواب ، ولما وصل هذا العبد المتواضع عرضت عليه هذه المسألة في نفس اليوم أمام الحضرة السلطانية ، وفي التوق قام هذا العبد الخاشع بتصحيح إحداها ، شارحا منشأ أغلاطهم ومطابقا كلام الزيج في هذا الخصوص ، ومن ثم قام هذا العبد الخاشع بالتوضيح أمام المقام السلطاني ، وعلى ملاء من علماء الرياضيات ، وزيادة على ذلك فسرت طريقة أخرى .

(١) كتاب هندسى لشمس الدين السمرقندى (القرن العاشر الهجرى) (٢) كتاب فى الجبر والمقابلة لسراج السجاوندى

وعندما يخطط ألف من النجوم على الاسطرلاب ، فلا ضرورة لاستخراج مطالع الممر لكل واحد منها ، فهذا عمل مضمّن يحتاج إلى جهد كبير ، بينما يمكن وضعها بطريقة أخرى كذلك ، ولهذا أناطوا لهذا العبد المتواضع مهمة وضعها ، وقام العبد الفقير بانجازها .

فضلا عن ذلك أبدت رغبة في إقامة مقياس عمودى لمزولة فوق سطح جدار السراى الملكية ، على أن ترسم الخطوط المتساوية الأبعاد للساعات فوقه [المقياس] ، ولما كان المقياس لا يتبع في خط الأوج ، ولا في الخط [الواصل] بين الشرق والغرب ، لذلك تعذر قبلى على كل من يقوم بهذا العمل ، ولم يستطيعوا له إتيانا على الإطلاق .

وقال قائل منهم إن ذلك ممكن فى عام ، أى عندما تصل الشمس بأول البرج ، فعند ذلك اليوم دع الأرضاد تجري كل ساعة ، ثم توضع علامة حتى ينتهى العمل كله ، ولما وصل هذا العبد الخاشع صدر الأمر بإسناد العملية إليه ، وأن يقوم العبد الفقير [بوضع الخطوط] وفعلا آتمه فى يوم واحد ، ولما فحصت بواسطة اسطرلاب كبير وجدت متوافقة ومتطابقة .

وبالمثل صدر الأمر بعمل فتحة ، حتى إذا ما وافى وقت العصر بمذهب أبى حنيفة ، دخل شعاع منها فى هذه اللحظة وليس كل الأوقات ، وقد أمكن حل هذا [الموضوع] فى نفس اليوم ، كما حدث لأمثلة أخرى كثيرة ، ومن جهة أخرى رأى أنه إذا وقف شخص فوق سطح الأرض وهو الكروى حقا ، وكان ارتفاع الشخص ذرعه ثلاثة أذرع ونصف ، وخط الشعاع الصادر من العين مماس لسطح الأرض ، فالمطلوب إيجاد حقيقة درجة بعد الأفق ، ودرجة انحراف الفلك الأعلى ، والواقع أن الفكر فى هذا [الموضوع] قد استغرق بعض الوقت ، ولم يتمكن أحد من الوصول إلى حل رغم سهولته ، وقد عرضت المسألة فى نفس اليوم ، وقام هذا العبد الخاشع بالحل ، وتحقق الطلب من ذلك واحداً تلو الآخر ، ثم قمنا بجولة لمناقشة الأرضاد .

وقد سبق لحضرة السلطان — خلد الله ملكه وسلطانه — أن شاهد عمارة الرصد^(١) بمراغة أثناء طفولته ، وقرر أنه « لم يستطع أن يراها بعين الإدراك » .

وقبل قدوم هذا العبد الخاشع ، قرر الأصحاب [فى الرصد] أنها كرة ذات حلق مغلق ، والناس جالسون بداخلها ، وقد صدر الأمر بعمل حلقتين من الشبه بقطر ستة أذرع لرصد الميل ، ورصد الشمس طبقا لطريقة بطليموس ، غافلين عن الحقيقة بأن كل رصد بعد بطليموس قد استنبطت منه اختراعات أخرى متعددة ، ولذلك عدلوا عن استخدام حلقة بطليموس حيث [ظهر أنها] لم تكن خالية من عيوب .

ولم يكن أحد يعرف كيف كان المنبر الهندسى الموجود فى عمارة الرصد بمراغة ولا الغرض منه ، وعرض

(١) يقول طباطبائى إن أولوغ بك ولد عام ٧٩٦ هجرية فى السلطانية ، على بعد مائة وخمسين ميلا جنوبى شرق مراغة ، وقضى شبابه فى العراق الفارسي ، وفى عام ٨٠٥ هـ أخذ مع بعض الأمراء الآخرين إلى أرز روم لزيارة الجد الأكبر تيمور لنك وأكبر الظن أنه مر بمركز المراغة أثناء هذه الرحلة .

هذا الخادم المتواضع صورة الحال لا تنبأه السلطان ، مع الاختلاف الذى اتضح بسبب الحلقة ، رغم أنه فى زمان عضد الدولة أنشئت حلقة بقطر عشرة أذرع عرفت بآلة السدس الفخرى ، وهذه [حلقة سمرقند] أصغر منها ، وفى مرصد مراغة أنشئ بدلا منها منبر هندسى ذرع نصف قطره ستة أذرع ، ولقد تقرر تكسير هذه الحلقة لتستخدم فى إنشاء آلة أخرى [سبق] أن تكلم عنها هذا العبد الفقير ، وفعلا صدر الأمر السامى ببناء عمارة الرصد طبقا للخطة التى شرحها هذا الخادم الخاشع .

جميع هذه الحالات وأمثالها أصبحت معلومة لأعيان الممالك ، وفى كل يوم بل كل أسبوع يستجد شئ ما ، ويقوم هذا الخادم المتواضع بحله بتوفيق الله ، وبصولجان [جوكان] الإلهام فى ميدان الإشكالات دون قيد شعرة .

ويوما من الأيام جلس نفر من العلماء فى الحضرة السلطانية — خلد الله ملكه وساطنانه — وهم مشغولون بالمطالعة والدرس ، وكان قاضى زاده الرومى حاضراً فى الجمع ، وهو منهمك فى شرح برهان فى القانون^(١) المسعودى ، وقد صدر الأمر فى هذا الجمع أن تكون نسخة من هذا القانون فى متناول اليد ، وبحث عن الدليل فلم يتبين له ، فاستعار قاضى زاده الكتاب واستصعبه فى خلوة ليدرسه ، وبعد يومين رجع قائلاً إن بالكتاب خرقاً ، ومن ثم لا يمكن استخراج المسألة ، وطلب نسخة أخرى لمقابلتها بالأولى .

غير أن هذا الخادم الخاشع بسبب الحمى اليومية لم يخرج من بيته هذين اليومين ، وبهذه الحالة ذهب إلى مكان الاجتماع ولا يزال قاضى زاده فى المجلس ، فإذا بحضرة السلطان يستقر نظره على هذا العبد الفقير : وصاح قائلاً مولانا (غياث الدين) يستطيع حل هذه المسألة ، ثم تناول القانون المسعودى لهذا الخادم المتواضع ، وما قرأ هذا العبد النقيير حتى السطر الخامس أو السادس من هذه المسألة حتى نهض لشرحها بالتطويل ، ولم يكن بالكتاب شق عن هذه المسألة !

فى هذه المدة وقعت حوادث مشابهة كثيرة يطول شرح تفاصيلها ، وعلى كل حال فى مثل هذا الاجتماع المكانى بعد إظهار كل هذه الحقائق ، لم يستطع أى شخص أن يحتفظ بالتهريج أو التفاهة فى الحديث أو التفاخر بهذا الشخص .

وبادئ ذى بدء لما وصل هذا الخادم الخاشع ، كانت هناك عدة مسائل تناقش فى التحفة ، ونهاية الإدراك ، وتعليقات عن التذكرة المولى نظام الدين النيسابورى ، وتعليقات عن التذكرة (أيضاً) لمير سيد شريف بيك ، ومع ذلك فوجهات النظر كانت خاطئة ، ولما عرض هذا الخادم الخاشع آراءه فى اجتماع كان السلطان فيه حاضراً ، وكان قد وصل إلى مسامع العلماء ما تناقلته الأفواه من تمكاث فى القذف ، عندما تقدم أحد الأشخاص بادعاء معترضا (وجهات النظر) شخصيات كثيرة متفقة آراؤهم ، فأرغم على تدعيم اعتراضه ببرهان ، وفى يوم كان الجمع كثيراً فى اجتماع ، وطرح مثل هذا البحث مستوفياً بطريقتين أحدهما تخيلى والآخر ببرهان هندسى ، وكلاهما

(١) القانون المسعودى أكبر موسوعة فى الرياضيات والفلك ألفها أبو الريحان البيرونى فى القرن العاشر الميلادى .

متفقان ، ولما كان حضرة السلطان أستاذاً للفن ، ويمتاز بأقصى درجات المعرفة ، ولما كان أرباب الفن كثيرين ، لم يتمكن أى شخص أن يتحقق من المسألة عندما تكلم الكثيرون ، وهم منهمكون فى الإنكار أو الموافقة ، وصاحب الفن حاضر ومقتنع بما يشاع .

واحدة من هذه المسائل كالآتى : معادلة غاية تعديل القمر خارج المنطقة هى عندما يكون الخط الواصل منها المنطقة المقابلة عمودياً على القطر الذى يمر بالأوج ، وفى جميع نسخ فن (الفلك) التى ألفت حتى يومنا هذا كتبت هذه المسألة كذلك ، وهذا خطأ لماذا ؟ لأن بمحاذاة سبع درجات وخمسون دقيقة تحت النقطة المقابلة يكون عمودياً ، وبغير ذلك لا يحدث التعامد .

وفى حالة الكواكب حدث نفس القياس فى الخطأ ، ومنشأ الخطأ فى كل هذا ان غاية التعديل فى حالة الشمس تكون عندما يرسم الخط الخارج منها إلى مركز السكون يصبح عمودياً على القطر السابق ذكره ، وفى كتاب المجسطى لبطليموس يوجد برهان لذلك ، غير أن القمر وسائر الكواكب السيارة قد حمت (براهينها) قياساً ضاربين صفحاً عن الحقيقة أن مثل هذا الحمل القياسى لا يجوز .

وزيادة على ذلك ، ذات يوم كان سطح الأرض موضعاً للتسوية لاستخراج خط نصف النهار فى مكان الرصد ، وتفاجر البنّاعون بها ، ولما جئت ذهاباً لوضع خط نصف النهار ، وأردنا أولاً اختبار السطح لمعرفة ما إذا كان مستويًا أم لا ، وحضرة السلطان — خلد الله ملكه وسلطانه — كان حاضراً مع جميع أكابر وأعيان وعلماء وأرباب الفن ، وكان البنّاعون يقومون بتسوية السطح باستخدام الميزان ، وذلك فى منطقة الرصد فوق مثلث صنعوه ، وكل ضلع فيه طوله أربع أذرع هاشمية .

وقال كبير البنّائين وهو المسئول عن بقيتهم ، إنه يجب أولاً ضبط المثلث لمعرفة ما إذا كان ساقاه متساويين ، وبإدراكه هذا الخادم المتواضع قائلاً إنه حتى ولو كانا غير متساويين فإن السطح يمكن تسويته ، غير أن قاضى زاده وسائر موالى الفن قالوا كرجل واحد « كيف يحدث هذا ؟ » إن مثل هذه الحالة لا تكون لهذه الحالة ، ولكن هذا الخادم الخاشع قال إن الهواء لا يزال بارداً والشمس لم تصعد عالية بعد ، فدعونا نختبر التسوية ولننظر بعد ذلك ما يكون .

ولما تحققت عملية التسوية لم يغفلوا ماسبق أن قالوه وطالبوا بالدليل ، وجلس السكل ، وابتدروا هذا العبد الفقير قائلاً : إذا افترضنا أن أحد ضلعى المثلث اللذين تلزمون تساويهما أقصر من الآخر بمقدار ذراع ، فعنى ذلك أن يميل المثلث نحو مكان معين ، ولذلك شرح البرهان الهندسى أمامهم ، واستغرق ساعة نجومية بما فى ذلك المقدمات والبراهين بشتى الطرق حتى استبان ذلك واضحاً لعقولهم فوافقوا عليه ، وكانت الغالبية على علم أكبر والبعض الآخر على علم أقل ، وبعد أن سلموا بذلك لم يقصر هذا الخادم الخاشع (فى شروحه) للحاضرين الذين بلغ عددهم نيفا وخمسة من الأشخاص ، وقالوا إنك تتخيل سهولة المسألة ، ولكننى فى مدة ساعتين نجوميتين أدليت لهم بجميع الحقائق .

(وعلى العكس) إنها قريحة الرجل العاقل حتى أن مثل هذه الأشياء أصبحت معروفة بالضرورة ، وفي هذا الموقف قال الأستاذ إسماعيل دعونا نتحقق أولا مساواة الضلعين ، وتساءل هذا الخادم الخاضع ما هو جدوى كل هذا النقاش والانصات ، وكل الخلق الخاص منهم والعام كانوا منصتين لكي ينظروا معنى هذه المسألة ، وكيف تخرج محولة ، لأنها كانت أول مسألة تخرج من المرصد هم فيها على خلاف .

ولما ظفر هذا الخادم الخاضع أصبح مرموقا ذا شهرة تامة ، وكل من أراد رؤية حقيقة الموقف بعين اليقين ، فليشاهد الفرس والراكب ، وليشاهد ميدان (النضال) ليحضر وينظر :

« لقد نسجنا قصة طويلة وهكذا أخرجت » .

وهكذا اتهمنا من ذلك وكتبناه ، وقال شمس الدين بأني أرسلت من طرف مولانا بدر الدين ذات الخلق من جهة نمودار ، وفي الواقع عندما تحدث هكذا إنما تحدث بكذب مخلق ، فأولا لا يوجد في هذه الناحية من يدعى شمس الدين ليكون مقربا ، فتحول عليه مثل هذه المهمة الخطيرة ، فضلا عن ذلك لا يوجد شخص هنا يحتاج لكرة نمودار ذات الخلق .

وهنا الأستاذ إبراهيم سباك النحاس وقد أمر للحضور في منزل هذا العبد الخاشع ، ونعلا أتم [صناعة] الكرة ذات الخلق في حضور هذا العبد الفقير ، وفي صناعة الكرة ذات الخلق صعوبة ناتجة من سباكة النحاس ، وليست من النظرية التي بنيت بموجها الآلة ، وهذا يناقض [الوضع] عند صناعة الاسطرلاب التي تظهر فيها كلتا المشكلتين ، ولما كان الأستاذ يحذق سباكة النحاس فقد أشار هذا الخادم المتواضع إلى نقطتين ، إحداها في تقصير الحلقة والثانية في التحديب هناك من جهة القطب ، ولكل واحدة رسمت دائرة صغيرة ، ووضع المثقاب في جهة واحدة وجعله ينفذ للجهة الأخرى صانعا ثقباً .

وقد ثقت جميع الحلقات بهذه الطريقة ، حتى أنه لم يحدث لأحدها غلطة واحدة ، ولكن ماذا بقي ليقال عن هذه الحلقات حقيقة ؟ بخلاف ذلك لا وجود لأي خبر آخر صادق أو مزيف ، ولكن هل جاء مولانا بدر الدين ذات الخلق ليحصل على واحدة من مكان ما ، أو يقوم بتصنيعها ؟ [في الأمثال يقولون] المسافرون هم كبار الكاذبين .

فضلا عن ذلك ، فإن [قدوة المحققين وزبدة السالكين] مولانا إبراهيم [أدام الله بر أنفاسه الشريفة] قد أحصى ما يردده مولانا بدر الدين في هذه النواحي ، قائلا بأني تتلمذت بمرصد مراغة ، ومع هذا توجد أماكن كثيرة شاغرة في الزيج الإيلخاني .

ولكن الآن فيما يختص بقولهم إن بالزيج الإيلخاني توجد عدة أماكن ناقصة ، فإن هذا النقص ناتج من نقص في علمهم وفكرهم وذهنهم ، حتى ولو كان هناك تشويه في بعض المواضع فإن أمثال مولانا بدر الدين

لا يستطيع أن يتنبه له ، بل إنه عندما يقول بوجود خطأ فإن ما يوجد [على العكس] يكون صحيحاً .

والتفاوت الذى أصبح الآن واضحاً فيه [الزيج] ناتج عن تفاوت السنين ، التى كانت سبباً منذ ذلك الوقت فى هذا الخلف حتى الآن ، أما فيما يقال إن تلك الأرصاد قد اشترك فيها خلق كثير ، فانتا هنا الآن فى غير حاجة إلى هذا العدد من الناس ، ذلك لأن الملوك السابقين الذين أمروا بالأرصاد لم يكونوا على علم [بالفلك] ، وكرهاً كان الاحتياج إلى هذا العدد من الناس ، حتى إذا حدث الاجتماع منهم على موافقة ، كان الاجتماع حجة يصح الاعتماد عليها .

أما هنا فإن بادشاه — خلد الله ملكه وسلطانه — يدير بنفسه المرصد ، ويساهم بنفسه فى العمليات ، لذلك كان عدم وجود جمع من الناس لا يضر .

لقد كان بطليموس^(١) نفسه ماسكاً وراصداً ، وكذلك كان أحد أبنائه ، وقد يستشير شخصاً واحداً أو اثنين ، وهكذا يكون الحال عندما يدفع شخص واحد الأشياء أمامه ، وليس هكذا عندما يوجد ألف من^٢ من الحجارة فلا يستطيع امرؤ واحد أن يحملها ، ولكنها هكذا عندما توجد ألف حبة من القمح ، فإن شخصاً واحداً يستطيع نقلها إلى بعض الأماكن الأخرى .

لقد ثبت أن مولانا بدر الدين يعرف الرياضيات جيداً ، أجل لقد حفظ كثيراً من فروض إقليدس ، ولكنه لا يستطيع تطبيقها إيجابياً ، وهذا نفس الشيء عندما يتعلم امرؤ بعضاً من قواعد النحو ولكنه لا يستطيع تركيب اللغة العربية ، ونفس الحالة عند مولوى الذى يعرف ذلك الشعر الباطنى وحقائق الشعر ، نظراً لأنه يقضى معظم الأوقات فى العلوم الكلامية ، وذهنه خال من الفلك أو الرياضيات وهى التى تحوى الحقيقة الداخلية فى طبيعتها .

وبسبب أن مولانا بدر الدين عمل بعض الحديث عن إقليدس ، فهو يعتقد أنه يعرف الرياضيات ، وهذا العبد الخاشع قد رأى الكثير منه ، وينظر إليه الجميع بعين التقدير ، وقد يتباهى الخلق وهم لا يفقهون بعض قواعد علم النجوم لبعض السنين ، والآن هم يسمعون فى سمرقند عن الأرصاد التى تجرى ذون أن يلتفت إليها أحد ودون أن ينالها الاعتبار ، ولقد تحقق أنهم يجهلون الأرصاد ، وفى كل مرة يحصل هذا لا يجحدون ما يناسبهم سوى الادعاء بالنفى أو الانكار ، وبالإضافة إلى مولانا بدر الدين يوجد كثيرون يعتقدون نفس الشيء ، ولو حدث أن حضر هؤلاء القوم إلى سمرقند ، وقدموا أنفسهم إلى جدل المباحث الرياضية ، فسوف يتضح للعيان الخواص منهم والعوام أن ما يتباهون فيه هباء .

وهذه الأيام فى سمرقند — حرسها الله عن الحداث — يوجد حوالى ستين أو سبعين من أمثال هؤلاء

(١) يخط الكاشى بين بطليموس أحد حكام عصر البطالسة وبين العالم الفلكى الكبير بطليموس القلوذى بجامعة إسكندرية القديمة .

القوم ، وهم غافلون عن الحسابات الرياضية ، ومنذ عشر أو اثنتي عشرة سنة فقط قد انشغل القوم بهذه المواضع بالجد والعمل ، لأن المقام السلطاني مشغول بهذا الفن بنفسه .

ويرحم الله مولانا بدر الدين حيث اكتفى بقدر منها ، ومن ثم لم يعد يلفق الأكاذيب ، أما عن ثناء جلالته فهو بدرجة بحيث لا يمر أسبوع حتى يروى أحد الأصرفاء لهذا العبد الفقير أن المقام السلطاني قد تفوه بملاحظات الليلة أو اليوم ، أمثالها كالاتي :

إنه غزير الاطلاع ، إنه يعلم جيداً ، بلى إنه أعلم من أى شخص آخر ، إنه أكثر مقدرة من قاضى زاده ، وأكثر تعمقاً ، وفي هذا الفن ذهنه أكثر توقداً : وما يستغرق عشرة أيام يكتشفه مولانا غياث الدين توا في يوم واحد ، وهو عليم بجميع فروع هذا الفن ، فاضل طيب القلب .

وقد يحضر لنا شخص من جنس الموالى أو غير ذلك ، ولما يحصل على قدر من العلم ضئيل تعذر عليه ضبط نفسه على الإطلاق ، فينازع القوم ويضع أقدام الفضول ، أما مولانا غياث الدين فبالرغم مما يمتاز به من شتى الفضائل والتربية ، التى أكسبناه إياها لأنه يحظى دائماً بشرف القرب منا ، فانه طول هذا الوقت لم يشغل نفسه بمنازعات مع أحد ، ولم يتأفف أحد منه أو يشكو هو من أحد ، ولم يطارح الكلام مع القوم أو يقدم التماسا مغبة في الطمع ، ولكنه يعيش عيشة فاضلة .

وكثيراً ما تلفظ بأشبه ذلك أكثر الأوقات ، والحمد لله على ذلك — ذلك فضل الله يؤتيه من يشاء — ولقد سعى القوم منذ سنين ليقدموا حياتهم وشخصياتهم تحت الأضواء أمام الجماهير ، وقليل منهم قدم فضائل الأعمال في نظر الرجال ، وبحمد الله والمنة هو الذى أدين له بعد أن قضيت وقتاً طويلاً في السكج خانة (بيت المال) عند وصولي أخيراً لهذه المدينة العظيمة ، لمثل هذا الرجل الفاضل .

وفي حضرة البادشاه [ملك الملوك] العاقل والعالم الذى يدرك أحوال الرجال ، ويستفسر عن مواضع الخلائق : ييمن العناية الأزلية ، وبركة همسكم [والده] العالية ، أعيش حائز الاستحسان ، ذلك لأن حضرة البادشاه لو لم يلتفت إلى أمور القوم ، فان العمل الطيب قد يحمل محمل السوء ، والوزارة تصبح حسنة ، ولكن السلطان يسلك مع الرجال الذين يلزمون الاعتبار السلطانية (مسلكا حسناً) ، فيبسط حمايته عليهم ، فاحصاً أحوال كل واحد منهم ، حتى أنه لا يوجد من المواضع ما لا يعرفه جلالته ، ما هو وكيف هو لجميع الناس الذين يلزمون له ليل نهار .

وشئ آخر جمع من الناس يتساءل لماذا لا تكتمل الأرصاد في عام واحد ، ويقولون عشر سنوات أو خمس عشرة سنة حيث تستكمل شروط عدة لتعيين الكواكب حتى تجرى الأرصاد تحت هذه الظروف التى تنطبق فيها الشروط ، فمثلاً يحتاج الأمر إلى خسوفين للقمر يشترط في كل منهما مقدار من الخسوف هو بعينه وفي نفس الاتجاه وقريب من عقدة واحدة ، وبالمثل يحتاج أيضاً إلى خسوفين آخرين لهما نفس الاشتراطات وهكذا ، ويلزم رصد عطارده تحت ظروف وجوده في غاية البعد المصباحي وكذلك عندما يصل إلى غاية البعد المسائي مع اشتراطات أخرى عديدة ، وبالمثل مع الكواكب الأخرى .

وكل هذه الحالات لا يمكن إثباتها في عام واحد ، حتى يستطيع الشخص الواحد أن يرصدها في عام ، ينبغي الانتظار حتى يتبين واقع الحال هذا ، وإذا تصادف حدوث ضباب وتحققت هذه الاشتراطات ، فإن الدورة تصبح مفقودة لعام أو عامين آخرين حتى تتحقق ثانياً : السكل مجمع على أن ذلك يحتاج إلى أعوام عشرة أو خمسة عشر .

والناس الذين يجهلون هذه العمليات ، ولم يروها عملت بمعرفة شخص ما ، يعجبون كيف يتولاها شخص بمفرده .

غير أن أحداً يعرف عملاً كهذا يجد السهولة في هذا الميدان ، إن شاء الله تعالى حق سبحانه وتعالى أن يهبنا العمر والتوفيق ، وكذلك ييمن دولة بادشاه الإسلام خلد الله ملكه وسلطانه ، سوف تتم هذه الأرصاد كاملة مباركة .

والآن فإن أكثر العمارة قد انتهى العمل فيه ، واحتوت على أكثر من خمسين تومانا من طوب الأفران المحروق وكذلك المون ، وجهزت واحدة من ذات الحلق وأخرى هي تحت التشغيل مع بعض آلات أخرى منها ذات السمات وذات الهدقد الستارة ، وغيرها قد أصبحت في متناول اليد .

ومن جهة أخرى فانكم تستفسرون عما إذا كانت أعمال الرصد قد عهد بها إلى هذا العبد الفقير أم أن هناك شريكاً آخر ، عجب هذا السؤال بعد أن طبقت شهرتي (الآفاق) : والوضع أنه رغم وجود أناس كثيرين يشتغلون بالرياضيات ، فانه لا يوجد من يكون على علم حقيقي بالنظريات العلمية والعملية في الرصد ، كذلك ليس من بينهم من يعرف المجسطى .

رجل واحد هو قاضي زاده يعرف علم المجسطى ، ولكنه ليس رجلاً عملياً ، ولم يتناول أية تطبيقات رغم كونه أعلم القوم ، وفي المباحث العلمية التي يشترك فيها فإن كل مناقشة تنهض هذا العبد الخاشع تجمد من الحضرة السلطانية الرأس المدبر لها ، تماماً كما شرحت من قبل في القانون المسعودي ، وأشياء ذلك من الأعمال التي تفوقت فيها :

والأعمال تنقسم إلى ما هو علمي وما هو عملي ، وأما الجانب العملي فهو على غرار ما يتمثل في هذا المثال : كوكبان وصلاً معاً بدائرة أول السموت وارتفاع كل منهما أمكن الحصول عليه ، وخطا طول وعرض أحدهما معروف ، والمطلوب تعيين خطي طول وعرض الكوكب الثاني من هذه المعلومات .

إن معرفة كيفية تقدير ذلك يعتبر فناً ، والعمليات المطلقة لهذه المسألة هي بحيث أن الضرب والقسمة ينبغي وصولها إلى نتيجة البرج والدرجة والدقيقة ، لتقويم خطي طول وعرض الكوكب كما هو حاصل فعلاً ، ولكن قاضي زاده غير متمكن في الناحية العملية والناحية المطلقة سوى ما يخص شبكة الضرب والقسمة وليس إلا ، وحتى هذه فهي بدرجة يستحيل عليه تطبيق الشبكة دون مطالعة الكتاب الميسر سطرأ بسطر ، وخانة بخانة تماماً : ولكن ما الذي يتطلعون إليه ؟ إنه يعطى مغنياً وفيراً وهم لا يتباهون بذلك ، ومولاي [والده] يعرف

بعناية إلهي كيف يرى بنفسه قوة في استحضار فن العلم والعمل وقدرة في العلوم المطلقة ، حتى إذا تصادف وجوده في دار الرصد بدون كتاب منذ أول الوقت حتى آخره ، فإنه يستطيع إجراء جميع العمليات وإنتاج الزيج ، وفي كل مسألة لا يرجع إلى كتاب سوى عند تقدير حاصل أوساط يوم معلوم من أرصاد سابقة ، وكذلك عند تعيين تاريخ ذلك اليوم ، وفي عمليات الرصد يحتاج الأمر لهذا ، لأن تفاوت حاصل أوساط الرصد عن حاصل أوساط الحركة يمكن الحصول عليه ، وبقسمة ما بين الرصد على طول الزمن الناتج بين الرصدين يصبح مقدار الحركة معلوما .

كل هذا يمكن تدوينه على ورقتين ، وتكلفون خاطركم المبارك بالتأكد من أن مطالعة الكتب لاستحضار مثل تلك الأخطاء المتعددة أمر لا يمكن تنفيذه ، ذلك لأن مباحث الآخرين ليست مكررة الآن ، ومن مقدار حكاية قاضي زاده التي سبق أن سردناها لا ينبغي أن يتصور القوم أن هناك خلافا محتملا .

بين هذا العبد الخاشع وبينه اتصال وثيق وصداقة وطيدة ، وهو يعتمد على هذا العبد الفقير في ذلك ، وهو ليس من النوع المتغطرس غير المعقول ، وقد سبق لهذا العبد المتواضع التنويه بذلك من قبل ، والرجل يقول ما يعرفه ، أما ما ليس له به علم فإنه يعلنه دون أن يتحاشاه ، والجزء الذي تم من أشغال الرصد في ذلك الوقت هو مما قاله هذا العبد المتواضع والذي بلغ لجلالته ، أيد الله ملكه وسلطانه ، فثلا ما يختص بعمارة الرصد وآلاته فإن تلتطف لجلالته بالحضور مع توقد ذهنه وبصيرته النافذة قد جعلته يتأمل ملياً فيها ، وبعض المشاريع التي أقرها أشار بتنسيقها ، وبعض الكشوف والاختراعات يأمر بأجرائها بطرق مختلفة ، ثم يطالب في هذه الحالة بضرورة ترتيبها ، وفي الواقع كان يتابع تديرها دون حدوث شائبة فيها .

ولو فرض وجود بعض الخلل في إحدى النقاط التي لا تستوي مع وجهة نظر هذا العبد المتواضع ، فالمناقشة تنعقد لها ، وإذا تراءى خطأ من هذا الجانب أو ذاك فإنه يتولى إعلانه فوراً دون غطرسة طالما أن الهدف هو الوصول إلى الحقيقة في بحث المسائل حتى تتم أعمال الرصد بأحسن الوسائل ، وبالنظر إلى ذلك يشعر المرء في حضوره بتمتة الكرم ودماثة الخلق ، فهو يود إظهار عطفه وكرمه النبيل في التلطف لدرجة أنه في كثير من الأحيان وفي المدرسة بحضوره قد تراءى لأحد الطلاب أن يستفهم عن مسألة في علم ما ، فيحدث بينهما جدل متبادل في مقارنة الحججة بالحجة بدرجة لا توصف .

ذلك لأنه قد سبق أن أصدر أمراً سامياً قائلاً أن أية مسألة علمية لا تدخل ذهنه تصبح غير راسخة المعالم وأما التملق الخانع فهو أمر محظور ، ولو فرض أن وافق شخص ما موافقة عمياء فإنه يعتمد إرباكه قائلاً أنك جعلتنا كالجهلاء ، وإذا تراءى له امتحان مسألة ما تعمد أن يشبهها بخطأ عند صميم (الجدل) ، وفي الحال قد يوافق شخص عليها فيؤنبه بل ويخجله .

ولما تم العمل في هذه الآلة وأعطيت للمرصد ، أو إذا احتاج الأمر لتقدير الأوج في المرصد في بعض الأحيان

يحضر قاضى زاده هناك أيضاً ، ولو فرض وجود نقاش لاشترك ، فيه ، وقد يوافق أو يناقض الدعوى كما سبق
تبيان ذلك عند استهجان موضوع تسوية السطح ، ولما بان له الأمور على حقيقتها اقتنع .

والمدرسون الآخرون يحضرون بأنفسهم إلى المرصد ويأخذون فى التجول والنظر ، رغم أن العمل عسير
الجدية لم يحن بعد نظراً لأن عمارة الرصد لم ينته العمل منها ، وعندما تتم وتركب فيها الآلات بعد تصنيعها ، سوف
تجرى الأرصاد المتعددة بما فيها من مشاهدة الكواكب خلال فتحات المرصد ، وعندما تقيد النتائج ومن بينها
الأبعاد بين الشمس والإفلاك ، وأنصاف أقطار الدوائر التى تقع مراكزها فى محيط دائرة أخرى ، ثم انحراف
أقطار هذه الدوائر التى تمر بالأوج والحضيض ، وكذلك عند تقرير متوسط الحركة ومراكز الكواكب
بالنسبة لمركز الفلك وهكذا فان العمل الجدى يكون هنا .

أنا لا أريد أن أطيل عليك أو أضايك .

أرجو أن يتحمل طيفكم المبجل هذا العبد الفقير أخشع الخدم م

غيات

الشافعى
صهيب بن الأشعث

(٥) مخطوط مفتاح الحساب

منذ القرن الحادى عشر الميلادى حتى القرن السادس عشر ، تعرضت الحضارة الاسلامية لغزوات شتى من القوميات الناهضة النامية ، مغول وتتار وترك وصليبيين ، فغشى العلماء على هذا العرفان المتراكم أن يضع في زحمة الهجمات الوحشية ، لذلك نرى أن تلك الحقبة شهدت عصر الموسوعات في الفلسفة والطب والشعر والأدب والتاريخ والتراجم والعلوم .

وفي سمرقند ظهر جمشيد الكاشى بموسوعته العلمية في الحساب والهندسة والجبر والمقابلة والوصايا والمساحة كان ذلك عام ١٤٣٦م وقبله بقرن من الزمان ظهرت موسوعة الجلدكى في القاهرة في الكيمياء والنبات والحكمة وهكذا في بقية العلوم الأخرى مما يضيق من الحصر .

ومفتاح الحساب لغته فيها شئ من الجفاف والحشونة التي يمتاز بهما العنصر الإيراني والتركي ، بخلاف اللغة التي كتبت بها مؤلفات ابن الهائم المصرى (١٣٥٢ — ١٤١٢م) في الرياضيات ففيها شئ من السهولة والبساطة أو اللغة التي كتبت بها مؤلفات أبو محمد عبد الله بن حجاج (١٢٠٤م) المعروف بابن إلياسين الذي خدم أحد خلفاء الموحدين ، فنجد أنه يؤلف الجبر والمقابلة في أرجوزة تتم عن أدب رائع وسيطرة عجيبة على فنون الكلام والشعر اللذين اشتهرت بهما حضارة الأندلس .

وتوجد سبعة مخطوطات لمفتاح الحساب هي :

- ١ — نسخة مكتبة سالتيكوف — شدرين بلينجراد (مجموعة دورن رقم ١٣١) .
- ٢ — نسخة مكتبة جامعة ليدن (Cod. or 185) وهي أقدم المخطوطات المعروفة حالياً .
- ٣ — نسخة مكتبة بروسيا العالمية (Spr ١٨٢٤ .bis) بيزلين .
- ٤ — نسخة موجودة في مكتبة برلين العالمية العامة (Sp. ١٨٢٤) ، وهذه المخطوطة مكتوبة في مائتى صفحة من القطع الصغير ، في حين أن نسخة ليدن تقع في ثمان وسبعين صفحة من القطع الكبير .
- ٥ — نسخة موجودة في معهد برلين لتاريخ الطب والعلوم (No 1,2) .
- ٦ — نسخة موجودة في مكتبة باريس الأهلية تحت رقم ٥٠٢٠ .
- ٧ — نسخة موجودة بالمتحف البريطانى بلندن تحت رقم ٤١٩ .
- ٨ — نسخة مطبوعة على الحجر بطهران موجودة بالخرانة التيمورية رقم ٢٥٥ رياضيات تبتدىء المقدمة فيها هكذا : « هذا كتاب مفتاح الحساب تأليف الفاضل العلامة والجبر الفهامة أفضل المهندسين ، غياث الدين جمشيد القاشانى ، وقد ألفه حين استخراج زيچ سمرقند من ملك العادل الغ بك كوركان لخرانة كتبه » .

وخاتمة الكتاب كالاتي :

لقد وفقه الله السيد السند والكهف المستند ، بطبعه ابن الرحوم المغفور له السعيد الصالح الحاجير أبو القاسم ،
برد الله مضجعه ، والحاجير محمد صادق الحسيني الخوانساري ، في شهر رمضان المبارك في عام ١٣٠٦ من الهجرة «
ولقد قام پول لوكي المتوفي عام ١٩٤٩ م بتحقيق جزءي نسختي معهد برلين لتاريخ العلوم والطب
ونسختة باريس .

Paul Luckey :

Die Rechen kun t bei Gamsid b. Mas,ud al-kasi mit

Rüchblicktan auf bie ältre , Geschichte päs Rechnens

فبراير ١٩٥٠

Die Ausziehvng den n. ten Wurzel und der

هكذا في مقالة

binomische Lehrsatz in der islamischen Mathematik

— Math. Ann. 120 pp. 217—274.

سنة ١٩٤٨

أما نسختا ليننجراد وليدن فقد حققهما روزينفلد ويوسكيفتش الاكاديميان ، وأصدرا ترجمة وافية لمفتاح
الحساب باللغة الروسية ، بالإضافة إلى كتاب الرسالة المحيطية لمجيد غياث الدين الكاشي .

دار الطبع والنشر للأدب الفنى والعلمى للدولة — موسكو ١٩٥٦ .

ونشير هنا إلى أن هذه الترجمة العلمية هي أول ترجمة كاملة لهذا المخطوط القيم تظهر بأية لغة أوروبية
أوغير أوروبية .

Rowkelws Posefopellg

أما نسختا باريس ولندن فقد حققا جزئيا في مقالة ثوبكه .

W. epcke F., Passages relatifs à de sommations des Séries des cubes extraits de deux manuscrits
arabes - Annali di matem - pura ed applicafa - 1864

أما نسخة مكتبة برلين العلمية العامة فقد حققت جزئيا في كتاب .

Ahlwardt W., Verzeichnis der Arabischen handschriften der

kgl. bibliothek Zu Berlin

برلين ١٨٩٣ الجزء الخامس

وقد اعتمدنا في تحقيقنا لهذا المتن على مخطوطة ليدن وقد رمزنا لها بالرمز ل وهي غير منقوطة . وهي
منشورة مع الترجمة الروسية والشرح بهذه اللغة ، وخاتمة الكتاب كالاتي : —

تمت الكتابة بعون الملك الوهاب في ثاني شهر شعبان المعظم سنة خمس وستين وتسعمائة على يدى العبد الفقير
المحتاج إلى رحمة الله الولي سعد الله بن أمان الله بن علي في بلدة قزوين ، عفا الله عنهم بحق محمد وآله
المصومين أجمعين .

والنص الثانى الذى اعتمدنا عليه هو الموجود بالحزاة التيمورية وقد رمزنا له بالرمز « ت » وهناك جعل
ناقصة فيه وجعل زائدة بالهامش ، وعند المقارنة بين النصين استطعنا تحقيق المتن تحقيقا يكاد يكون أقرب ما يكون
إلى التسلسل العلمى الصحيح ، وقد استعنا بالشروح الروسية وكذا بالدراسة القيمة التى قام بها المستشرقون
روزينفلد ويوسكيفتش وبول لوكيه وبالتصوص العربية الأخرى فى هذا العلم .

وقد رأينا الاكتفاء بكتابة الرقوم المعتادة بدلاً من الرقوم الهندية التي نسخ بها المخطوط جميعه ، نظراً لصعوبة وجود الأرقام الهندية بالمطابع المحلية ، ولسهولة فهمها لذلك لزم التنويه ورأينا أيضاً انتخاب نوعين من الأقواس ، فالقوس () مشروح موضوعه بأسفل الصفحة أما القوس [] والقوس « » فمشروحيان في آخر الكتاب .

ونرجو أن يكون التحقيق والشرح حافظاً لأبناء الضاد للتوسع في تحقيق التراث العربي الدفين بين مكتبات العالم ، وأن يشعر أبناء الأمة العربية بأنهم هم أصل العرفان والينابيع التي سببت الحضارة الأوربية الحديثة .

القاهرة في ٢٠ مايو سنة ١٩٦٧ الأصمحر سعيمير الدرمداسهر صمحرى الشينج

الشافعي
صميمير بن الأشعر

مفتاح الحساب

تأليف

بشمس غياث الدين الطائى

بسم الله الرحمن الرحيم ، وبتوفيقك نعتصم يا كريم . «٣»

الحمد لله الذى توحد بأبداع الأحاد ، وتفرد بتأليف صنوف الأعداد ، والصلاة على خير خلقه ، أشنع الشافعين يوم التناد ، وعلى آله وأولاده الهادين سبيل النجاة الرشاد ، أما بعد :

فان أحوج خلق الله معه إلى غفرانه جمشيد بن مسعود بن محمود الطبيب الكاشى الملقب بغياث ، أحسن الله أحواله ، يقول : [١]

لما مارست الأعمال الحسابية ، والقوانين الهندسية ، حتى بلغت إلى حقائقها ، وبالغت فى دقائقها ، وكشف غوامضها ومعضلاتها ، وحللت مشكلاتها ، واستنبطت كثيرا من القوانين والضوابط ، واستخرجت ما صعب استخراجها على كثير من مباشريها ، كما استأنفت استخراج جميع جداول الزيج الأيلخانى [٢] بأدق عمل ، ووضعت الزيج المسمى بالحقانى [٢] فى تكميل الزيج الأيلخانى ، وجعلت فيه جميع ما استنبطت من أعمال المنجمين ، مما لا يأتى فى زيج آخر مع [البراهين] الهندسية ، ووضعت أيضا زيج التسهيلات ، جداول شتى .

وصنعت رسائل أخرى مثل الرسالة المسماة بسم السماء [٤] فى حل إشكال (١) وقع للمتقدمين فى الأبعاد والأجرام ، والرسالة المحيطية نسبة القطر إلى المحيط ، ورسالة الوتر والجيب فى استخراجها لثلث القوس المعلومة الوتر والجيب ، وذلك مما صعب على المتقدمين ، كما قال صاحب المجسطى [٥] من أن ليس إلى تحصيله [من] (٢) سبيل ، واخترعت الآلة المسماة بطبق المناطق ، وحررت فى كيفية صنعها ومعرفتها كتاب نزهة الحدائق [٦] ، وهى آلة يحصل بها تقاويم الكواكب وعروضها وأبعادها عن الأرض ، ورجوعها والخسوف والكسوف وما يتعلق بها .

«٤» واستخرجت أجوبة مسائل كثيرة سألتنى عنها مهرة المحاسبين امتحانا أو تعلمًا ، وإن لم يحصل بعضها بالست (٣) [٧] الجبرية طفرت فى أثناء هذه الأعمال على ضوابط كثيرة ، تتأتى بها أعمال المقدمات الحسابية ،

(١) يقصد المشاكل التى وقعت لمن سبقه (٢) (من) ناقصة فى المخطوط (٣) يقصد المسائل الجبرية الست

بأسهل وجه ، وأيسر طريق ، وأقل عمل ، وأكثر نفع ، وأبين وضع ، فرأيت أن أدونها ، وأردت أن أبينها ، لتكون تذكرة للأجباب ، وتبصرة لأولى الألباب ، فحررت هذا الكتاب ، وجمعت فيه جميع ما يحتاج إليه المحاسب ، متحرزا (١) عن إشباع مل ، واختصار مغل ، ووضعت لأكثر الأعمال دستورا في الجدول ليسهل ضبطه على المهندسين ، وجميع الجداول الموضوعة في هذا الكتاب ضبطها ، فغاطرى أبو عذره ، ومقتضب حلوه وموره ، إلا سبعة جداول :

(١) من حواصل ضروب ما دون العشرة .

(ب) الشبكة في الضرب .

(ج) من أصول المنازل .

(د) مثال اتحاد الخارج .

(هـ) معرفة مراتب حاصل الضرب وخارج القسمة ، جدول الجيب .

(ز) معرفة حسبة حاصل الضرب والقسمة .

وجعلته برسم لخزانة كتب السلطان الأعظم الأعدل الأعلم الأكرم ، مالك رقاب الأمم ، مولى سلاطين العرب والعجم ، سلطان المشرقين ، خاقان الخافقين ، ملاذ أعظم السلاطين ، ظل الله في الأرضين ، قهرمان الماء والطين ، آية الله في العالمين ، باسط بساط الأمن والأمان ، ناشر العدل والإحسان ، هادم مباني الجور والطغيان ، حافظ بلاد الله برا وبحرا ، ناصر عباد الله شرقا وغربا ، الذي يدار الفلك الدوار على مرامه ، وتنشق الأرض في الهيحاء عن سهم حسابه ، المؤيد بالتأييدات السبحانية ، الموفق بالتوفيقات الربانية ، الملهم بالإلهامات الإلهية ، المظفر على الأعداء بالغنايات الأحدية ، صاحب النفس القدسية ، والكلمات الأنسية ، الأخلاق الملكية ، والشمم الحمدي ، ذى العدل والشوكة والشهامة ، والشجاعة والعز والتمكين ، المنصور بنصرة خير الناصرين ، السلطان ابن السلطان ابن السلطان ، مغيث الحق والدنيا والدين والسلطنة ، ألبنيك كوركان [٨] ، خلد الله معه في الربع المسكون خلافته وسلطانه ، وأوضح «هـ» على العالمين [صدقه] وإحسانه .

اللهم اجعل عين الكمال عن ساحة رفعتة محجوبة مكفوفة ، ويد الحوادث عن بساط سلطنته مبعودة معصورة ، مأمولا من حضرته أن يجعله مقبولا ، ويصحح ما كان معلولا ، ويعفو [عن (٢)] زلله ، ويسد خلله ، فاذا أتمته سمينته مفتاح الحساب ، وأسأل الله أن يوفقني للسداد ، ويهديني سبيل الرشاد ، ملتصقا

(١) في المخطوط محرزا .

(٢) ليست موجودة في الأصل .

من نظر فيه أن يعذرني إن ضعفت العبارة ، ولا يعينني إن وقعت العثرة ، فأنى مقر بالعجز والتقصير ،
ومعترف بالإخلال في التقرير والتحريير ، وجعلته مشتملا على مقدمة وخمس مقالات :

المقدمة في تعريف الحساب والعدد وأقسامه .

المقالة الأولى :

في حساب الصحاح بالأرقام الهندية ، وهي تشتمل على ستة أبواب :

- (أ) في « ٤ » صور الأعداد .
- (ب) ومراتبها في التضعيف والتصنيف والجمع والتفريق .
- (ح) في الضرب .
- (د) في القسمة .
- (هـ) في استخراج الضلع الأول من المضلعات كالجزر والكعب وغيرها في ميزان الأعمال .

المقالة الثانية :

- (أ) في تعريف الكسور وأقسامها .
- (ب) في كيفية وضع أرقام الكسور .
- (ح) في معرفة التداخل والتشارك والتباين .
- (د) في التجنيس والرفع .
- (هـ) في أخذ الكسور المختلفة من مخرج واحد وفي أفراد الكسور المركبة .
- (ز) في التضعيف والتصنيف والجمع والتفريق .
- (ع) في الضرب .
- (ط) في القسمة .
- (ي) في استخراج الضلع الأول من المضلعات .
- (يا) في تحويل كسر من مخرج إلى مخرج (١)
- (يب) في كيفية ضرب الدوانيق والطساسيج والشعيرات بعضها مع بعض .

المقالة الثالثة :

- في طريقة حساب المنجمين ، وتشتمل على ستة أبواب :
- (أ) في معرفة أرقامهم ، وأرقام الجمل وكيفية وضعها .

(١) يقصد من مقام إلى مقام .

(ب) في التضعيف والتصنيف والجمع والتفريق .

(ح) في الضرب .

(د) في القسمة .

(هـ) في استخراج الضلع الأول من المضلعات (١) ، وفي تحويل الأرقام الستينية إلى الهندية ، وبالعكس صحاحا وكسورا .

المقالة الرابعة :

في المساحة ، وتشتمل على مقدمة وتسعة أبواب : المقدمة في تعريف المساحة .

الباب الأول

في مساحة المثلث وما يتعلق بها ، وهو يشتمل على ثلاثة فصول .

(١) في «٦» تعريف المثلث وأقسامه .

(ب) في مساحة المثلث تعميماً واستخراج أبعاده .

(ح) في مساحة المثلث المتساوي الأضلاع تخصيصاً واستخراج أبعاده .

الباب الثاني

في مساحة ذوات الأربعة الأضلاع ، وما يتعلق بها ، وهو مشتمل على خمسة فصول :

(١) في التعريفات .

(ب) في مساحة المربع والمستطيل واستخراج أبعادهما .

(ح) في المعين وذوات المعينين .

(د) في الشبيه بالمعين وذوات الزنقة .

(هـ) في ذى الرجلين والمنحرف .

الباب الثالث

في مساحة ذوات الأضلاع الكثيرة وما يتعلق بها : وهو مشتمل على خمسة فصول .

(١) في التعريفات .

(ب) في مساحتها عموماً واستخراج الأبعاد .

(١) يقصد بها الأس .

(ح) في ما يختص بتساوى الأضلاع والزوايا واستخراج أبعاده .

(د) فيما يختص بالمساحات المتساوية للأضلاع والزوايا .

(هـ) فيما يختص بالمثلثات .

الباب الرابع

في مساحة الدائرة وانقاصها ، أعنى القطاع والقطعة والحلقة ، وغير ذلك وما يتعلق بها : وهو مشتمل على خمسة فصول .

(١) في التعريفات .

(ب) في مساحة الدائرة ، واستخراج المحيط عن القطر وبالعكس .

(ح) في مساحة القطاع والقطعة واستخراج الأبعاد .

(د) في مساحة سائر السطوح التي تحيط بها الخطوط المستديرة .

(هـ) في إيراد جدول الجيب وكيفية العمل به .

الباب الخامس

في مساحة سائر السطوح المستوية إلى غير ما ذكرناه ، كشبه الدائرة ، والمثلث والمدرج وذوات الشرفات وذوات الأضلاع المستديرة وغيرها .

الباب السادس

في مساحة السطوح المستديرة كسطوح الأسطوانات والمخروطات والأكر^(١) وما يتعلق بها وهو مشتمل على ستة فصول .

(١) في التعريفات .

(ب) في مساحة سطح الأسطوانة .

(ح) في مساحة سطح المخروط .

(د) في مساحة سطح الكرة واستخراج قطرها .

(هـ) في مساحة السطح المستدير^(٢) لقطعة الكرة واستخراج أبعادها .

(و) في مساحة ضلع الكرة .

(١) يقصد الكرة .

(٢) يقصد السطح المنحني .

الباب السابع

في مساحة الأجسام يشتمل على ثمانية فصول :

- (أ) في مساحة الأسطوانة « ٧ » .
- (ب) في مساحة المخروط .
- (ج) في مساحة المخروط الناقص .
- (د) في مساحة فضل المخروط ، ومساحة فضل العين المجسم .
- (هـ) في مساحة الكرة .
- (و) في مساحة قطاع الكرة وقطعتها .
- (ز) في مساحة الأجسام المتساويات وأضلاع القواعد .
- (ح) في مساحة سائر الأجسام .

الباب الثامن

في مساحة بعض الأجسام عن وزنه وبالعكس^(١) .

الباب التاسع

في مساحة الأبنية والعمارات ، وهو مشتمل على ثلاثة فصول :

- (أ) في مساحة الطاق والأزج .
- (ب) في مساحة القبة المخوفة .
- (ح) في مساحة مسطوح المقرنسات .

المقالة الخامسة :

في استخراج المجهولات بالجبر والمقابلة والخطأين ، وغيرها من القواعد الحسابية : ويشتمل على أربعة أبواب .

الباب الأول

في الجبر والمقابلة وهو مشتمل على عشرة فصول .

- (أ) في التعريفات .

(١) عن طريق وزنها .

- (ب) في جمع الأجناس كالعدد والشيء^(١) والمال والكعب .
- (ح) في تعريف هذه الأجناس .
- (د) في ضرب هذه الأجناس .
- (هـ) في قسمة هذه الأجناس .
- (و) في جذر هذه الأجناس .
- (ز) في ذكر المسائل الجبرية .
- (ح) في كيفية استخراج المجهول بالمسائل الست المشهورة .
- (ط) في كيفية استخراج المجهول ، إذا انتهى العمل إلى التعادل بين أجناس تكون المناسبة بينها ، كالمناسبة بين أجناس المسائل الست المذكورة .
- (ي) فيما وعدنا بإيراده من المسائل التي استنبطناها .

الباب الثاني

في استخراج المجهول بالخطأين .

الباب الثالث

في إيراد بعض القواعد الحسائية التي يكون الاحتياج اليه^(٢) في استخراج المجهولات كثيرا ، وهي خمسون قاعدة .

الباب الرابع

في الأثلة وهي أربعون مثالا .

أما المقدمة في تعريف الحساب والعدد وأقسامه .

وشأن الموضوع ، الحساب علم لقوانين استخراج مجهولات عديدة ، من معلومات مخصوصة فوضوعه العدد ، وهو ما يقع في العد ، ويشتمل على الواحد وعلى ما يتألف منه ، فهو باعتبار كميته الذاتية ، والمراد بالكمية ما يقع في جواب كم ، أو السكم الاصطلاحي لا يصدق على الواحد ، أي بكونه غير مضاف « ٨ » إلى جملة يسمى صحيحا كالواحد والاثنتين والعشرة والخمسة عشر والمائة .

وباعتبار كميته الإضافية ، أي يكون مضافا إلى جملة يسمى كسرا ، والجملة المنسوبة إليها تسمى مخرجا ، كالواحد من الاثنين وهو النصف ، وكالثلاثة من الخمسة وهو ثلاثة أخماس الواحد .

(١) الشيء هو المجهول س . المال هو س^٢ والكعب هو س^٣ .

(٢) صحتها الاحتياج إليها .

والعدد أيضاً إما مفرد وإما مركب .
فالمفرد ما وقع في مرتبة واحدة ، كالواحد والاثني والعشرة ، والتسعين ، وثلاثين ألفاً ، وقد يسمى
الواحد في أى مرتبة كان بالمجرد ، كالواحد والعشرة والألف .
والمركب ما وقع في مرتبتين أو أزيد ؛ كأحد عشر ، ومائة وثلاثة وثلاثين .
والعدد أيضاً إما زوج ، وهو ما ينقسم لمتساويين صحيحين ، وإما فرد فهو ما لا ينقسم بهما . والزوج
ثلاثة أقسام :
زوج الزوج ، وهو ما يقبل التصنيف إلى الواحد كالثمانية وستة عشر .
وزوج الزوج والفرد ، وهو ما لم يقبل ذلك ، لكنه ينتصف أكثر من مرة واحدة ، كاثني عشر
وعشرين .
وزوج الفرد وهو ما ينتصف مرة واحدة فقط كالعشرة والثلاثين [٩] .

الشافعي
صحيح بن الأثر

المقالة الأولى

في حساب الصحاح وتشتمل على ستة أبواب

الباب الأول

في صور الأعداد ومراتبها

اعلم أن حكماء الهند وضعوا تسعة أرقام للعقود التسعة المشهورة على هذه الصورة [١٠] :

٩ ٨ ٧ ٤ ٨ ١٤ ٣ ٢ ١

وأما المراتب فهي مواضع الأرقام المتوالية من اليمين إلى اليسار في الصف ، وقد سموها الموضوع^(١) الأول مرتبة الآحاد ، والموضع الذي عن يساره مرتبة العشرات ، فالذي عن يساره مرتبة المئات ، ثم بعد ذلك سموا ثلاثة مواضع ، تنجى بعد الثلاثة الأولى آحاد الألوف ، وعشرات الألوف ، ومئات الألوف ، وهكذا يتزايد الألف بتزايد الأدوار ، أعني المواضع الثلاثة الآتية عقب الأخرى بالغاً ما يبلغ .

فاعلم أن كل صورة من الصور التسع إذا وقعت في أولى المراتب ، كانت علامة «٩» أحد الأعداد من الواحد إلى التسعة المذكورة ، وإن وقعت في المرتبة الثانية ، كانت علامة أحد العقود التسعة للعشرات التي هي من العشرة إلى التسعين ، وإن وقعت في تالية المراتب كانت علامة أحد العقود التسعة للمئات ، وعلى هذا القياس .

وكل مرتبة لا يكون هناك فيها عدد ، يجب أن يوضع فيها صفر على صورة دائرة صغير ، لئلا يقع خلل في المراتب ، مصورة العشرة هكذا ١٥ ، وصورة المائة هكذا ١٥٥ ، صورة ثلاثمائة وخمسة وستين ٣ ٤ ٩

وصورة ثلاثة وأربعين ألف ألف وثمانماية وثلاثة وشرين ألف ألف وأربعة آلاف وخمسة وستين هكذا :

٢٤ ٣ ٨ ٢ ٣ ٥ ٥ ٢٤ ٥ ٤ ٩

(١) صحتها الموضوع وهي خطأ من الناسخ .

وإذا عرفت ذلك ، فاعلم أن من الأعمال الحسابية ، مثل التضعيف [١١] والتنصيف ، والجمع والتفريق ، الضرب والقسمة ، وغيرها فيما دون العشرة من الأحاد ، على المحاسب أن يجعلها ملكة في الذهن ، حتى تمكن له العمل فيما زاد عليها .

الباب الثاني

في التضعيف والتنصيف والجمع والتفريق

أما التضعيف فهو زيادة عدد على عدد يساويه ، والعمل فيه أن نكتب أرقام العدد الذي نريد أن نضعفه في سطر ، ونبدأ من جانب اليمين ، ونضعف ما في كل مرتبة بصورته ، أي على تقدير وقوعه في مرتبة الأحاد ، ونضع الحاصل تحته محاذياً له ، أو فوقيه إن كان أقل من العشرة .

وإلا ما زاد على العشرة ، فنزيد للعشرة واحداً على حاصل تضعيف ما في المرتبة التي من يساره ، بأن نحفظ للعشرة واحداً في الذهن ، حتى إذا ضعفنا ما في يساره نزيد الواحد على الحاصل إن كان في يساره عدد ، وإلا نضع الواحد في يساره ، وإن كان الحاصل عشرة بلا زيادة ونقصان ، فنضع صفراً تحت تلك المرتبة ، ونحفظ للعشرة واحداً في الذهن للرفع .

مثاله :

أردنا أن نضعف هذا العدد ٦٥٢٠٧٨ ^(١) ، بدأنا بالثمانية «٨» وضعفناها ، فصارت ستة عشر ، وضعفنا الستة تحت الثمانية ، وحفظنا للعشرة واحداً في الذهن للرفع ، ثم ضعفنا السبعة فصارت أربعة عشر ، زدنا عليها الواحد المحفوظ في الذهن ، فصارت خمسة عشر ، وضعفنا الخمسة تحت السبعة ، ووضعنا للعشرة واحداً تحت الصفر الموضوع في يسارها ، ثم ضعفنا الاثنين فصار ^(٢) أربعة ، وضعفناها تحت الاثنين ؛ ثم ضعفنا الخمسة فصارت عشرة ، وضعفنا صفراً تحت الخمسة ، وحفظنا للعشرة واحداً في الذهن للرفع ، ثم ضعفنا الستة فصارت اثنتي عشرة ، زدنا عليها الواحد المحفوظ فصارت ثلاثة عشر ، وضعفنا الثلاثة تحت الستة ، وواحداً على يساره للعشرة ، فما حصل تحت صفر العدد فهو [الط ^(٣)]

٦٥٢٠٧٨

١٣٠٤١٥٦

(١) الأعداد في المخطوط مكتوبة بالأرقام الهندية ، وقد كتبناها بالأرقام العربية لعدم وجود الأرقام الهندية في الطباعة .

(٢) صحتها فصارت .

(٣) المط هنا يقصده المطلوب اختصاراً .

وأما التنصيف فهو تحصيل نصف العدد .

فالمعمل فيه أن نضع أرقام العدد الذي نريد أن ننصفه في سطر ، ونبدأ من الجانب الأيسر ، وننصف ما في كل مرتبة بصورته ، فإن كان زوجا فنضع نصفه تحته ، وإن كان فردا فنضع الصحيح من نصفه تحته ، ونحفظ لكسر النصف الذي مع الصحيح خمسة في الذهن حتى إذا نصفنا (١) ما في المرتبة التي تتقدمه من جانب اليمين ، نزيد على نصفه الخمسة المحفوظة للنصف [إن (٢) كان هناك عدد ، وإن كان هناك صفر فنضع الخمسة المحفوظة للنصف تحته] وإن لم يتقدمه شيء ، فنضع علامة النصف تحت هذا الصحيح على هذه الصورة .

مثاله :

١
٢

أردنا أن ننصف هذا العدد ٤٠٩٠٥٢٧

بدأنا بالأربعة ونصفناها فصارت اثنين ، وضعناها تحت الأربعة ، ولأنه (٢) ليس للصفر نصف ، وضعنا تحته صفرا ، ثم نصفنا التسعة فصارت أربعة ونصفا ، وضعنا الأربعة تحت التسعة ، ووضعنا للنصف خمسة تحت الصفر الذي يتقدم « ١١ » التسعة ، ثم نصفنا الخمسة فصارت اثنين ونصفا ، وضعنا الاثنين تحت الخمسة ، وحفظنا للنصف خمسة في الذهن ، ثم أخذنا نصف الاثنين وهو الواحد ، وزدنا عليه الخمسة المحفوظة في الذهن حصلت ستة ، وضعناها تحت الاثنين ، ثم نصفنا السبعة فصارت ثلاثة ونصفا وضعنا الثلاثة تحت السبعة ، ووضعنا تحت الثلاثة هذه الصورة ١
٢ للنصف فما حصل تحت صف (٤) العدد فهو المطلوب

٤٠٩٠٥٢٧

٢٠٤٥٢٦٣

وأما الجمع وهو زيادة عدد على عدد آخر ، فالمعمل فيه أن نضعهما متحاذاين ١
٢ في سطرين :

الآحاد حذاء الآحاد والعشرات حذاء العشرات ، وكذلك في سائر المراتب ، ثم نبدأ من الجانب الأيمن ، ونزيد ما في كل مرتبة بصورته على ما يحاذيه ، ونضع الحاصل تحتهما ، فإن كان الحاصل عشرة أو أزيد نضع صفرا أو ما زاد عليها ، ونزيد للعشرة واحدا على ما في يساره كما ذكرنا في التضعيف ، وإن كان لاحدها مراتب لا يكون لها نظائر في الآخر ، نقلناها بعينها إلى سطر الحاصل ، ونخط بينهما وبين الحاصل خطا للتمييز

(١) في ت نصف

(٢) في ت ولأن

(٣) هذا السطر غير موجود في ت وموجود في ل

(٤) غير موجود في ت

مثاله :

أردنا أن نزيد هذا العدد ٦٧٠٢٤ على هذا العدد ٥٢٩٤٨٥٣ ، وضعناهما كما قلنا ، وبعد الفراغ عن العمل تكون صورته هكذا

العددان ^(١) المراد جمعهما	٦٧٠٢٤ ٥٢٩٤٨٥٣
الحاصل الضرب	٥٣٦١٨٧٧

ولو أردنا أن نجمع ثلاثة أعداد أو أزيد ، نضعها صفًا بعد صف ، بحيث تكون الأحاد كلها متحاذاة ، وهكذا سائر المراتب ، ثم نبدأ بمرتبة الأحاد ، ونجمع ما فيها ، ونضع آحاد الحاصل تحتها ونزيد للعشرات لكل عشرة واحدًا على حاصل جمع ما في يسارها ، وهكذا نعمل بسائر المراتب ، مثاله هكذا :

الأعداد ^(٢) التي نريد أن نجمعها	٩٨٤٥ ١٤٢٣ ٧٩٠٦
المجموع	١٩١٧٤

وأما التفريق ، وهو نقصان عدد عن عدد ليس أقل منه ، فالعمل فيه أن نضعها كما ذكرنا في الجمع بعينه ، ونبدأ من الجانب «١٢» الأيمن ، وننقص ما في كل مرتبة من صورته من النقوص عما يحاذيه من النقوص منه ، ونضع الباقي تحته إن بقي شيء ، وإن لم يبق شيء فنضع هناك صفراً ، وإن لم يكن نقصان ما في مرتبة عما يحاذيه بأخذ واحد من عشراته ، أي مما يليه من الأيسر ، فيكون بالنسبة إلى تلك المرتبة عشرة ، فننقصه منها ، ونزيد الباقي على المحاذي من النقوص منه ، وإن لم يكن في عشراته عدد نأخذ من مئاته واحداً ، وهو عشرة

(١) في ت العددين اللذان نريد أن نجمعهما

(٢) في ل العددين بدلا من الأعداد ، ونأخذ بقية السكلام

(٣) في ت أو بالذهن

بالنسبة إلى عشراته ، ووضعنا تسعة منها في عشراته بالكتابة أو في (١) الذهن لبقى واحد ، ونعمل به ما قلنا ، وعلى ذلك القياس

مثاله :

أردنا أن ننقص هذا العدد ٧٠٣٦ من هذا العدد ٩٨٥٧٩٢ ، وضعناها كما قلنا ، وبعد الفراغ عن العمل يكون على هذه الصورة

المنقوص	٧ ٠ ٣ ٦
المنقوص منه	٩ ٨ ٥ ٧ ٩ ٢
الباقى	٩ ٧ ٨ ٧ ٥ ٦

الباب الثالث

في الضرب

وهو في الصحاح طلب أمثال أحد العددين بعدة الآخر ، ويسمى مضروباً فيه ، والتعريف الجامع هو تحصيل عدد تكون نسبته إلى أحد المضروبين كنسبة المضروب الآخر إلى الواحد [١٢] ، أما ضرب ما دون العشرة بعضها في بعض فقد أوردناه في جدول ووضعنا أحد المضروبين في طول الجدول والآخر في عرضه ، وحاصل الضرب في الموضع المحاذى لهما إلى ملتقاها ، فعلى المحاسب أن يحفظه [ويمكنه (٢)] في الذهن ليسهل عليه العمل بما زاد عليه والجدول هذا

	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
٩	٨١	٧٢	٦٣	٥٤	٤٥	٣٦	٢٧	١٨	٩
٨	٧٢	٦٤	٥٦	٤٨	٣٩	٣٠	٢١	١٢	٦
٧	٦٣	٥٤	٤٥	٣٦	٢٧	١٨	٩	٦	٣
٦	٥٤	٤٥	٣٦	٢٧	١٨	٩	٦	٣	٢
٥	٤٥	٣٦	٢٧	١٨	٩	٦	٣	٢	١
٤	٣٦	٢٧	١٨	٩	٦	٣	٢	١	٠
٣	٢٧	١٨	٩	٦	٣	٢	١	٠	٠
٢	١٨	٩	٦	٣	٢	١	٠	٠	٠
١	٩	٦	٣	٢	١	٠	٠	٠	٠

(١) في ت أو بالذهن

(٢) موجودة في ت فقط

٤٥	٤٠	٣٥	٣٠	٢٥	٢٠	١٥	١٠	٥	٥
٥٤	٤٨	٤٢	٣٦	٣٠	٢٤	١٨	١٢	٦	٦
٦٣	٥٦	٤٩	٤٢	٣٥	٢٨	٢١	١٤	٧	٧
٧٢	٦٤	٥٦	٤٨	٤٠	٣٢	٢٤	١٦	٨	٨
٨١	٧٢	٦٣	٥٤	٤٥	٣٦	٢٧	١٨	٩	٩

وأما ضرب ما فوق العشرة فإن كان أحد الضرويين مفردا يضرب العدد المفرد بصورته إن كان أكثر من الواحد في كل واحد مما في مراتب المضروب فيه ، ونضع آحاد الحاصل تحت تلك المرتبة «١٣» محاذية لها بعد أن تحط بينهما بفاصلة ، وعشراته على يساره إن كان مع الحاصل عشرات .

ويكون آحاد كل حاصل محاذية لعشرات ما يتقدمه ، فيحصل (١) تحت الحط الفاصل في أكثر الحال سطران ، نجمعهما كما ذكرنا في عمل الجمع ، ونضع للحاصل سطراً آخر ، ونقلنا إليه أصفار المضروب فيه إن كانت معه ، ثم نضع على يمين سطر الحاصل صفراً أو أصفاراً بعدة الأصفار التي كانت مع المفرد المضروب إن كانت معها .

مثاله :

أردنا أن نضرب أربعة في هذا العدد ٥٦٧٨٠٠

ضربنا (٢) الأربعة في الثمانية حصل ٣٢ وضعنا ٢ تحت ٨ والثلاثة تحت السبعة في جنبها ، ثم ضربنا أيضاً أعني الأربعة في السبعة حصل ٢٨ وضعنا الثمانية بحذاء السبعة تحت ٣ ، والاثني على يسار الثمانية ، ثم ضربناها في الأربعة حصل ١٦ وضعنا الستة تحت الأربعة ، والواحد في يسارها ، ثم ضربناها في الخمسة حصل ٢٠ وضعنا الصفر حذاء الخمسة تحت الواحد والاثني على يساره ، فوق تحت الحط الفاصل سطران ، جمعناها كما ذكرنا في عمل الجمع ، ونقلنا الصفرين اللذين مع المضروب فيه إلى سطر الحاصل ، حصل هذا العدد ٢١٩١٢٠٠

(١)	٥٦٧٨٠٠	أقيم في هذا العدد
	١٦٣٢	سطر العمل
	٢٠٢٨	
	٢١٩١٢٠٠	حاصل الضرب

$$\begin{array}{r}
 ٥٦٧٨٠٠ \times ٤ \\
 \hline
 ١٦٣٢ \\
 ٢٠٢٨ \\
 \hline
 ٢١٩١٢٠٠
 \end{array}$$

(٤) مخطوطات

(٣) مخطوط ل

(٢) في ت ضرب

(١) في ت فصل

وإن لم يكن^(١) للفرد المضروب من الآحاد كأربعة آلاف مثلاً ، نضع على يمين الحاصل الأصفار الثلاثة التي مع الفرد المضروب ، الذي هو أربعة آلاف ليصير الحاصل هكذا ٢١٩١٢٠٠٠٠٠ ، وإن كان الفرد المضروب مجرداً أعنى يكون واحداً في أى مرتبة كان ، نقلنا الأصفار التي معه إلى يمين المضروب فيه فحسب ، وإن لم يكن أحد المضروبين مفرداً ، فترسم شكلاً ذا أربعة أضلاع ، ونقسم طوله بعدة مراتب أحد المضروبين ، وعرضه بعدة الآخر بخطوط طولية وعرضية ، لنقسم الشكل بمربعات صغار ، ثم نقسم كل مربع بمثلثين فوقاني وتحتاني بخطوط موزعة متوازية ، بحيث تنقسم من كل مربع الزاوية الفوقانية « ١٤ » اليمنى والتحتانية اليسرى ، ويسمى هذا الشكل بالشبكة .

ثم نضع أحد المضروبين فوق الشكل بحيث تقع كل مرتبة منه فوق مربع على الولا^(٢) ، والآخر على يساره بحيث تكون العشرات فوق الآحاد ، والمئات فوق العشرات ، وهكذا متصاعدة ، ونضرب كل واحد من مفردات المضروب بصورته في كل واحد من مفردات المضروب فيه بصورته ، ونضع الحاصل في المربع المحاذي لكل واحد من المضروبين .

الآحاد في المثلث التحتاني والعشرات في المثلث الفوقاني ، وكل مرتبة يكون فيها صفر ، تترك^(٣) المربعات التي تحاذيها خالية ، أو نضع في مثلثاتها^(٤) التحتانية صفراً ، لأن ضرب الصفر في أى عدد يكون صفراً ، ثم نضع تحت المثلث التحتاني من المربع الواقع على ملتقى مرتبتي الآحاد من المضروبين ما فيه بعينه ، وهو أول سطر الحاصل .

ثم يجمع ما بين الخططين الموربين اللذين كان بعده ، ونضع الحاصل على يسار ما وضعنا أولاً ، في السطر الحاصل فإن كان أقل من العشرة ، وألأضع آحاده ، ونزيد لكل عشرة واحداً على حاصل الضرب^(٥) المورب الذي كان بعده ، وهكذا نجعل ما في كل سطر مورب إلى أن يتم العمل^(٦) ، وإن لم يكن في أحد السطور الموزبة عدد وضعنا لأجله صفراً في السطر الحاصل .

مثاله :

أردنا أن نضرب هذا العدد ٨٧٠٦ في هذا العدد ١٧٥ فرسمنا الشكل كما قلنا ، ووضعنا المضروبين فوقه ويساره ، ثم ضربنا السبعة التي وقعت في مرتبة الألوف بصورته في الواحد ، فكان الحاصل أيضاً سبعة ، وضعناها في المثلث التحتاني من المربع الواقع في ملتقاها ، ثم ضربنا السبعة أيضاً في السبعة حصلت تسعة وأربعون وضعناها في ملتقاها : الآحاد « ١٥ » في المثلث التحتاني والعشرات في الفوقاني ، ثم ضربناها في الخمسة ووضعنا الحاصل كذلك في ملتقاها ، وهكذا عملنا بالثمانية التي وقعت في مرتبة المئات ، وبالسبعة التي وقعت في مرتبة الآحاد ، وتركنا السطر المحاذي للصفر خالياً ، ثم جمعنا ما في كل سطر من السطور الموزبة كما ذكرنا في الموامرة ، إلى أن يحصل^(٧) تحت الشكل سطر الحاصل والشبكة .

(٢) يقصد على التوالي

(٥) في ل السطر

(١) ولو كان للفرد المضروب ليس من الآحاد (ت)

(٤) في ل مثلثها

(٣) في ت فتترك

(٧) في ل حصل

(٦) ليست هذه الكلمة في ت

	٧	٨	٠	٦
١	٧	٨	٠	٦
٧	٤	٥	٠	٤
٥	٣	٤	٠	٣
	١	٣	٦	٦
	٠	٥	٠	٠

وإن كان في مرتبة الآحاد من أحد المضروبين أو كليهما صفر ، [وكان في الآحاد (١) والعشرات معاً] ، أو في الآحاد والعشرات والمئات وهكذا في المراتب المتوالية من الجانب الأيمن ، لم نحتاج إلى أن نرسم الشبكة بقدر جميع مراتب المضروب والمضروب فيه ، كما ذهب إليه (٢) بعض أصحاب هذا الفن ، بل ترسم الشبكة بقدر باقى المراتب بعد حذف الأصفار المتوالية ، حتى إذا حصل سطر الحاصل ، نضع الأصفار (٣) على يمينه بعدة مجموع الأصفار المتوالية التى حذفناها من المضروبين أو من أحدهما .

نوع آخر :

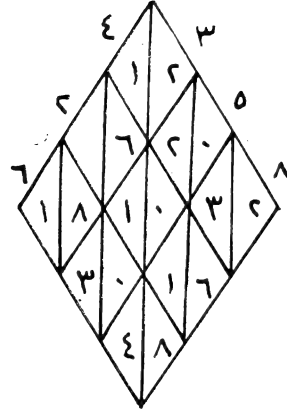
لنا أن نرسم الشبكة موزبة ، ونقسم كل مربع منها بمثلثين بخطوط طولية ، بحيث تنقسم من كل مربع الزاويتان المتقابلتان ، أعنى فوقانية والتحتانية ، ثم نضع أحد المضروبين على خارج الضلع الأيمن فوقانى ، والآخر على الأيسر فوقانى على الولاء من اليمين إلى اليسار ، ونضرب كل واحد من مفردات المضروب فى كل واحد من مفردات المضروب فيه .

ونضع الحاصل فى المربع الذى وقع فى ملتقاها ، الآحاد فى المثلث الأيمن والعشرات فى المثلث الأيسر إلى أن يتم ، ثم نخط تحت الشبكة خطأ ، ونضع ما فى المثلث الأيمن الذى وقع فى الزاوية اليمنى من الشبكة تحت الخط بعينه ، ثم نجتمع ما كان فيما بين الخطين الطويلين اللذين عن يساره ، ونضع الحاصل « ١٦ » على يسار ما وضعناه (٤) أولاً ، ثم ما فى السطر الذى عن يساره وهكذا إلى أن يتم .

مثاله :

أردنا أن نضرب هذا العدد ٣٥٨ فى هذا العدد ٦٢٤ ، رسمنا الشبكة الموزبة كما ذكرنا وتممنا العمل على هذه الصورة .

-
- (١) غير موجودة فى ت
(٢) فى ت عليه
(٣) فى ت نضع على يمينه صفراً أو أصفاراً بعدة مجموع الأصفار المتوالية .
(٤) فى ت ما وضعنا



٢٢٣٣٩٢

نوع آخر :

لا يحتاج فيه إلى رسم الشبكة مستنبط عن النوع المتقدم .

والعمل فيه أن نضرب ما في أول مراتب المضروب ، أعنى من جانب اليمين بصورته في كل واحد مما في مراتب المضروب فيه بصورته أخذاً من اليمين إلى اليسار ، ونضع الحاصل الأول . وإن لم يكن مع الحاصل عشرات نضع موضعها صفراً ، وهكذا نعمل في كل ضرب لئلا يتخلل ، ونضع آحاد الحاصل الثاني تحت عشرات الحاصل الأول وآحاد الثالث تحت عشرات الثاني .

وهكذا نضع آحاد كل حاصل تحت عشرات حاصل كل ضربه في المرتبة المتقدمة منه بالغاً ما بلغ ، ثم نبدأ بضرب ما في باقى مراتب المضروب بصورته في كل واحد مما في مراتب المضروب فيه بصورته ، أخذاً من اليمين إلى اليسار أيضاً ، ونضع آحاد الحاصل الأول فوق عشرات حاصل ضرب أول^(١) مراتب المضروب في أول مراتب المضروب فيه . وآحاد الثاني تحت عشرات الأول . وهكذا^(٢) إلى أن يتم .

ثم نبدأ بضرب ثالث مراتب المضروب بصورته في كل واحد مما في مراتب المضروب فيه بصورته كما ذكرنا ونضع آحاد الحاصل الأول فوق عشرات حاصل ضرب المرتبة المتقدمة من المضروب في المرتبة الأولى من المضروب فيه . وهكذا إلى أن يتم العمل « ١٧ » فحصل أعداد بعضها فوق بعض . نجتمعها كما هو رسم الجمع . فما حصل فهو المطلوب .

مثاله :

أردنا أن نضرب أحد العددين المذكورين في الآخر : وهما ٣٥٨ ، ٦٢٤ .

بدأنا بضرب الثمانية في الأربعة أولاً حصل ٣٢ وضعناه . ثم ضربنا الثمانية أيضاً في الاثنين حصل ١٦ . وضعناه بحيث وقعت الستة تحت الثلاثة . ثم ضربنا الثمانية أيضاً في الستة حصل ٤٨ وضعناه بحيث وقعت الثمانية تحت الواحد . ثم بدأنا بالخمسة وضربناها في الأربعة أولاً حصل ٢٠ وضعناه بحيث وقع الصفر فوق الثلاثة .

(٢) في ت هكذا

(١) في ت حاصل أول ضرب

ثم ضربنا الخمسة المذكورة في الاثنين حصل ١٠ وضعناه بحيث وقع الصفر تحت الاثنين^(١) . [ثم ضربنا الخمسة في الستة حصل ٣٠ وضعناه بحيث وقع الصفر تحت الواحد]^(٢).

ثم بدأنا بالثلاثة وضربناها في الأربعة أولاً حصل ١٢ وضعناه بحيث وقع الاثنان فوق الاثنين . ثم ضربنا الثلاثة في الاثنين حصل ٦ وضعناها تحت الواحد . ووضعنا على يسار الستة صفراً لئلا يتخلل . ثم ضربنا الثلاثة في الستة حصل ١٨ وضعناه بحيث وقعت الثمانية تحت الصفر . فحصل أعداد بعضها فوق بعض جمعناها كما ذكرنا في عمل الجمع هكذا .

$$\begin{array}{r}
 ١٢ \\
 ٠٦٢٠ \\
 ١٨١٠٣٢ \\
 ٣٠١٦ \\
 ٤٨ \\
 \hline
 ٢٢٣٣٩٢
 \end{array}$$

الحاصل

نوع آخر :

يضرب كل واحد من مفردات المضروب بصورته على الولاة في المضروب فيه بطريق ما كان أحد المضروبين مفرداً كما ذكرنا ، حتى يحصل من كل ضرب في أكثر الحال سطران ، نخط تحتها خطاً عرضياً ، ونضع كل السطرين^(٣) اللذين حصلنا من ضرب تحت آخرين على الولاة ، بحيث يقع آحاد كل السطرين محاذية لعشرات السطرين المتقدمين عليهما ، فتحصل أعداد بعضها فوق بعض نجمعها كما هو رسم الجمع .

مثاله :

أردنا أن نضرب هذا العدد ٤٥٦ في « ١٨ » هذا العدد ٢٧٨٣ عملنا هكذا :

	٤٢١٨		٤٢١٨		
	١٢٤٨		١٢٤٨		
	٣٥١٥		٣٥١٥		
	١٠٤٠		١٠٤٠		
	٢٨١٢		٢٨١٢		
	٨٣٢		٨٣٢		
	١٢٦٩٠٤٨		١٢٦٩٠٤٨		
(٤)		شرح			
		ثم ٥ ×			
		ثم ٤ ×			
		ثم يجمع			

(١) في ل تحت الواحد وهو خطأ (٢) في ن ، ت هذه الجملة غير المذكورة وهي ناقصة أضفناها لتستقيم عملية الضرب (٣) في ل سطرين وفي ت السطرين (٤) هذا الشرح من عندنا

ولا يخفى ذلك على الذكى إذا تأمل فيه ، وهذا النوع أسهل من سائر الأنواع ، إلا أن الشبكة اقرب إلى فهم المبتدئين ، وإن كانت مراتب المضروب والمضروب فيه كثيرة ، فالأولى أن يزيد أحدهما على نفسه ثم على المجموع ، ثم على المجموع هكذا ، ثماني مرات أو تسعا .

ونضع كل حاصل تحت الحاصل المقدم فى جدول ، بحيث تكون الأحاد كلها متحاذاة ، وكذلك كل مرتبة ، فهى حواصل ضربه فى الأرقام التسعة ، ونضع على يمينها الأرقام التسعة فى جدول آخر ، بحيث يكون كل حاصل بإزاء المضروب فيه من الأرقام التسعة ، نسميه بجدول تضاعيف ذلك العدد ، ثم ندخل فيه ونأخذ بإزاء أحاد المضروب الآخر ، ثم بإزاء عشراته ثم بمئاته وهكذا إلى آخره .

ونضع المأخوذ الثانى تحت الأول بحيث يكون آحاده محاذية لعشرات الأول ، والمأخوذ الثالث تحت الثانى بحيث يكون آحاده تحت عشرات الثانى وهلم جرا ، ثم نجمع الجميع والحاصل هو المطلوب ، وجدول تضاعيف أحد المضروبين المذكور فى العمل المتقدم هكذا ، وعمل الضرب المذكور عنه هكذا ، وجميع ما فى هذا الباب مما استنبطته سوى الشبكة الأولى [١٣] .

أخذنا بإزاء الستة	١٦٦٩٨
» الحسة »	١٣٩١٥
» الأربعة »	١١١٣٢
الحاصل	١٢٦٩٠٤٨

٢٧٨٣	١
٥٥٦٦	٢
٨٣٤٩	٣
١١١٣٢	٤
١٣٩١٥	٥
١٦٦٩٨	٦
١٩٤٨١	٧
٢٢٢٦٤	٨
٢٥٠٤٧	٩
٢٧٨٣٠	١٠

الباب الرابع

فى القسمة :

«١٩» وهى فى الصحاح تجزئة المقسوم بأحاد المقسوم عليه تجزئة متساوية العدة ، ليتعين حصة الواحد من المقسوم عليه ، ويسمى تلك الحصة خارج القسمة .

وتعريفها الجامع أنها تحصيل عدد نسبته إلى الواحد كنسبة المقسوم إلى المقسوم عليه ، والعمل فيها أن نضع

أرقام العدد المقسوم ، ونخط على فوقه خطاً في العرض ، ثم نخط بين كل مرتبتين خطاً طويلاً ، مبتدئاً من الخط العرضي إلى حد ما ، ثم نضع المقسوم عليه تحت المقسوم بمسافة بحيث يحاذي آخر مراتب المقسوم عليه آخر مراتب المقسوم ، إن كان المقسوم عليه أقل مما يحاذيه من المقسوم بغير اعتبار جنسية المراتب^(١) ، أى غير مالا يحاذيه ، وألاً نضعه بحيث يحاذي ما في يمين آخر مراتب المقسوم آخر مراتبه ، وكذا يحاذي مما يحاذي^(٢) كل مرتبة تتقدمه لما يتقدم من الآخر .

ثم نطلب أكثر عدد من الأحادي يمكن أن نضربه في واحد واحد من مفردات المقسوم عليه بصورته ، ونقص الحاصل مما يحاذيه من المقسوم ، ومما في يساره إن كان في يساره شيء ، فإذا وجد مثل هذا العدد نضعه^(٣) خارج الجدول على فوق الخط العرضي محاذياً لأول^(٤) مراتب المقسوم عليه ، ونضربه في كل واحد من مفردات المقسوم عليه ، ونقص الحاصل مما يحاذيه أو منه ، ومما عن يساره إما في الذهن أو بالكتابة ، ونضع الباقي تحته إن بقي شيء بعد أن نخط بينهما خطاً عرضياً^(٥) ، ليدل على محو ما فوقه وإثبات ما تحته .

وينبغي أن يكون الباقي بعد نقصان حاصل كل ضرب في سطر واحد ، ولا يكون في ذلك السطر شيء من الأرقام التي في حكم المحو ليسهل على المحاسب استئناف العمل ، بخلاف ما ذهب إليه^(٦) المتقدمون ، ويجب أن يكون ما يحاذي للمقسوم عليه مما يبقى من المقسوم أقل منه بصورته .

ثم ننقل أرقام المقسوم عليه إلى جانب اليمين بمرتبة واحدة ، بعد أن نخط على فوق ما كان أولاً خطأً عرضياً^(٧) ، ليدل على محو ما تحته وإثبات « ٢٠ » ما فوقه ، لأن وجه المقسوم عليه في العمل إلى فوق ، ووجه المقسوم فيه إلى تحت ، أو ننقل أرقام ما تبقى من المقسوم إلى جانب اليسار بمرتبة واحدة ، بعد أن نخط تحت ما كان أولاً خطأً عرضياً ، ليدل على محو ما فوقه وإثبات ما تحته^(٨) ،

ثم نطلب أكثر عدد بالصفة المذكورة ونضعه على يمين ما وضعناه أولاً ليكون محاذياً لأولى مراتب المقسوم عليه ، ونعمل به ما عملنا بالأولى ، وإن لم يوجد نضع صفراً في ذلك المكان ، ثم ننقل أرقام المقسوم عليه إلى اليمين أو أرقام ما يبقى من المقسوم إلى اليسار بمرتبة أخرى .

وهكذا نعمل إلى أن نصير المرتبة الأولى من المقسوم محاذياً للمرتبة الأولى من المقسوم عليه ، وتتم العمل [وح]^(٩) يكون ما وضع في السطر الأعلى الذي فوق الخط العرضي خارج القسمة ، ونسميه سطر الخارج ، وهو عدد صحيح محسوب باعتبار المراتب ؛ وإن بقي من المقسوم شيء فهو كسر ؛ مخرجه عدد المقسوم عليه .

(٢) غير موجود في ت

(٤) في ت لأولى

(٦) في ت عليه

(٨) غير موجود في ت

(١) في ت الراتب

(٣) في ت نضع

(٥) في ت خطة عرضية

(٧) في ت خطة عرضية

(٩) يقصد وحينئذ

مثاله :

أردنا أن نقسم هذا العدد ٣٥٦٥٩٠٨ على هذا العدد ٤٧٥

رسمنا الجدول ووضعنا المقسوم والمقسوم عليه كما ذكرنا وطلبنا أكثر عدد من الأحاد بالصفة المذكورة فوجدناه^(١) سبعة ؛ وضعناها فوق الخط العرضي الذي فوق المقسوم محاذية لأولى مراتب المقسوم عليه ؛ وضربناها أولاً في الأربعة حصل ٢٨ نقصناه مما يحاذي الأربعة ؛ ومما عن يسارها أعنى عن ٣٥ إما في الذهن أو بعد وضع الحاصل أعنى ٢٨ تحت ٣٥ فبقيت سبعة وضعناها تحت الخمسة بعد أن خططنا بينها وبين ٣٥ خطأ عرضياً ؛ ثم ضربنا السبعة أيضاً في السبعة التي عن يمين الأربعة حصل ٤٩ نقصناه مما يحاذي السبعة ؛ ومما عن يسارها أعنى ٧٦ بقي ٢٧

وضعنا السبعة في جدول الستة تحتها ؛ وللعشرين اثنين تحت السبعة ؛ بعد أن خططنا فوق ٢٧ الخط الفاصل ؛ «٢١» ثم ضربنا السبعة في الخمسة حصل ٣٥ نقصناه مما يحاذي الخمسة ؛ ومما عن يسارها أعنى ٢٧٥ ووضعنا الباقي كما ذكرنا .

وقد حان أن ننقل المقسوم عليه إلى جانب اليمين أو الباقي من المقسوم إلى جانب اليسار ؛ ففي الصورة الأولى خططنا فوق المقسوم عليه خطأ عرضياً ؛ ونقلناه بمرتبة واحدة إلى اليمين ، وفي الصورة الثانية خططنا تحت ما بقي من المقسوم خطأ عرضياً ؛ ونقلناه بمرتبة إلى اليسار ؛ ثم طلبنا أكثر عدد من الأحاد بالصفة المذكورة فوجدناه خمسة ؛ وضعناها على يمين السبعة محاذية لأولى مراتب المقسوم عليه المنقول ؛ وعملنا بها ما ذكرنا ؛ ثم نقلنا المقسوم عليه إلى اليمين كما في الصورة الأولى ؛ أو الباقي من المقسوم إلى اليسار كما في الصورة الثانية مرة أخرى كما وضعنا .

ثم طلبنا أكثر عدد من الأحاد بالصفة المذكورة ؛ فلم نجد لأن المقسوم عليه [ح ، و^(٢)] أكثر مما يحاذيه من المقسوم ؛ فوضعنا صفراً على يمين ما وضع في سطر الخارج ؛ ونقلنا المقسوم عليه إلى اليمين بمرتبة في الصورة الأولى ؛ والمقسوم إلى اليسار في الصورة^(٣) الثانية ؛ وطلبنا أكثر عدد من الأحاد بالصفة المذكورة فوجدناه سبعة ؛ فعملنا بها ما ذكرنا ؛ فاتهى العمل وبقي من المقسوم تحت الخط الفاصل ثلاثة وثمانون ؛ وذلك على ما يجب ؛ أقل من المقسوم عليه والخارج من القسمة سبعة آلاف وخمسمائة وسبعة من الصحاح وثلاثة وثمانون جزءاً من أربعائة وخمسة وسبعين إذا فرض واحداً .

واعلم أن ما ذكرنا كان على تقدير أن ينقص حاصل كل ضرب^(٤) من المقسوم في الذهن ؛ لكننا أوردنا مثلاً

(٢) يقصد حيثئذ

(٤) في ل عن

(١) في ل فوجدنا

(٣) غير موجود في ت

الصورة الثانية						
٧	٥	٠	٧			
٨	٠	٩	٥	٦	٥	٣
				٧	٤	٢
				٢	٧	
			٥	٣	٤	
			٠	٩	٤	٢
٨	٠			٥	٣	٢
				٥	٢	
			٨	٤	٣	
				٩	٤	٣
				١	٣	٤
				٨	٧	٤

الصورة الثانية						
٧	٥	٠	٧			
٨	٠	٩	٥	٦	٥	٣
				٧		
				٢	٧	
			٠	٤		
٨	٠			٥	٣	٢
				٥	٢	
			٨	٤	٣	
				٩	٤	٣
				١	٣	٤
				٨	٧	٤

ولو رسمت (١) الجداول الطولية للصورة الثانية بعدة مراتب المقسوم عليه لكفى .

نوع آخر :

وهو أن نضرب العدد الذي طلبناه بالصفة المذكورة ، ووضعناه فوق الخط العرضي في المقسوم عليه بطريق ما كان أحده المضروبين مفرداً بصورته كما ذكرنا ، ونضع الحاصل تحت العدد المقسوم بحيث يكون أولى مراتبه محاذية لأولى مراتب المقسوم عليه ، وننقصه من المقسوم ليحصل المطلوب .

مثاله :

أردنا أن نقسم ٢٢٧٤١٢٦ على ٥٦٥ وضعناها ، ورسمنا الجدول كما ذكرنا ، وطلبنا أكثر عدد من الأحاد بالصفة المذكورة وجدناه أربعة ، ضربناها في المقسوم عليه حصل ٢٢٦٠ وضعناه تحت المقسوم بحيث

(١) في ل ولو رسم الجدول الطولية .

يكون (١) آحاده حذاء آحاد المقسوم عليه ونقصناه من المقسوم ، ونضع الباقي تحته بعد أن خططنا بينهما خطأ عريضاً ، ثم نقلنا المقسوم عليه إلى اليمين كما في الصورة الأولى .

أو نقلنا المقسوم إلى اليسار كما في الصورة الثانية ، ثم طلبنا أكثر عدد من الآحاد بالصفة المذكورة ، فلم نجد ، وضعنا على يمين الأربعة صفراً ونقلنا ثانياً ، ثم طلبنا أكثر عدد من الآحاد بالصفة المذكورة فوجدناه اثنين ، وضعناها على يمين الصفر وضربناها في المقسوم عليه حصل ١١٣٠ ، وضعناه تحت المقسوم على قياس مامر ، ونقصناه منه ، ونقلنا المقسوم عليه بمرتبة إلى اليسار كما في الصورة الأولى أو المقسوم إلى اليمين كما في الصورة الثانية إلى اليمين كما في الصورة الأولى ، أو إلى اليسار كما في الصورة الثانية .

ثم طلبنا أكثر عدد بالصفة المذكورة فوجدناه خمسة ، عملنا بها كما ذكرنا وتممنا العمل هكذا .

الصورة الثانية						
			٤	٠	٢	٥
٢	٢	٧	٤	١	٢	٦
٢	٢	٦	٠			
		١	٤			
	١	٤	١	٢	٦	
١	٤	١	٢	٦		
١	١	٣	٠			
	٢	٨	٢			
٢	٨	٢	٦			
٢	٨	٢	٥			
	٥	٦	١			
			٥			

الصورة الأولى						
			٤	٠	٢	٥
٢	٢	٧	٤	١	٢	٦
٢	٢	٦	٠			
		١	٤			
		١	١	٣	٠	
			٢	٨	٢	٥
			٢	٨	٢	٥
				٥	٦	١
				٥	٦	٥
				٥	٦	٥
				٥	٦	٥
				٥	٦	٥

(٢)

وفي هذا النوع لو نضع مفردات سطر الخارج على الحاشية أيضاً ، بإزاء حواصل الضروب ، كلا لنظيره ، لكان أولى .

نوع آخر :

إذا كانت مراتب المقسوم عليه كثيرة أو كان فضل مراتب المقسوم على مراتب المقسوم عليه كثيرة ، فالأولى أن نزيد المقسوم عليه على نفسه ، ثم على المجموع ، ثم على المجموع هكذا ثمانى مرات ، ليحصل مضروبه

(١) في ث يحاذى آحاده آحاد .

(٢) في ل ٢٧٢٥ وهو خطأ .

في الأرقام التسعة ، نضعها في جدول بازاء الأرقام التسعة ، بحيث يكون أحادها متجاذبة ، وكذا سائر المراتب فهو جدول تضاعيف ذلك العدد ، وقد سبق ذكره في الفصل المتقدم ، ثم نطابق فيه أكبر عدد يمكن نقصانه عما يجاذى المقسوم عليه من المقسوم فاذا وجد نصفه تحت المقسوم «٢٤» ونقصه منه ونضع الرقم الذي كان في حاشية الجدول محاذياً له بين الأرقام التسعة على سطر الخارج محاذياً لأولى مراتب المقسوم عليه والباقي على قياس ما تقدم في النوع التقدم .

والثال كمثاله ، وإن لم نرسم الجداول الطولية في هذا النوع يحصل المطلوب أيضاً ، وهذان النوعان مما استنبطناه ، وما تركنا الأول خالياً عن تصرف ما ، واعلم أنه إذا ضرب خارج التسمية في المقسوم عليه عاد المقسوم ، وإذا قسم حاصل الضرب على أحد المضروبين عاد المضروب الآخر .

الباب الخامس

في استخراج الضلع الأول من المضلعات

كل عدد يضرب في نفسه ، ثم يضرب (١) في الحاصل ، ثم يضرب في الحاصل الثاني ، ثم يضرب في الحاصل الثالث وهكذا إلى ما لا نهاية له ، فذلك العدد الأول يسمى ضلعاً أولاً بالقياس إلى كل واحد من تلك الحواصل ، وجذراً بالقياس إلى الحاصل الأول أعني حاصل ضرب العدد في نفسه ، وكعباً بالقياس إلى الحاصل الثاني ، وتلك الحواصل تسمى مضلعات بالاسم العام .

والشكل مضلع اسم خاص ، كما أن الحاصل الأول يسمى مجذوراً ومالاً وربعياً ، والحاصل الثاني مكعباً وكعباً أيضاً باسم الضلع كما قيل .

والأولى أن نقول إن السكعب اسم المضلع ، وقد يطلقونه على الضلع مجازاً ، والحاصل الثالث مال مال ، والرابع مال كعب والخامس كعب كعب ، ثم مال كعب كعب ، ثم كعب كعب كعب :

تبدل لفظ كعب بمالين ، ثم تبدل أحد المالين بكعب ثم تبدل المال الآخر بكعب أيضاً ، وهكذا إلى ما لا نهاية له ، ويكون الواحد وتلك الحواصل متناسبة على نسبة واحدة ، أي يكون نسبة الواحد إلى الجذر كنسبة الجذر إلى المال ، وكنسبة المال إلى السكعب ، وكنسبة السكعب إلى مال المال وهكذا يكون جميعها متناسبة إلى ما لا نهاية له .

وهذا من جانب الصعود ، ومثل ذلك ينبغي أن « ٢٥ » يتصور من جانب النزول ، أعني جزء الجذر ، وجزء المال وجزء السكعب ، وجزء مال المال إلى غير النهاية .

(١) في ت ضرب .

وهي أيضاً متناسبة على الولاء . ونسبة كل واحد منها إلى الواحد كنسبة الواحد إلى سمييه من جانب الصعود ، وظاهر أن الجذر [١٤] في أول المنازل والمال في ثانيها والكعب في ثالثها ، وهكذا إلى مالا نهائية له ، وإذا أردنا معرفة عدد منزلة مضلع نأخذ لكل مال اثنين ، ولكل كعب ثلاثة ونجمع جميعها نحصل عدد منزلته .

وإن أردنا اسم المضلع من عدد منزلته ، ننظر إن كان له ثلث صحيح نأخذ بعده ثلثه كعباً ، ونضيف بعضها إلى بعض يكون اسم ذلك المضلع ، وإن لم يكن له ثلث صحيح نأخذ منه اثنين ونجعلهما مالا ، وبعده ثلث الباقي كعباً إن كان له ثلث صحيح ، وإلا نأخذ اثنين آخرين ، ونجعلهما مالا آخر ، وبقدر (١) ثلث الباقي تكرر الكعب ، ونقدم لفظ المال على الكعب نحصل اسم المضلع ، فاعلم أن كل مضلع يوجد له ضلع يتولد ذلك المضلع منه بالحقيقة ، ويقال له إنه منطوق ، ومالا يوجد له ضلع كذلك يقال له إنه أصم [١٥] .

والمضلعات المنطقة تقع جميعها في مرتبة الآحاد ، والأموال المنطقة لاتقع في المعشرات ، وتقع في المئات ولا تقع في الألوف ، وتقع في عشراتها ، وأما المكعب فيقع في الألوف ثم في ألوف الألوف ، وطريق معرفة ذلك أن نبتدىء من مرتبة الآحاد ونأخذ مراتب بعده (٢) مرات بعده أى مضلع شئنا ، ونسميها دور المنطق والأصم ، ثم نأخذ دوراً آخر بتلك العدة أيضاً ، وهكذا بالغاً ما بلغ ، فيكون ذلك المضلع منطوقاً في أول كل دور ، وأصم (٣) في البواقي ، ونعلم منها أن المجذور يقع في مرتبة ، ولا يقع في مرتبة ، والمكعب يقع في مرتبة ، ولا يقع في مرتبتين ، ومال المال يقع في مرتبة ولا يقع في ثلاث مراتب ، وعلى هذا القياس .

أما استخراج الجذر :

فطريقه أن نضع العدد المطلوب جذره ، ونخط فوقه خطاً عرضياً ، و بين كل مرتبتين خطوطاً طولية كما وضعنا في القسمة ، ونعلم على فوق كل مرتبة من المراتب الأفراد علامة لتمييز المراتب المنطقة ، أو ثنى الخطوط التي كان كل واحد منها فاصلة بين الأدوار ، ثم نطلب أكثر عدد من الآحاد ، [وعشراته إن كانت محاذية (٤) لذلك المنطق نفسه] إذا ضربناه في نفسه ، وتنقص الحاصل « ٢٦ » من المنطق الأخير بصورته ، ومما عن يساره إن كان في يساره شيء [حيث (٥)] لا يبقى شيء أو يبقى أقل مما تنقص منه .

فاذا وجد عدد بهذه الصفة نضعه فوق المنطق الأخير ، وتحت بمسافة يقتضيها العمل كما في القسمة محاذياً له ، ونضرب الفوقاني في التحتاني أى في نفسه ، وتنقص الحاصل مما يحاذيه ، ومما عن يساره في الذهن ، أو يوضع الحاصل ، ونضع الباقي تحته بعد أن نخط بينهما بفاصلة ، ثم نزيد الفوقاني على التحتاني ، ونقل المجموع إلى جانب اليمين بمرتبة واحدة ، بعد أن نخط على فوق ما كان أولاً خطاً عرضياً ليدل على محوه ، ويصير حينئذ أحاده محاذية لأصم كان في يمين المنطق الأخير .

ثم نطلب أكثر عدد من الآحاد ، نضعه فوق المنطق المتقدم على المنطق الأخير ، وتحت على يمين ما ننقله ،

(١) في ل بعده . (٢) في ت بمدة منزلة . (٣) صحتها أصم . (٤) هذه الجملة غير موجودة في ل وموجودة في ت (٥) غير موجودة في ت

ويمكن أن نضرب ذلك المفرد الفوقاني في مرتبة مرتبته من التحتاني ، وتنقص الحاصل بصورته مما يحاذيه ، ومما عن يساره ، فإذا وجد نعمل به ما ذكرنا .

نزيد ذلك العدد المفرد الفوقاني على التحتاني ، وننقل ما في السطر التحتاني إلى اليمين بمرتبة ، وإن لم يوجد فنضع فوق العلامة وتحت على يمين ما ننقله صفراً ، وننقل ، وهكذا نعمل إلى أن ننتهي إلى المنطق الأول ، ونعمل به ما عملنا بغيره فما حصل فوق الجدول في السطر الخارج فهو الجذر لذلك العدد ، إن لم يبق في صف العدد تحت الخط الفاصل شيء ، فنعلم أن ذلك العدد منطق ، وإن بقي شيء فنعلم أنه أصم [١٦] ، وحينئذ ينبغي أن نزيد ما كان فوق المنطق الأول على التحتاني ، فما حصل يساوي ضعف الحاصل في سطر الخارج ، ونزيد على ذلك المبلغ واحداً ليحصل ما بين مربع العدد الذي خرج بالعمل والمربع الذي زاد عليه بواحد ، فإذا جعلناه مخرجاً والباقي من العدد كسراً فما حصل فوق العلامات مع هذا الكسر يكون جذر ذلك العدد بالتقريب الاصطلاحي [١٧].

مثاله :

أردنا أن نستخرج جذر هذا العدد ٣٣١٧٨١ (١) وضعناه ورسمنا الجدول ، وأعلمنا « ٢٧ » العلامات كما ذكر ، ثم طلبنا أكثر عدد بالصفة المذكورة فوجدناه خمسة ، وضعناها فوق المنطق الأخير وتحت بمسافة ، وضربناها في نفسها فحصل ٢٥ نقصناه مما يحاذي الخمسة ، ومما عن يسارها بالصورة وذلك ٣٣ بقيت ثمانية ، وضعناها تحت الثلاثة بعد أن خططنا بينهما وبين المنقوص منه بفاصلة .

وزدنا الفوقاني على التحتاني فصار ١٠ نقلناه بمرتبته بعد أن خططنا فوق الخمسة التحتانية خطاً ليدل على محوها ، ثم طلبنا أكثر عدد مفرد آخر بالصفة المذكورة ، فوجدنا سبعة ، وضعناها فوق المنطق المتقدم على المنطق الآخر ، وتحتها على يمين آحاد المنقول ، وضربناها أولاً في الواحد التحتاني فحصلت أيضاً سبعة ، نقصناها من الثمانية التي تحاذيها بقي واحد ، وضعناه تحت الثمانية بعد الفاصلة .

وتركنا ضربها في الصفر لأن الحاصل أيضاً صفر ، ثم ضربناها في السبعة التي على يمين الصفر حصل ٤٩ نقصناه مما يحاذيها ، ومما على يسارها أعني ١١٧ فبقي ٦٨ وضعناه تحت ذلك بعد الخط الفاصل الذي يعبر (٢) ثلاثة جداول التي فيها ١١٧ ثم زدنا السبعة الفوقانية على التحتانية فحصل في السطر التحتاني ١١٤ نقلناه بمرتبته إلى اليمين بعد التخطيط فوق ما كان .

ثم طلبنا أكثر عدد آخر بالصفة المذكورة فوجدناه ستة ، وضعناها فوق المنطق الأول وتحت على يمين ما نقلناه وضربناها أولاً في الواحد الأخير ثم في الواحد المتقدم ، ثم في الأربعة ثم في الستة ونقصنا الحواصل مما يحاذي كلا منها ، أو من المحاذي له ، ومما على يساره فبقيت من العدد خمسة .

ثم زدنا الفوقاني أعني الستة على التحتاني أعني ١١٤٦ ، وزدنا عليه واحداً فنصار ١١٥٣ فهو المخرج للكسر

(١) في ت ٧٧٨ . ٣٣

(٢) في ت تعم ثلاثة جداول التي يمينها .

الذى هو الخمسة الباقية ، وما حصل فوق الجدول وهو الصحيح ، فالجذر والخارج من العمل .

٥٧٦

٥

١١٥٣

وجداول العمل ، وسنورد عملاً يستخرج به الجذر الأصم أدق من ذلك .

٥		٧		٦	
٣	٣	١	٧	٨	١
٢	٥				
	٨				
	٧	٤	٩		
		٦	٨	٧	٦
		٦	١	٤	٥
	١	٠	٧		٦
	٥				

ما وضع ما حصل الضرب فيه بالكلمة ثم نقص من العدد					
٥		٧		٦	
٣	٣	١	٧	٨	١
٢	٥				
	٨				
	٧				
	١	٤	٩		
		٦	٨		
		٦	٦		
			٢	٤	
			٢	٤	٦
				٤	٥
				٤	٦
	١	١	٧		
	٥	٠			

ما نقص ما حصل الضرب فيه في الزائد					
٥		٧		٦	
٣	٣	١	٧	٨	١
	٨				
	١				
		٦	٨		
			٢	٤	
			١	٤	٥
			١	٤	٦
	١	٠	٧		
	٥				

وإن أردنا نضرب كل مفرد من سطر الخارج إذا وجد فيها في التحتاني «٢٨» في حكم الثبات بطريق ما كان أحد المضروبين مفردا ، ونضع الحاصل تحت العدد ، ونقصه منه ، وهو أسهل إذا كانت الأرقام كثيرة ، وذلك ما استنبطناه ، وأما الطريقة الأولى فنحن نقحنها [هكذا] (١).

أما استخراج الضلع الأول لساير المضلعات :

فالعمل فيه أن نضع العدد المضلع المفروض الذي نريد أن نستخرج ضلعه الأول ، ونرسم الجدول كما ذكرنا في عمل الجذر ، ونبدأ من مرتبة الآحاد ، ونعد دورا دورا بحيث يكون عدد مراتب كل دور بعدة المنزلة التي تكون للمضلع المفروض كما ذكرنا ، ونجعل الخطوط الطولية التي وقعت بين كل دورين مشاة لتمييز الأدوار ، فيكون أوائل الأدوار هي المراتب المنطقة بالمضلع المفروض ، والبواقي هي الأصمة به ، ثم نقسم طول الجدول أقساما عدتها مساوية لعدد منزلة ذلك المضلع ، ونخط بين كل قسمين خطا عرضيا . وينبغي أن يكون طول كل قسم مقدارا صالحا على ما يقتضى العمل ، ويسمى القسم الأعلى صف العدد والقسم الأسفل صف الضلع ، والذي فوق الأسفل صف المال ، والذي «٢٩» فوقه صف الكعب ، وهكذا إلى أن ينتهي إلى صف العدد ، وما فوق صف العدد على ما فوق الجدول سطر الخارج ، ويسمى أيضا القسم الذي تحت صف العدد ثاني العدد ، والذي تحته ثالثه .

وهكذا إلى صف الضلع ، ونبدأ بالدور الأخير ، ونطلب أكثر مفرد من الآحاد يمكن أن تنقص مضلعه ، أي المضلع المفروض المتولد من ذلك المفرد عما وقع في الدور الأخير من العدد أي الأيسر ، وقد وضعنا المضلعات المتوالية من المال إلى مال كعب الكعب لكل واحد من مفردات الآحاد في جدول ليسهل طلب المفرد المذكور [١٨] .

فاذا وجد نضعه فوق المرتبة المنطقة الأخيرة في سطر الخارج ، وتحتها في أسفل صف الضلع محاذيا له ، ونضرب المفرد الفوقاني في التحتاني ، ونضع الحاصل أي مربعه في أسفل صف المال ، بحيث يكون آحاده محاذية لما وضع في صف الضلع ، أي في جدول المنطق الأخير ، وعشرات عن يساره في جدول آخر .

ثم نضرب المفرد الفوقاني فيما وضع في أسفل صف المال ، ونضع الحاصل أي مكعبه في أسفل صف الكعب بالشرط المذكور ، وهكذا إلى أن ينتهي إلى الصف الذي نسميه ثاني العدد ، فحينئذ تكون جميع الأعداد الحاصلة في الصفوف هي المضلعات المتوالية لذلك المفرد .

فنضرب المفرد الفوقاني فيما وضع في صف ثاني العدد ، فما حصل فهو المضلع المطلوب لذلك المفرد ، تنقصه عما يحاذيه من صف العدد ، ثم نزيد المفرد الفوقاني على التحتاني الموضوع في صف الضلع مرة لصف ثاني العدد ، ونضرب الفوقاني أيضا فيما حصل في صف الضلع ، ونزيد الحاصل على ما في صف المال ، ونضرب الفوقاني أيضا فيما هو في صف المال ، ونزيد الحاصل على ما [تحته (٢)] في صف المال (٣) ،

(٣) في ت صف الكعب

(٢) لا يوجد في ت

(١) غير موجودة في ل

ونضرب النوقاني أيضا فيما هو في صف المال ، ونزيد الحاصل على ما في صف الكعب .

وهكذا إلى أن نزيد على صف ثانى العدد ، ثم نزيد النوقاني على التحتاني الذي في صف الضاع مرة ثانية نصف ثالث العدد ، ونضرب المفرد النوقاني فيما حصل حينئذ في صف الضاع ، ونزيد على ما فوقه ، وهكذا إلى أن ينتهي إلى صف ثالث العدد .

ثم نزيد « ٣٠ » النوقاني على التحتاني الذي في صف الضاع مرة ثالثة نصف رابع العدد ، وهكذا إلى أن ينتهي ، أى إلى صف الضاع نزيد النوقاني على ما في صف الضاع لأجله ، وننقل ما هو في ثانى العدد إلى المئين بمرتبه ، وما في صف ثالث العدد بمرتبتين ، وما تحت ذلك بثلاث مراتب ، وهكذا إلى أن ينتهي إلى صف الضاع ، فننقله بعدة الصنوف التي (١) إلى تحت صف العدد ، فيقع أحاده بخذاء مرتبة تتقدمها المرتبة المنطقة التي تتقدم المنطقة الأخيرة .

واعلم أن طريقة ضرب المفرد النوقاني فيما وضع في كل صف ، وزيادة الحاصل على ما فوقه أو نقصان الحاصل مما في صف العدد ، أى نضربه فيما وضع في أى صف على ما ذكرنا فيما كان أحد المضروبين مفردا ، ونضع الحاصل على نصف الذي نوق ذلك النصف ، بحيث يكون أحاده محاذية للمفرد النوقاني المضروب أى واقعة في جدول أول الدور نوق ما كان فيه ، بعد أن نخط بينهما خطا عرضيا ليبدل على محو ما تحته في ذلك الصف إلا في صف العدد ، لأن في ذلك الصف ينبغي أن نضع حاصل الضرب تحت العدد ، وننقصه منه بصورته ، ونضع الباقي تحته بعد أن نخط بينهما بخط عرضي ليبدل على محو ما فوقه في ذلك الصف .

فلا يزال يكون ما هو في حكم الثبات في صف العدد تحت الخط الفاصل ، وفي سائر الصنوف فوقه ، لأن وجه عمل صف العدد إلى ما تحته ، ووجه عمل سائر الصنوف إلى ما فوقه ، ثم نطلب أكثر مفرد من الأحاد إذا وضع فوق الجدول المنطق الذي يتقدم المنطق الأخير في سطر الخارج وتحتها في صف الضاع على أيسر ما وضع فيه فوق الخط الفاصل ، ونضرب في جميع ما في صف الضاع أى فيما هو في حكم الثبات ، ونزيد الحاصل على ما في صف المال ثم ضرب المفرد النوقاني أيضا في جميع « ٣١ » ما في صف المال في حكم الثبات ، ونزيد الحاصل على ما في صف الكعب .

وهكذا إلى أن ينتهي إلى صف ثانى العدد ، فنضرب المفرد النوقاني في جميع ما في ذلك الصف يمكن أن ينقص الحاصل مما يحاذيه من صف العدد ، فإذا وجد نعدل به ما قلنا ، وبعد الفراغ من النقصان من العدد نزيد المفرد النوقاني على ما في صف الضاع فوق الخط الفاصل ، ونعدل به كما تقدم لأجل صف صف ، ثم ننقل ما في الصنوف على الترتيب المذكور ، فإن لم نجد مثله نضع نوق الجدول المنطق المذكور صفرا ، وننقل مرة أخرى ما في الصنوف على الترتيب ، [ثم ننقل (٢) ما في الصنوف على الترتيب المذكور] ، فإن لم نجد مثله نضع فوق جدول المنطق المذكور صفرا ، وننقل مرة أخرى ما في الصنوف على الترتيب ،

(١) في ل أى

(٢) لا يوجد في ت

ثم نعمل بالمنطق الذى ينتهى إليه كما ذكرنا ، إلى أن ننتهى إلى المنطق الأول ، فععمل به كما سبق حتى ينقص الحاصل عن العدد فان لم يبق فى صف العدد تحت الخط الفاصل شيء كان العدد المفروض منطقاً ، وما حصل فى سطر الخارج فهو ضلعه الأول [١٩] ، وإن بقى شيء فالعدد أصم والباقي هو كسر .

ومخرجه حسب الترتيب الاصطلاحي هو ما بين مضاع الخارج ، وبين مضاع يزيد ضلعه على الخارج بواحد ، ونعمل بالمفرد الموضوع فوق المنطق الأول ما عملنا إلى وقت النقل ، وحينئذ نجمع ما فى جميع الصفوف التى تحت صف العدد فوق الخط الفاصل ، ونزيد على المجموع واحداً ، والحاصل هو ما بين المضاعين المطلوب ، أعنى مخرج الكسر الاصطلاحي ، ويتدرج فى هذه المؤامرة عمل استخراج الجذر [٢٠] أيضاً ، اكنا ذكرناه اولاً على الانفراد ليسهل فهمه على المبتدىء .

مثاله :

أردنا أن نستخرج الضلع الأول لهذا العدد ٤٤٢٤٠٨٩٩٥٠٦١٩٧ على أنه مال كعب ، وهو فى المنزلة الخامسة ، فرسمنا الجدول كما ذكرنا «٣٢» ، ووضعنا العدد المذكور فيه ، وهو أربعة وأربعون ألف ألف ألف ، ومائتان وأربعون ألف ألف ألف ، وثمانية وتسعة وتسعون ألف ألف ، وخمسة وستة آلاف ، ومائة وسبعة وتسعون .

وفصلنا دوراً دوراً عدة مراتب كل دور بعدد^(١) منزلة مال الكعب الذى هو خمسة بالخطوط المثناة ، ثم طلبنا أكثر مفرد يمكن أن ينقص مال كعبه عن العدد المذكور وجدناه خمسة ، وضعناها فوق المنطق الأخير فى سطر الخارج ، وتحتة فى أسفل صف الضلع ، ووضعنا مضاعها فى أسافل صفوفها ، أعنى مربعها وهو ٢٥ فى صف المال ، ومكعبها وهو ١٢٥ فى صف الكعب ، ومال مالها وهو ٦٢٥ فى صف مال المال ، ومال كعبها هو ٣١٢٥ فى صف العدد تحت العدد ، بحيث يكون آحاد كل واحد منها فى جدول المنطق الأخير .

ثم نقصنا ما وضعناه تحت العدد منه ، ووضعنا الباقي تحتة بعد أن خططنا بينهما خطأ ليدل على محو ما فوقه ، ثم زدنا الخمسة الفوقانية على التحتانية ، ووضعنا المجموع وهو عشرة فوقها فى صف الضلع بعد أن خططنا فوقه خطأ ليدل على محو ما تحتة ، وضربنا الخمسة المذكورة فى المجموع ، ووضعنا الحاصل فوق ما وضع فى صف المال بحيث يكون آحاده فى جدول المنطق الأخير ، وزدناه عليه ووضعنا المجموع فوقه بعد أن خططنا بينهما وضربنا الخمسة فيه .

وزدنا الحاصل على ما فى صف الكعب وضربناها فى الحاصل ، وزدناه على ما فى صف مال المال ، ثم زدنا الخمسة الفوقانية على التحتانية مرة ثانية لصف الكعب ، وضربناها فيه ، وزدنا الحاصل على ما فى صف المال ، وضربناها فيه ، وزدنا الحاصل على ما فى صف «٣٣» الكعب ، ثم زدنا الخمسة المذكورة

(١) فى ل بعدة

السطر الخارج				٦					٣					٥			
صف العدد على أنه مال كعب				٧	٩	١	٦	٠	٥	٩	٩	٨	٠	٤	٥	٢	٤
				٦	٧	١	٦	٠	٢	٥	٩	٣	١	٦	٥	١	١
				١	٢												
				٠	٨	٠	٨	٥	٩	٤	٩	٦	٢	١	٤		
ثاني العدد وهو صف مال المال				٤	٩	١	٨	٦	٥	٦	٥	٨	٣	٠	٤		
				٦	٩	١	٨	٦	٥	٦	٥	٨	٣	٠	٤		
				٦	٩	١	٨	٦	٥	٦	٥	٨	٣	٠	٤		
								٥									
ثالث العدد وهو صف الكعب				٠	٦	٥	٦	٤	١	٥	١	٥	١	٥	١	٥	١
				٦	٩	١	٨	٦	٥	٦	٥	٨	٣	٠	٤		
				٦	٩	١	٨	٦	٥	٦	٥	٨	٣	٠	٤		
				٦	٩	١	٨	٦	٥	٦	٥	٨	٣	٠	٤		
				٦	٩	١	٨	٦	٥	٦	٥	٨	٣	٠	٤		
				٦	٩	١	٨	٦	٥	٦	٥	٨	٣	٠	٤		
				٦	٩	١	٨	٦	٥	٦	٥	٨	٣	٠	٤		
				٦	٩	١	٨	٦	٥	٦	٥	٨	٣	٠	٤		
				٦	٩	١	٨	٦	٥	٦	٥	٨	٣	٠	٤		
				٦	٩	١	٨	٦	٥	٦	٥	٨	٣	٠	٤		
رابع العدد وهو صف المال				٠	٦	٥	٦	٤	١	٥	١	٥	١	٥	١	٥	١
				٦	٩	١	٨	٦	٥	٦	٥	٨	٣	٠	٤		
				٦	٩	١	٨	٦	٥	٦	٥	٨	٣	٠	٤		
				٦	٩	١	٨	٦	٥	٦	٥	٨	٣	٠	٤		
				٦	٩	١	٨	٦	٥	٦	٥	٨	٣	٠	٤		
				٦	٩	١	٨	٦	٥	٦	٥	٨	٣	٠	٤		
				٦	٩	١	٨	٦	٥	٦	٥	٨	٣	٠	٤		
				٦	٩	١	٨	٦	٥	٦	٥	٨	٣	٠	٤		
				٦	٩	١	٨	٦	٥	٦	٥	٨	٣	٠	٤		
				٦	٩	١	٨	٦	٥	٦	٥	٨	٣	٠	٤		

الفوقانية على التحتانية مرة ثلاثة لصف المال ، وضربناها فيه وزدنا الحاصل على ما في صف المال ثم زدنا الفوقانية على التحتانية مرة أربعة لصف الضلع ، فحصل الآن في الصفوف فوق الخطوط الفواصل هكذا في صف الضلع ٢٥ وفي صف المال ٢٥٠ وفي صف الكعب ١٢٥٠ وفي صف مال المال ٣١٢٥

وقد حان وقت النقل فنقلنا ما في صف مال المال ، وهو صف ثانى العمل بمرتبة واحدة ، وما في صف الكعب بمرتبتين ، وما في صف المال بثلاث مراتب ، وما في صف الضلع بأربع مراتب ، فوَقعت مرتبة آحاد ما في صف الضلع في جدول ، يتقدمه جدول أول الدور المتقدم على الدور الأخير .

ثم طلبنا أكثر منرد بالصفة المذكورة في المواصلة ، وجدناه ثلاثة وضعناها فوق المنطق المتقدم على المنطق الأخير ، وتحتها في صف الضلع على يمين الخمسة فحصل في صف الضلع ٢٥٣ وضربناها في ذلك ، وزدنا الحاصل على ما في صف المال .

وهكذا إلى أن انتهينا إلى صف مال المال ، فضربناها فيما حصل فيه ، ووضعنا الحاصل تحت العدد ونقصناه من العدد ، ثم زدنا الثلاثة الفوقانية على ما في صف الضلع مرة لمال المال ، وضربناها في المجموع ، وزدنا الحاصل على ما فوقه على القياس المذكور إلى أن انتهينا إلى صف مال المال ، ثم زدناها على ما في صف الضلع مرة ثانية لصف الكعب .

وهكذا إلى أن زدناها على ما في صف الضلع مرة أربعة لصف الضلع ، فحصل الآن في الصفوف هكذا فوق الخطوط الفواصل ، في صف الضلع ٢٦٥ ، وفي صف المال ٢٨٠٩٠ ، وفي صف الكعب ١٤٨٨٧٢٠ ، وفي صف مال المال ٣٩٤٥٢٤٠٥ « ٣٤ » .

		٢	٥				٥			٢	٦	٨	٠
		٢	٠			٤	٦	٢		٢	٦	٧	٤
		١	٥					٩					٨
		١	٠					٦			٦		٢
			٥			٢	٥	٣		٢	٦	٥	٦

وقد حان وقت النقل فنقلنا على القياس المذكور ، ثم طلبنا أكثر عدد بالصفة المذكورة ، فوجدناه ستة ، وضعناها فوق المنطق الأول ، وتحتها في صف الضلع على يمين الخمسة ، وضربناها في المجموع ، وزدنا الحاصل على ما فوقه .

وهكذا إلى أن انتهينا إلى صف مال المال ، فضربناها فيما هو فيه ، ونقصنا الحاصل عن العدد ، فبقى في صف العدد تحت الخط الفاصل ٢١ ، ولو لم يبق فيه ذلك لكان العدد الذى فرضناه مال الكعب منطقاً ،

وضلعه الأول ٥٣٦ ، وهذا هو الذى حصل فى سطر الخارج وتم العمل ، فلما بقى ٢١ علم أنه كان أصم ، فاحتجنا إلى ما بين مال كعب ٥٣٦ ومال كعب ٥٣٧ ليكون مخرجاً لما بقى من العدد وهو ٢١ .

فزدنا الستة الفوقانية على ما فى صف الضلع مرة لصف مال المال ، وعملنا بها على القياس المذكور مرة ثانية لصف الكعب ، وعملنا بها على ذلك القياس ، وهكذا إلى أن زدناها عليه لأجله ، فتم العمل هكذا ، وما حصل فى الصفوف الأربعة وضعناه فى جدول آخر وجعلناها ، وزدنا على المجموع واحداً صار ما بين المضلعين المتواليين ، أعنى ما بين مال كعب ٥٣٦ ومال كعب ٥٣٧ ، وهو المخرج الاصطلاحي .

والجدول هذا ، فصار الحاصل من العمل ، أعنى الضلع الأول للعدد المذكور على أنه مال كعب هذا العدد تقريباً «٣٥» .

٥٣٦
٢١
٤١٤٢٣٧٧٤٠٢٨١

ضعف مال المال	٠	٨	٠	٨	٥	٩	٤	٩	٦	٢	١	٤
صف الكعب	٠	٦	٥	٦	٠	٩	٩	٣	٥	١		
صف المال	٠	٦	٩	٢	٧	٨	٢					
صف الضلع	٠	٨	٦	٢								
مجموع ما فى الصفوف الأربع بزيادة واحد	١	٨	٢	٠	٤	٧	٧	٣	٢	٤	١	٤

«٣٧» وفي استخراج الضلع الأول من العدد الأصم طريق أدق منها ؛ سنورده في المقالة الآتية : إذ هو موقوف على معرفة أعمال الكسور ؛ واستخراج الضلع الأول بهذا الدستور ؛ وعلى هذا الترتيب مما استنبطناه ؛ وأما ما ذهب إليه المتقدمون فتعسر خصوصا إذا كثرت النازل وعدد مراتب العدد وقد استنبطنا طريقا آخر سنورده في رسالة أخرى وأما الجدول الموضوع فيه مضلعات الفردات للآحاد الذي وعدناه فهذا طريق آخر :

في استخراج ما بين المضلعين النطقين يحتاج إلى معرفة أعداد سميت أصول تلك المنزلة [٢١] من المضلعات ؛ وهي الأرقام الحاصلة في الصفوف حين النقل ؛ إذا كان الفرد الواقع فوق النطق الأخير واحدا مثاله :

أردنا أن نعرف أصول منزلة مال الكعب ؛ رسمنا الصفوف كما سبق ووضعنا في سطر الخارج واحدا ؛ وفي صف الضلع أيضا ؛ وعملنا به كما ذكرنا في استخراج الضلع الأول إلى أوان النقل هكذا ؛ فحصل في صف الضلع خمسة وفي صف المال عشرة ؛ وفي صف الكعب عشرة ؛ وفي صف مال المال خمسة فهذه الأعداد الأربعة هي أصول لمنزلة مال الكعب ؛ وكل عدد منها منسوب إلى صف وقع فيه ؛ والأعداد التي حصلت لنا في استخراج الضلع الأول لمال الكعب حين النقل هي بعينها حواصل ضروب هذه الأصول فيما حصل في سطر الخارج وفي مضلعاته عند كل نقل

١	سطر الخارج
٥	صف مال المال
٤	
١٠	صف الكعب
٦	
٤	
٣	
١	صف المال
١٠	
٦	
٤	
٣	
٣	
٤	صف الضلع
١	
٥	
٤	
٣	
٢	
١	

مثلاً يكون حاصل ضرب ما في سطر الخارج في الخمسة موضوعاً في صف الضلع عند النقل ؛ ومربع ما في سطر الخارج في العشرة في صف المال ؛ ومكعبه في العشرة في صف «٣٨» الكعب ومال ماله في الخمسة في صف مال المال ؛ ومجموعها مع واحد هو ما بين مال الكعب باقى سطر الخارج ؛ ومال كعب ما يزيد عليه بواحد واعلم أن أصل منزلة المال عدد واحد ؛ وهو اثنان ؛ وللكعب عددان وهما ثلاثة ثلاثة ؛ وكل منزلة بعدة يزيد عدده بواحد لازدياد الصفوف .

وهكذا يتزايد عدد الأطراف ؛ فإذا جمعنا كل عددين متجاورين من أصول منزلة ؛ نحصل أحد أعداد الأوساط من المنزلة المتأخرة عنها [٢٢]

مثاله :

عدد منزلة الكعب ثلاثة ثلاثة ؛ مجموعها ستة ؛ فهو الوسط لمال المال ؛ وأعداد مال المال هي أربعة — ستة — أربعة ؛

فالأربعة مع الستة أحد وسطى عددي مال الكعب أغنى العشرة ؛ والستة مع الأربعة هو الوسط الآخر ؛ وعلى هذا القياس يتولد الأصول إلى مالا نهاية له كما في هذا الجدول [٢٣]

منزلة المال	منزلة الكعب	مال المال	مال الكعب	منزلة مال الكعب	منزلة مال الكعب	منزلة مال الكعب	كعب الكعب	الصفوف
							٩	صف مال كعب الكعب
							٣٦	صف مال مال الكعب
							٨٤	صف كعب الكعب
							١٢٦	صف مال الكعب
							١٢٦	صف مال المال
							٨٤	صف الكعب
							٣٦	صف المال
٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	صف الضلع

فإذا أردنا أن نستخرج ما بين مضلعين منطقيين متوالين نضرب الضلع الأقل في أصل صف الضلع من ذاك المضلع ؛ ومربعه في أصل صف ماله ومكعبه في أصل صف كعبه ؛ وهكذا إلى أن نضرب جميع مضلعاته التي كانت تحت المضلع المفروض في أصولها ؛ ونجمع الجميع ونزيد عليه واحداً يحصل ما بين المضلعين

مثاله :

أردنا ما بين مال كعب أربعة ومال كعب خمسة

رسمنا الصفوف التي تحت مال الكعب ووضعنا فيها أصولها ؛ ووضعنا الضلع الأقل أعنى الأربعة في صف الضلع ؛ ومربعها في صف المال ؛ ومكعبها في صف الكعب ؛ ومال مالها في صف مال المال ؛ بعد أن نخط بينها وبين الأصول خطا طويلا ؛ ثم ضربنا ما في كل صف من الأصول فيما فيه من المنازل ووضعنا الحواصل « ٣٩ » في جدول آخر هكذا

الصفوف	أصول منزلة مال الكعب	مضلعات ضلع الأقل ضربناها في الأصول	الحواصل من المضروب
صف مال المال	٥	٢٥٦	١٢٨٠
صف الكعب	١٠	٦٤	١٦٤٠
صف المال	١٠	١٦	١٦٠
صف الضلع	٥	٤	٢٠

ثم جمعنا ما في جدول الحواصل ، وزيد عليه واحداً حصل ٢١٠١ وهو ما بين مال كعب أربعة ومال كعب خمسة .

وإن أردنا ما بين مضلعين منطقيين غير متواليين : مثلاً مال كعب أربعة ، ومال كعب سبعة نلحق به جدولاً آخر ، ونضع فيه مضلعات التفاضل بين المضلعين^(١) أعنى الثلاثة ، بحيث وقع التفاضل وهو الثلاثة في صف مال المال ومربعه في تحته ، ومال ماله في صف الضلع هكذا [٢٤] :

(١) في ت الضلعين

الصفوف	أصول فرت مات الكعب	مضلعات ضلع الأقل ضربها في الأصول	الحاصل من المضروب	مضلعات التفاضل ضربها في الحاصل	الحاصل من المضروب الثانية
صف مال المال	٥	٢٥٦	١٢٨٠	٣	٣٨٤٠
صف الكعب	١٠	٦٤	٦٤٠	٩	٥٧٦٠
صف المال	١٠	١٦	١٦٠	٢٧	٤٣٢٠
صف الضلع	٥	٤	٢٠	٨١	١٦٢٠

ثم ضربنا ما في كل صف من جدول الحواصل فيما فيه من جدول مضلعات التفاضل ، ووضعنا الحواصل الأخيرة في جدول آخر ، ثم جمعنا ما في الجدول الأخير ، وزدنا عليه مال كعب التفاضل ، وهو ٢٤٣ حصل ١٥٧٨٣ ، وهو ما بين الضلعين المذكورين .

الباب السادس

في الميزان^(١)

لحساب امتحان يعرف بالميزان إن صح الحساب صح الميزان ولم يطرد ، وطريقه أن نجمع مفردات العدد من غير اعتبار المراتب ، ونطرح منه تسعة تسعة إلى أن يبقى تسعة أو أقل منها ، فما بقي فهو ميزان ذلك العدد

مثاله :

أردنا أن نأخذ ميزان هذا العدد ٦٤٥٧٨ جمعنا الثمانية والسبعة والخمسة والأربعة والستة ، وطرحنا من المجموع تسعة تسعة فبقى ثلاثة ، وهي ميزان ذلك العدد

(١) في الموازين

وطريق «٤٠» عمل ميزان الضرب أن تضرب ميزان المضروب في ميزان المضروب فيه ، ونطرح منه تسعة تسعة ، فما بقي إن خالف الميزان الحاصل تحقق خطأ العمل .

وأما ميزان التسعة ، فنضرب ميزان خارج التسعة من ميزان المقسوم عليه ، ونزيد عليه ميزان الباقي إن بقي شيء ، ونطرح منه تسعة تسعة فالباقي ينبغي أن يكون مساويا لميزان المقسوم .

أما ميزان الجذر وسائر المنازل ، فنضرب ميزان سطر الخارج في نفسه للجذر ، ثم في الحاصل للكعب ، ثم في الحاصل لمال المال ، وعلى هذا القياس ، وكلما جاوز الحاصل التسعة نطرحها منه ، وإذا حصل ميزان المنزلة المفروضة ، نزيد عليه ميزان الباقي من العدد إن بقي شيء ، ونطرح منه تسعة إن جاوز عنها ، فالباقي إن خالف ميزان العدد المفروض [٢٥] تبين (١) خطأ العمل والله أعلم .

الشافعي
صهيب بن الأشعث

(١) في ت تبين

المقالة الثانية

في حساب الكسور

وهي مشتملة على اثني عشر باباً :

الباب الأول

في تعريف الكسور وأقسامه

وهي كمية تنسب إلى جملة تفرض واحداً . والمنسوبة إليها يسمى مخرجاً . والكسر إما مفرد وإما مركب . فالمفرد ما نسب فيه عدد صحيح إلى عدد صحيح أكبر من الواحد . بفرض (١) واحد صحيح فقط . وهو إما مجرد [٢٦] أو مكرر [٢٧] . فالجرد هو ما يكون عدد كسره واحداً كواحد من اثنين . ويقال له النصف . أو من ثلاثة ويقال (٢) له الثلث . أو من أربعة وهو الربع . وما زاد مخرجه على (٣) العشرة كواحد من أحد عشر أو من عشرين . فليس له اسم خاص لا يخرج . ويخرج (٤) عن حد المفرد . والمكرر ما هو عدد الكسر فيه أزيد من الواحد كاثني من ثلاثة . ويقال لهما الثلثان . وكخمس أجزاء من أحد عشر . واعلم أن كل نسبة بين الكسر ومخرجه يوجد في أعداد غير متناهية . والمختار منها في الاستعمال أقل عددين صحيحين على تلك النسبة . وإيراد ما سواها قبيح . وأقل عددين على نسبة المتباينان . وسنورد معرفة « ٤١ » التباين والاشتراك والتداخل وهو إما معطوف أو مستثنى أو مضاف أو منكسر أو مركب من هذه الأربعة أو من بعضها . فالمعطوف [٢٨] ما يعطف كسرا على كسر آخر . وذلك إما بين اثنين أو أكثر . كنصف وربع (٥) أو ثلاثة أخماس وربع وسبع . والكسر المستثنى [٢٩] ما استثنى عن كسر كسر آخر . وهو أيضاً إما بين اثنين أو أكثر . كثلثين إلا خمسا . وكنصف إلا خمسا إلا جزئين من أحد عشر أجزاء من عشرين . والكسر المضاف ما يفرض مخرج جزئه الأول كم كان واحداً أو أكثر . وينسب إلى مخرج آخر كنصف السدس أو كربع ثلاثة أخماس وربما يتكرر الإضافة مرات كنصف ثلاثة أخماس أربعة أتساع العشر . أعنى جزءاً واحداً من جزئين هما ثلاثة أجزاء من خمسة هي أربعة أجزاء من تسعة هي واحدة من عشرة . أعنى أن نقسم الواحد الصحيح إلى عشرة أجزاء . نأخذ منها جزءاً واحداً ونقسمه إلى تسعة أجزاء . ونأخذ منها أربعة أجزاء . ونقسمها إلى خمسة أجزاء . ونأخذ منها ثلاثة أجزاء ونقسمها إلى جزئين . ونأخذ منها جزءاً واحداً فهو الكسر المضاف [٣٠] والأول في المضاف . والمعطوف تقديم الأكثر فالأكثر .

(٣) في ت عن .

(٢) في ل وهو الثلث

(٥) في ت وثلاث

(١) في ت تفرض واحداً صحيحاً فقط

(٤) غير موجود في ت

والكسر المنكسر [٣١] هو ما يكون أحد المنسوبين أو كلاهما غير صحيح . كنصف واحد من ثلاثة هي واحد . أو كتسع من أربعة ونصف وهو واحد : أو كواحد من ثلاثة ونصف هو واحد ، أو كواحد ونصف عن خمسة هي واحد . أو كتلاثة ورابع من خمسة وسدس هي واحد ؛ أو كربع من ثلاثة أخماس هي واحد [٣٢] .

والمركب [٣٣] من هذه الأربعة كثلث واحد من اثنين ونصف ، ونصف سدس إلا عشرا ، وربما كان الكسر أو المخرج أو كلاهما مركبا من هذه الأربعة أو من بعضها ، وكذا المعطوف والمعطوف عليه والمستثنى والمستثنى منه ، وقد يكون أنواعا آخر من التركيب ككسر مضروب في كذا ، وكسر مقسوم على كذا ، وهو المنكسر ، وكسر هو جذر كذا .

واعلم أن المحاسبين الذين احتزوا عن «٤٢» إهال الكسور في الحساب إلا عند الاضطراب ، استعملوا الكسور المفردة ، ومن أراد أن يتلفظ بها احتاج إلى بعض المركبات كالمعطوف والمضاف والمستثنى .

والمنجمون استعملوا كسورا معطوفة ، على أن يخرجها المتوالية هي ستون [٣٤] ، ومضلعاتها المتوالية إلى حيث شاءوا ، وتركوا ما بعدها ويسمونها على التوالي بالدقائق والثواني والثالث والروابع ، وقس عليه ونحن أوردنا على قياس المنجمين كسورا يكون مخرجها المتوالية عشرة ، ومضلعاتها المتوالية إلى حيث شئنا ، وتسمى على التوالي بالأعشار ، وثاني الأعشار وثالث الأعشار ورابعها وهلم جرا : [٣٥]

وأهل السباق [٣٦] وأرباب المعاملة بل أكثر العامة استعملوا الدوانيق والطسوجات والشعيرات [٣٧] ، على أن الواحد الصحيح ست دوانيق ، وكل دانيق أربعة طسوجات ، وكل طسوج أربعة شعيرات ، ثم قسموا كل شعيرة بالدوانيق والطسوجات والشعيرات وقس عليه [٣٨] ، وكلها كسور معطوفة ، وربما وقع بعضها مفردا [٣٨] .

الباب الثاني

في كيفية وضع أرقام الكسور

يوضع الكسر المفرد في الكتابة تحت الصحاح والمخرج تحته ، وإن لم يكن الصحاح ، يوضع صفر مكان العدد والكسر تحته على هذه الصورة ٠ وهو النصف

١
٢

ويوضع المعطوف في جنب المعطوف عليه ، ويفصل بينهما بخط هكذا ٠ | ٠ وهو النصف والثالث [٣٩] والمستثنى هكذا ٠ إلا ٠ وهو ثلث إلا ربعا .

١
٣
٤

ويوضع الكسر المضاف تحت الصحاح ، وتحت مخرجه ، وتحت مخرج المضاف كسر المضاف إليه ، وتحت

مخرجه ، والتميز بين المضاف والمضاف إليه بخط ، وقس عليه إن يتكرر^(١) على هذه الصورة وهو ربع سدس ثلاثة الأخماس .

والكسر المنكسر يوضع على هيئة الصحاح والكسور تحت الصحاح ، والمخرج المنكسر تحته ، وبفصل بينهما بخط هكذا
 وهو اثنان ونصف من أربعة من
 و [٤٣] خسين ، وإن نكتب بينهما

بدل الخط لفظ من ، فهو أولى لثلاث يشتهر في بعض الأحيان بكسر المضاف ، وهكذا يكتب بين المعطوف والمعطوف عليه حرف الواو ، وبين المضاف والمضاف إليه حرف اللام طرداً^(٢) للباب ، وفي وضع المركب يفصل

بين كل مركبين بخط مثناة ، فالجتماع من الأربعة هكذا :
 وذلك الكسر الكبير المستثنى ، وفيه المستثنى منه كسر
 معطوف والمعطوف عليه كسر منكسر ، والمعطوف مضاف
 وأما أمثلة ما كان أحد جزئيه مركباً فكذلك :

الكسور المعطوفة التي كان أحد جزئيه مركباً					
مركب المعطوف			مركب المعطوف عليه		
١	٠	ربع ونصف	١	١	نصفين
١	١	سبعة	١	١	وميزر فيه عشر
١	١		١٥	١	
١	٠	أربعة أضعاف	١	١	اثنان وربع
١	٤	واثنان وربع	١	١	مئة ثمانية وجزء
١	٩	مئة ستة	١٤	٤	مئة ربع عشر
١	٩		٨	٨	

(٢) يقصد استعمال الباب

(١) في ل تكرار

الكسور المضافة التي كان أحد جزئها مركباً ...			
ما كان المضاف مركباً		ما كان المضاف إليهِ مركباً	
بالعطف	مركب الكسر	مركب المخرج	
نصف وثلاث المربيع أعني خمس أسدس ربع	$\frac{1}{2} \frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{4}$	ربع لنصف وثلاث	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{3}$
أربعة أخماس والسبع بمخمس	$\frac{4}{5}$ $\frac{7}{5}$ $\frac{1}{5}$	سبعاً أربعة أخماس والسبع على أن الاستثناء من أربعة أخماس	$\frac{7}{5}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{1}{5}$
اثنا عشر ونصف مربع وثلاث يكون جملتها ربعا	$\frac{12}{2}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{1}{2}$	خمس اثنين وثلاثة أرباع أربعة	$\frac{5}{2}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{1}{2}$

مركب الكسر	مركب المخرج		
اثنا عشر ونصف وثلاث مخمس ونصف	$\frac{12}{2}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{1}{2}$	خمس ونصف مخمسة ويزيد منه أحد عشر وأربعة أسباع	$\frac{5}{2}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{1}{2}$
اثنا عشر ونصف أربع (الخمس) أسدس الخمسة	$\frac{12}{2}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{1}{2}$	ربع من اثنين ونصف والسبع على أن المستثنى من اثنين ونصف	$\frac{5}{2}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{1}{2}$
ثلث خمس من واحد ونصف	$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{2}$	تسع من أربعة أخماس أربعة أخماس	$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{2}$

وإذا بدل حرف العطف بالاستثناء في تلك الأمثلة صارت أمثلة كسر المستثنى فلا نورده لذلك ولا يخفى على الفطن أمثلة ما كان جزءه مركبين وأما ما كان تركيبه أكبر فلا نهاية له ، مثلاً إذا جعلنا واحداً من المركبات المذكورة كسراً والآخر الذي هو أكثر منه مخرجاً لذلك الكسر ثم جعلنا هذا الكسر والمخرج كسراً ونجعل له مخرجاً ما ثم جعلناهما كسراً وهكذا إلى ، لا نهاية له .

تنبيه :

وينبغي أن يتعين في الكسور التي تكون أجزاؤها مركبة أن العطف أو الاستثناء من أى شيء ، فإن كان من المجموع نخط بازاء المجموع على أيسره خط المميز ، ونكتب حرف العطف أو الإستثناء على رأس الخط ، وإن كان من جزء منه فنكتب حرف العطف أو الإستثناء بازاء المستثنى منه وكذا خط المميز ، وأما كيفية وضع أرقام المنجمين وسنوردها في المقالة الثالثة وكذا وضع أرقام الكسور الإشارى .

الباب الثالث

في معرفة التداخل والتشارك والتباين والتماثل

كل عددين غير الواحد لاج [محالة] إما أن يكونا متساويين أولا والأول يسمى متماثلين والثاني إما أن يعد أقلهما الأكبر أولا ، والأول يسمى متداخلين كالثلاثة والتسعة ، والثاني إما أن يوجد عدد ثالث غير الواحد بعدها أولا ، والأول يسمى متشاركين ومتوافقين كالأربعة والعشرة فإن الاثنين يعدان الأربعة والعشرة أيضا .

والعدد العاد يسمى المشترك فيه ، والكسر المسمى للعدد العاد يسمى الوفق ، ولا محالة يكون ذلك الكسر موجوداً في كل واحد من المتشاركين ، ويسمى كل واحد منهما جزء الوفق ؛ أو الاشتراك لذلك العدد ؛ والثاني يسمى متباينين ؛ ولا يعدها غير الواحد .

[حاشية (١) : ١٥٠ كسر العدد العاد لهما ٣٠ ينقسم كل واحد منهما على العدد المشترك العاد لهما ؛ خرج من الأول ٥ ٢٤٠ مخرج ، ومن الثاني ٨ فهما أقل عددين على نسبتتهما]

وإذا أردنا أن نعرف التداخل والتشارك «٤٧» والتباين بين العددين ؛ قسمنا أكثرهما على أقلهما ؛ فإن لم يبق شيء كانا متداخلين ؛ وإن بقي شيء قسمنا المقسوم عليه على الباقي وهكذا إلى أن لا يبقى شيء ، أو بقي واحد فإن لم يبق شيء فالعددان متشاركان ؛ والمقسوم عليه الأخير هو المشترك فيه العاد لهما ؛ وإن بقي واحد فهما متباينان .

وإن كانت الأعداد كثيرة سلمنا هذا المسلك بين اثنين ، فإن وجدناها متداخلين أو متشاركين في عدد ، نظرنا بين ذلك العدد العاد وبين ثالث فإن وجدناها متداخلين أو متشاركين في عدد نظريا بين هذا العدد وبين رابع وهلم جرا إلى آخرها ، فإن كان الكل مشتركا فامشرك فيه الأخير هو العاد لجميع الأعداد .

وإن وقع بين اثنين منهما تباين كان الكل متباينا ، وكما يوجد كسر مبين لخرجه علم أنهما أقل عددين على نسبتتهما ، وكل كسر يوجد مشاركا لخرجه أو داخلا فيه ، ناخذ جزءيهما السمين للعدد العاد لهما بأن نقسم كل واحد منهما على العدد العاد لهما فانهما أقل عددين على نسبتتهما .

(١) الحاشية موجودة في ت فقط .

الباب الرابع في التجنيس والرفع

أما التجنيس ويقال له البسيط أيضا فهو جعل الصحيح كسوراً معينة بأن نضرب الصحيح في مخرج الكسر ، ونزيد عليه ذلك الكسر بصورته إن كان معه .

مثاله :

أردنا أن نجعل أربعة وثلاثة أخماس كلها أخماساً ، ضربنا الأربعة في الخمسة حصل عشرون ، زدنا عليه الكسر وهو ثلاثة بلغ ثلاثة وعشرين خمسا وهو المطلوب .

وأما الرفع فهو أن يكون معنا كسر عدده أكثر من عدد مخرجه ، فنقسمه على مخرجه ، فما خرج من القسمة فهو صحيح والباقي كسر .

مثاله :

أردنا أن نرفع سبعة عشر ثلثا فنقسمناه على الثلاثة التي هي مخرج الثلث ، خرجت خمسة وبقي اثنان وهما ثلثان .

الباب الخامس في توحيد الخارج

[ويقال ^(١) في أخذ الكسور المختلفة من مخرج واحد] ، ويقال لهذا العمل ضرب التأريخ ، وهو طلب أقل عدد يصح منه الكسور المفروضة ، أى يعده كل واحد من الخارج المفروضة .

والعمل فيه أن نرسم جداول طولية ، ونضع كل كسر من الكسور التي نريد أن نوجد مخرجها في أعلى طول كل جدول ، والمخرج في أسفله بمسافة بحيث يكون الخارج متوالية في التزايد والتناقص ، ثم ننظر إلى الخارج فما كان منهما داخلا في بعضها أعنى عادا له ، نخط فوقه خطا كم كانت ، ونضع فوق الخط صفراً ، ثم ننظر إلى المخرج الأعظم ، ونعرف حاله مع كل واحد من الخارج الباقية ، فما كان مبينا نتركه بحاله ، وما كان مشاركا له نأخذ جزء وفقه ، أى نقسمه على العدد العاد لهما ونضعه فوقه بعد أن نخط بينهما بخط .

وهكذا إلى آخر الخارج ، ثم نعرف حال مخرج آخر مع الباقي من الخارج ، أعنى ما كان في حكم الثبات ونعمل ما ذكرنا ، وهكذا إلى أن نعرف حال جميع الخارج مع الباقية ، فنضرب ما بقى فوق الخطوط الفواصل بعضها في بعض ، فحاصل الضرب الأخير هو المخرج المشترك الذي تصح منه تلك الكسور .

(١). غير موجودة هذه الجملة في ت

فنضعه في كل جدول بعد أن نخط بينهما وبين الخارج الأصلية خطاً عرضياً ، يقطع جميع الطولية ، ثم نقسمه على كل واحد من الخارج الأصلية التي وضعت في أسافل الجداول ، ونضع الخارج من القسمة في ذلك الجدول تحت الكسر ونضربه فيه .

ونضع الحاصل فوق المخرج المشترك فهو ذلك الكسر المأخوذ من المخرج المشترك ، ونضع فوقه صفراً مكان الصراح ، ونخط فوق الأصفار خطاً عرضياً يقطع جميع الطولية للتمييز .

مثاله :

أردنا أن نأخذ نصفاً وثلاثاً وربعاً وخمسين وخمسة أسداس وثلاثة أسباع وسبعة أثمان وتسعين وثلاثة أعشار «٤٩» من مخرج واحد فرسمنا الجداول الطولية ووضعنا الكسور فيها كما ذكرنا هكذا .

١٠	١	١	١	٢	٥	٣	٧	٢	٣
١٤٦٠	٨٤٠	٦٣٠	٥٠٤	٤٢٠	٣٦٠	٣١٥	٢٨٠	٢٥٢	٢٥٢
١٤٦٠	٨٤٠	٦٣٠	١٠٠٨	٢١٠٠	١٠٨٠	٢٢٠٥	٥٦٠	٧٥٦	٧٥٦
٢٥٢٠	٢٥٢٠	٢٥٢٠	٢٥٢٠	٢٥٢٠	٢٥٢٠	٢٥٢٠	٢٥٢٠	٢٥٢٠	٢٥٢٠
$\frac{١٠}{٢}$	$\frac{١}{٣}$	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٥}$	$\frac{٣}{٦}$	٧	$\frac{٤}{٨}$	٩	١٠	١٠

فطرنا إلى الخارج ، فوجدنا الاثنين والثلاثة والأربعة والخمسة ^(١) داخله في الخارج الباقية بعضها في بعض فوضعنا فوق كل واحد منها صفراً بعد الفاصلة ، فبقيت الستة والسبعة والثمانية والتسعة والعشرة ، فعرفنا حال أعظم الخارج وهو العشرة مع التسعة ، فكانت مباينة لها تركناها بحالها .

ثم مع الثمانية فكانت مشاركة لها في النصف ، فوضعنا نصفها وهو الأربعة فوقها بعد الفاصلة ، ثم مع السبعة فكانت مباينة لها ، تركناها بحالها ثم مع الستة فكانت مشاركة لها في النصف ، فوضعنا نصفها وهو الثلاثة فوقها بعد الفاصلة ، وتم العمل بالعشرة .

ثم عرفنا حال التسعة مع الأربعة التي في جنبها ، فكانت مباينة لها ، تركناها بحالها ، ثم مع السبعة فكانت كذلك ، ثم مع الثلاثة فكانت داخله فيها ، وضعنا فوقها صفراً بعد الفاصلة ، وتم العمل بالتسعة .

(١) والخمسة موجودة في ت فقط .

ثم عرفنا حال الأربعة مع السبعة فكانت مباينة لها ؛ تركناها بحالها ؛ وتم العمل لأننا عرفنا حال كل مخرج مع الآخر ؛ فبقيت من الخارج سبعة وأربعة وتسعة وعشرة ضربنا السبعة في الأربعة حصل ٢٨ ضربناه في التسعة حصل ٢٥٢ ضربناه في العشرة حصل ٢٥٢٠ وهو المخرج المشترك لتلك الكسور ؛ فخططنا فوق الخطوط الفواصل خطأ عريضاً بحيث قطع جميع الطولية [٤١] .

ووضعنا المخرج المشترك فوقه في كل جدول وقسمناه على كل واحد من الخارج الأصلية ، ووضعنا الخارج من كل قسمة تحت الكسر وضربناه فيه ؛ ووضعنا الحاصل فوق المخرج المشترك في ذلك الجدول ؛ فهو الكسور المذكورة المأخوذة من المخرج المشترك .

[حاشية (١) : المراد بالأزواج العدد الثاني والرابع والسادس والثامن وعلى هذا القياس ؛ والمراد بالأفراد العدد الأول والثالث والخامس والسابع وعلى هذا القياس] .

وإن (٢) ضربنا السكل كسر الخارج الباقية بعضها في بعض غير المخرج ؛ ونضع الحاصل الأخير تحت ذلك الكسر ؛ ونضربه فيه لحصل أيضاً الكسر المأخوذ من المخرج المشترك .

والمراد بقولنا غير المخرج ؛ أن مخرج الكسر المطلوب إن وجد في الخارج الباقية بعينه لم نضرب فيه شيئاً ؛ وإن لم يوجد فنقسم من الخارج الباقية ما بداخله ؛ أو يشاركه مخرج الكسر المطلوب عليه ؛ فما خرج نضربه في الخارج الباقية بعضها في بعض .

مثلاً :

أردنا أن نأخذ الكسر الخامس من المخرج المشترك في المثال المذكور ؛ وهو خمسة أسداس ؛ ولما لم يوجد مخرجه ؛ وهو ستة في الخارج الباقية الباقية بعينه ؛ قسمنا التسعة التي تشاركها عليها ؛ خرج واحد ونصف ضربناه في العشرة حصل ١٥ ضربناه في الأربعة حصل ٦٠ ضربناه في السبعة حصل ٤٢٠ ؛ وضعناه تحت ذلك الكسر ؛ وضربناه فيه حصل ٢١٠٠ وضعناه فوق المخرج المشترك وهو المطلوب .

نوع آخر :

نضرب أحد الخارج في الآخر إن كانتا متباينتين بعد حذف ما هو داخل في الآخر ؛ وألا نضرب أحدهما في جزء وفق الآخر ؛ ثم نضرب الحاصل في مخرج آخر إن كان الحاصل مع ذلك المخرج متباينتين ؛ وإلا في جزء وفقه وكذا الحاصل مع مخرج آخر إلى أن تتم .

مثاله :

في العمل المذكور ضربنا الستة في السبعة حصل ٤٢ ضربناه في نصف الثمانية أعني أربعة حصل ١٦٨ ضربناه في ثلث التسعة أعني ثلاثة حصل ٥٠٤ ؛ ضربناه في نصف العشرة حصل ٢٥٢٠ وهو المطلوب والباقي كما سبق .

(١) هذه الحاشية موجودة في ت فقط .

(٢) في ت ولو نضرب .

الباب السادس

في أفراد الكسور^(١) المركبة

أما أفراد الكسور المعطوف والمستثنى فيحصل بالجمع والتفريق ، وسندكرهما ، وإذا كان الاستثناء أكثر من مرة واحدة ، فننقص مجموع الأزواج من مجموع الأفراد ، وأما أفراد الكسر المضاف فيحصل بأن نضرب الكسر في الكسر ، ونضع الحاصل مكان الكسر ، ونضرب المخرج في المخرج ، ونضع الحاصل مكان المخرج ، ثم نردها إلى أقل عددين على نسبتها إن لم يكونا منه .

مثاله :

$$\frac{3}{5} \quad \text{أردنا أفراد ثلاثة أرباع خمسة أسداس وضعناه هكذا}$$

$$\frac{4}{5} \quad \text{ضربنا الثلاثة في الخمسة حصل (١) ١٥ وضعناها مكان الكسر .}$$

$$\frac{10}{24} \quad \text{ثم ضربنا الأربعة في ستة حصل ٢٤ وضعناها مكان المخرج هكذا}$$

$$\frac{5}{8} \quad \text{ولأنهما مشتركان في الثلاث ، رددناها إليه نصار خمسة أثمان هكذا}$$

$$\frac{5}{8} \quad \text{وإن زادت الإضافة عن اثنين ، فنضرب الكسور بعضها في بعض ،}$$

ونضع الحاصل الأخير مكان الكسر ، ونضرب المخرج بعضها في بعض ، ونضع الحاصل الأخير مكان المخرج .

وأما أفراد الكسر المنكسر ، فالانكسار يكون إما في الكسر وحده ، والعمل فيه أن يجنس الكسر إن احتيج إليه ، ونضعه موضع الكسر ، ونضرب المخرج في المخرج ونضعه موضع المخرج فنردها إلى أقل عددين يكونان على تلك النسبة إن لم يكونا فيه .

مثاله :

$$\frac{3}{5} \quad \text{ثلاثة وخمس من ستة هي واحد ، وضعناه على هذه الصورة}$$

$$\frac{1}{5} \quad \text{وجنسنا الثلاثة والخمس حصل ستة عشر ، وضعناها مكان الكسر ،}$$

$$\frac{3}{6} \quad \text{من}$$

(١) في ت الكسر المركب .

(٢) في ت حصلت خمسة عشر وكذا في باقي الأرقام يكتبها بالحروف .

وضربنا المخرج الأصلي الذي هو ستة في مخرج الكسر الذي هو خمسة ، حصل ثلاثون وضعناه مكان المخرج هكذا

$$\begin{array}{r} \cdot \\ 16 \\ 30 \end{array}$$

وبعد الرد إلى أقل عددين هكذا

$$\begin{array}{r} \cdot \\ 8 \\ 10 \end{array}$$

وأما في المخرج وحده ، فالعمل فيه أن نجنسه ونضعه مكان المخرج ، ثم نضرب الكسر في مخرج المخرج ، ونضع الحاصل مكان الكسر ، ثم نردها إلى أقل عددين على تلك النسبة إن لم يكونا منه .

مثاله :

$$\begin{array}{r} \cdot \\ 4 \\ \text{من} \\ 7 \\ 1 \\ 4 \end{array}$$

أربعة من سبعة ورابع ، هما واحد وصورتهما هكذا

فجنسنا السبعة والرابع فصارت تسعة وعشرين ،

وضعنا مكان المخرج ، وضربنا الأربعة التي هي الكسر في الأربعة التي هي المخرج حصل ستة عشر ، وضعنا

$$\begin{array}{r} \cdot \\ 16 \\ 28 \end{array}$$

ولا يمكن في هذا النوع . ألم نحتاج فيه إلى التجنيس ، وأما في الكسر والمخرج كليهما فنجنس ما نحتاج إليه ، ثم نضرب كسر الكسر في مخرج المخرج ، ونضع الحاصل مكان الكسر ، ونضرب مخرج الكسر في كسر المخرج ، ونضعه مكان المخرج .

مثاله :

$$\begin{array}{r} \cdot \\ 7 \\ 2 \\ 14 \end{array} \quad \begin{array}{r} \cdot \\ 3 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \end{array}$$

ثلاثة ونصف من أربعة وثلثين وصورته هكذا ضربنا كسر الكسر الذي هو سبعة في مخرج المخرج الذي هو ثلاثة ، ووضعنا الحاصل مكان الكسر . وبعد التجنيس هكذا

وضربنا مخرج الكسر وهو اثنان في كسر المخرج ، وهو أربعة عشر ، ووضعنا الحاصل مكان المخرج

$$\begin{array}{r} \cdot \\ 21 \\ 28 \end{array}$$

هكذا ٢١ فهما مشتركان في السبع ، فرددناها إليه حصل

مثال آخر :

$$\begin{array}{r} \cdot \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} \cdot \\ 1 \\ 2 \\ 7 \\ 3 \end{array}$$

نصف واحد من اثنين وثلث وضعنا هكذا من فجنسنا المخرج فصار هكذا ثم ضربنا

كسر الكسر في مخرج المخرج .
ووضعنا الحاصل مكان الكسر .

وضربنا مخرج الكسر في كسر المخرج ، ووضعنا الحاصل مكان المخرج حصل هكذا $\frac{3}{14}$ وهو المطلوب
وإذا أردنا أفراد ما كان مركبا من أجزاء مركبة ، فنفرد كل واحد من أجزائه أولا ثم نفرد الحواصل .

مثاله :

أردنا أفراد اثنين وربيع من خمسة وأربعة أخماس هي اثنان ونصف من أربعة مستثنى من المجموع واحد
وثلاثان من ثمانية صورته هكذا :

$$\begin{array}{r} \cdot \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ \text{من} \\ 8 \end{array} \quad \text{إلا} \quad \begin{array}{r} \cdot \\ 2 \\ 1 \\ 4 \\ \text{من} \\ 5 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \\ 4 \end{array}$$

فبدأنا بفرد المستثنى منه ، وهو مضاف ، فيكسر الجزءين أى
المضاف والمضاف إليه ، وجزؤه الأول ، فيكسر الكسر .

والمخرج وجزء الثانى فيكسر الكسر فقط .

فأفردنا الجزء الأول ، ووضعناه موضع المضاف .

$$\begin{array}{r} \cdot \\ 45 \\ 116 \\ \hline 5 \\ 8 \end{array}$$

ثم أفردنا الجزء الثانى ، ووضعناه مكان المضاف إليه صار هكذا :

وهو كسر مضاف فأفردناه صار هكذا :

$$\begin{array}{r} \cdot \\ 225 \\ 928 \end{array}$$

ثم أفردنا المستثنى حصل هكذا :

$\frac{5}{24}$ نقصناه من المستثنى منه ، وبعد توحيد المخرجين ، وبعد التفريق

رددناها إلى أقل عددين على نسبتها فصار هكذا :

$$\begin{array}{r} \cdot \\ 95 \\ 2784 \end{array} \quad \text{وهو المطلوب}$$

(١) توجد حاشية في ت تفسير هذ العمليات بأسلوب مكرر لما هو موجود فلا داعى لذكره .

الباب السابع

فى التضعيف والتنصيف والجمع والتفريق

أما التضعيف فننظر إلى المخرج إن كان فردا ، نضعف الكسر ونقسم الحاصل على المخرج أى ننظر إليه ، فإن زاد من المخرج نرفع منه مثل المخرج بواحد ، ونضعفه مكان الصحاح إن لم يكن معه ، وإلا نزيده على ضعف الصحاح ، وما بقى نضعه مكان الكسر ، ونسبه إلى المخرج ، وإن كان المخرج زوجا ننصفه ، ونقسم الكسر عليه على النصف كما يقتضى الحساب .

مثاله :

أردنا أن نضعف خمسة أسداس وضعناه هكذا $\frac{5}{6}$ ونصفنا المخرج فصار ثلاثة ، وقسمنا الكسر عليها فصار بعد الرفع هكذا : $\frac{1}{2}$ وهو المطلوب .

مثال آخر :

فى تضعيف ثمانية وأربعة أسباع ، وضعناه هكذا $\frac{8}{7}$ وضعناه صار هكذا $\frac{17}{7}$ وأما التنصيف فننظر إلى الكسر فإن كان زوجا ننصفه ، وإلا نضعف المخرج ، وأما إن كان معه صحاح ، فإن كانت زوجا ننصفها ونضعف الكسر كما ذكرنا ، وإن كانت فردا ننصفها ونضع ما صح فى موضعه ، ونزيد للواحد الباقى المخرج على الكسر ، ثم ننصف المجموع أو نضعف المخرج كما ذكرنا .

مثاله :

أردنا أن ننصف ثلاثة أرباع وصورتها هكذا : $\frac{3}{4}$ وضعنا مخرجها فصار $\frac{3}{8}$

مثال آخر :

تسعة وثلاثة أخماس وهى $\frac{9}{5}$ فنصفنا التسعة ، وقد خرج أربعة صحاح وضعناها مكان الصحاح ، وزدنا للواحد الباقى .

من الصحاح مقدار المخرج على الكسر فبلغ ثمانية ، نصفناها فصارت أربعة ، وضعناها مكان الكسر

٤

والمخرج كما كان هكذا ٤

٥

وأما الجمع فهو إما أن يكون بين اثنين أو أكثر ، فنوحد الخارج بضرب التاربخ إن اختلفت ، ونجمع الكسور المتحدة من المخرج المشترك ، ونقسم المجموع على المخرج المشترك ، ونضع الخارج مكان الصحاح ، وإن بقي شيء يكون كسرا من المخرج المشترك .

فإن لم يكونا متباينين فردهما إلى أقل عددين على نسبتهم .

مثاله :

أردنا أن نجمع بين ثلاثة أرباع وستة أسباع وضعناها هكذا ٦٣ وبعد إيجاد المخرجين صار ٧٤

هكذا : ٢١ ٢٨
٢٤ ٢٨

ثم جمعنا الكسرين ، وقسمنا المجموع على المخرج المشترك صار هكذا ١٧ وهو المطلوب . ٢٨

مثال آخر :

نريد أن نجمع بين هذه الأعداد الأربعة ٢ ١ ٣ ٥
٠ ٣ ٥ ٠
٠ ٦ ٤ ٠

وبعد ضرب التاربخ لتوحيد الخارج صار ١٢ ١٢ ١٢ ١٢
٠ ٣ ٠ ٢
٠ ١٠ ٩ ٦
٠ ١٢ ١٢ ١٢

ثم جمعنا الصحاح حصلت عشرة ، وجمعنا الكسور الثلاثة حصلت خمسة وعشرون ، قسمناها على المخرج المشترك خرج اثنان زدها على العشرة بلغ اثني عشر صحاحا ، وبقي واحد نسبناه إلى المخرج المشترك فكان ١٢ وهو المطلوب

١

١٢

وأما التفريق فنوحد المخرجين إن كانا مختلفين ، ثم تنقص الكسر من الكسر ، أعني المأخوذ من المخرج المشترك ، فإن بقي شيء فهو كسر من المخرج المشترك .

مثاله :

$$\begin{array}{r|l} 0 & 0 \\ 5 & 3 \\ 6 & 4 \end{array} \quad \text{أردنا أن نقص ثلاثة أرباع من خمسة أسداس وضعناها هكذا}$$

$$\begin{array}{r|l} 0 & 0 \\ 10 & 9 \\ 12 & 12 \end{array} \quad \text{ثم جعلناها بضرب التاريج هكذا}$$

ثم نقصنا التسعة من العشرة بقي

١

١٢ وهو المطلوب

وإن كان مع المنقوص منه صحاح أو مع كليهما ، وبعد اتحاد المخرجين يكون كسر المنقوص أكثر من كسر المنقوص منه ، نقص من صحاح المنقوص منه واحدا ، ونجعله كسورا ، ونضمها مع الكسر أى يزيد مخرجه على كسره ، ثم نقص الكسر من ذلك الكسر .

مثاله :

$$\begin{array}{r|l} 6 & 3 \\ 3 & 1 \\ 8 & 2 \end{array} \quad \text{أردنا أن نقص ثلاثة ونصف من ستة وثلاثة أثمان ، صورتها هكذا}$$

$$\begin{array}{r|l} 6 & 3 \\ 3 & 4 \\ 8 & 8 \end{array} \quad \text{وبعد اتحاد المخرجين}$$

ولما كان كسر المنقوص أكبر من كسر المنقوص منه ، نقصنا من صحاح المنقوص منه واحداً ، فبقيت هناك خمسة ، وجعلنا الواحد كسورا ، حصلت ثمانية ، زدناها على الثلاثة بلغ أحد عشر ، نقصنا منه كسر المنقوص الذى هو أربعة بقي سبعة ، وضعناها مكان الكسر هكذا

٢

٧

٨ وهو المطلوب (١)

الباب الثامن

فى الضرب

فى الضرب . إما الكسور فى الكسور ، فيضرب الكسر فى الكسر ، والمخرج فى المخرج ، ونزد الحاصلين إلى أقل عددين إن لم يكونا منه .

٢

(٢) صحتها

٨

مثاله :

$$\begin{array}{r|l} 0 & 0 \\ 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{array} \quad \text{أردنا أن نضرب ثلثين في ثلاثة أخماس وصورتها هكذا}$$

فضربنا الكسر في الكسر والمخرج

في المخرج حصل هكذا

$$\begin{array}{r} 6 \\ 10 \end{array}$$

• رددناها إلى أقل عددين على نسبتها فصار

٢

• وهو المطلوب

وأما الصحاح في الكسور فنضرب الصحاح في الكسر ، ونقسم الحاصل على المخرج

مثاله :

$$\begin{array}{r|l} 0 & 10 \\ 3 & 0 \\ 7 & 0 \end{array} \quad \text{أردنا أن نضرب العشرة في ثلاثة أسباع ، وضعناه هكذا}$$

فضربنا العشرة في ثلاثة ، حصل

• ثلاثون فقسمناه على السبعة صار هكذا ^(١)

٣٠

• وهو المطلوب

وإذا عرفنا هذين النوعين ، وأردنا أن نضرب الصحاح مع الكسور في الكسور ، فنضرب الصحاح أولاً في الكسور ، ثم الكسور في الكسور ، ونجمعها ليحصل المطلوب .

وإن أردنا ضرب الصحاح في الصحاح ، والكسور ، فنضرب الصحاح في الصحاح أولاً ، ثم الصحاح في الكسور ، ونجمعها ليحصل المطلوب .

وإن أردنا أن نضرب الصحاح مع الكسور في الصحاح مع الكسور ، فنضرب الصحاح في الصحاح ، ثم الكسور في الكسور ، ثم صحاح المضروب في كسور المضروب فيه ، ثم صحاح المضروب فيه في كسور المضروب ، ونجمع حواصل المضروب الأربعة ليحصل المطلوب .

مثاله :

$$\begin{array}{r|l} 10 & 3 \\ 4 & 2 \\ 5 & 3 \end{array} \quad \text{أردنا أن نضرب ثلاثة وثلثين في عشرة وأربعة أخماس ، وضعناها هكذا :}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 2 \\ 7 \end{array}$$

(١) في ت

$$\begin{array}{c|c|c} 6 & 2 & 30 \\ \hline 3 & 2 & 80 \\ \hline 3 & 5 & 150 \end{array}$$

فَضَرَبْنَا الضَّرُوبَ الْأَرْبَعَةَ ، وَوَضَعْنَا الْحَاصِلَ فِي الصَّفُوفِ هَكَذَا :

$$\begin{array}{c|c|c|c} 6 & 2 & 0 & 30 \\ \hline 10 & 6 & 8 & 0 \\ \hline 15 & 15 & 15 & 0 \end{array}$$

ثُمَّ أَخَذْنَا الْكُسُورَ مِنْ مَخْرَجٍ مُشْتَرَكٍ فَصَارَ هَكَذَا :

فَجَمَعْنَا الصَّحَاحَ حَصَلَ ٣٨ ، ثُمَّ الْكُسُورَ حَصَلَ ٢٤ قَسَمْنَاهُ عَلَى الْمَخْرَجِ الْمُشْتَرَكِ خَرَجَ وَاحِدٌ ، وَبَقِيَ تِسْعَةٌ ، فَزَدْنَا خَارِجَ الْقِسْمَةِ عَلَى الصَّحَاحِ لِلرَّفْعِ ، وَمَا بَقِيَ نَسَبْنَاهُ إِلَى الْمَخْرَجِ الْمُشْتَرَكِ .

ثُمَّ رَرَدْنَا الْمَخْرَجَ وَالْكَسْرَ إِلَى أَقْلَ عَدَدَيْنِ عَلَى تِلْكَ النِّسْبَةِ فَصَارَ هَكَذَا :

$$\begin{array}{c} 39 \\ 3 \\ 5 \end{array}$$

وَهُوَ تِسْعَةٌ وَثَلَاثُونَ وَثَلَاثَةُ أَخْمَاسَ ، وَهُوَ الْمَطْلُوبُ .

وَلَوْ تَجَنَّسَ الصَّحَاحُ مَعَ الْكُسُورِ لَيَصِيرُ الْمَجْمُوعُ كُسُورًا ، ثُمَّ نَضْرِبُ الْكُسْرَ فِي الْكُسْرِ وَالْمَخْرَجَ فِي الْمَخْرَجِ ، وَتَقْسِيمُ حَاصِلِ الْكُسْرِ عَلَى حَاصِلِ الْمَخْرَجِ كَمَا ذَكَرْنَا لِحَصْلِ الْمَطْلُوبِ .

وَإِنْ كَانَ كُلُّ وَاحِدٍ مِنْ مَخْرَجِ الْمَضْرُوبِينَ عَدَدًا مَجْرَدًا كَعَشْرَةٍ ، أَوْ مِائَةٍ أَوْ أَلْفٍ فَالْأَسْهَلُ أَنْ نَضْعَ كُلَّهُمَا الصَّحَاحَ عَلَى يَسَارِ الْكُسْرِ فِي سَطْرٍ وَاحِدٍ لِيَكُونَ الْكُسْرُ كُسْرَ الْإِعْشَارِيِّ ، وَيَصِيرُ الْمَجْمُوعُ كَعَدَدٍ صَحِيحٍ ، ثُمَّ نَضْرِبُ الْمَضْرُوبَ فِي الْمَضْرُوبِ فِيهِ بِطَرِيقِ ضَرْبِ الصَّحَاحِ ، فَمَا حَصَلَ ؛ فَإِنْ أَرَدْنَا نَقْرُرَ عَنْ يَمِينِهِ أَرْقَامًا بَعْدَ مَجْمُوعِ الْأَصْفَارِ الَّتِي تَكُونُ مَعَ الْمَخْرَجِينَ ، وَذَلِكَ هُوَ كُسْرُ حَاصِلِ الضَّرْبِ مِنْ مَخْرَجٍ هُوَ عَدَدٌ مَجْرَدٌ يَكُونُ أَصْفَارُهُ بَعْدَ مَجْمُوعِ الْأَصْفَارِ الْمَذْكُورَةِ ، وَالْأَرْقَامُ الْبَاقِيَةُ مِنَ الْحَاصِلِ هِيَ الصَّحَاحُ الْحَاصِلُ .

وَإِنْ أَرَدْنَا أَنْ نَعْبِرَ عَنْ ذَلِكَ الْكُسْرِ أَنَّهُ كَذَا إِعْشَارًا ، وَكَذَا ثَانِي الْأَعْشَارِ وَثَلَاثَةَ عَلَى قِيَاسِ حِسَابِ الْمُنْجَمِينَ .

مِثَالُهُ :

أَرَدْنَا أَنْ نَضْرِبَ أَرْبَعَةَ عَشَرَ وَثَلَاثَةَ أَعْشَارَ فِي خَمْسَةٍ وَعَشْرِينَ وَسَبْعَةَ أَجْزَاءٍ مِنْ مِائَةٍ ، وَوَضَعْنَاهَا فِي الشَّبَكَةِ ، وَمِيزْنَا بَيْنَ الْأَعْدَادِ (١) وَالصَّحَاحِ وَالْكَسُورِ بِاللُّونِ هَكَذَا :

	٢	٥	٠	٧
١	٢	٥	٠	٧
٤	٨	٢٠	٠	٢٨
٣	٦	١٥	٠	٢١
	٣	٥	٠	١

(١) الْأَعْدَادُ غَيْرُ مَوْجُودَةٍ فِي ت :

ولما كانت الأصفار التي مع المخرجين ثلاثة اخذنا من يمين الحاصل ثلاثة أرقام للكسر والأرقام الباقية هي الصحاح ، فإن شئنا وضعناها مع مخرج مجرد يكون معه ثلاثة اصفار هكذا : ٣٥٨

٥٠١
١٠٠٠

وإن أردنا وضعناه كما وضع تحت الشبكة في سطر واحد .

وعبرنا عنه بأنه ٣٥٨ صحاحا ٥٠١ ثالث الأعشار (٤٢) .

الباب التاسع

في القسمة

نوجد المخرجين إن اختلفا ، ونجنس الصحاح إن كانت معها ، وكذا الحكم فيما كان أحد المقسومين صحاحا فقط ، ثم نقسم كسر المقسوم على كسر المقسوم عليه ، ونطرح المخرج .

مثاله :

$$\begin{array}{r|l} ٠ & ٢ \\ ٣ & ٥ \\ ٤ & ٦ \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} ٠ & ٠ \\ ٩ & ٣٤ \\ ١٢ & ١٢ \end{array}$$

ثم قسمنا كسر المقسوم وهو أربعة وثلاثون على كسر المقسوم عليه وهو تسعة ، وطرحنا المخرجين

$$\begin{array}{r} ٣ \\ ٧ \\ ٩ \end{array}$$

صار وهو المطلوب

مثال آخر :

$$\begin{array}{r|l} ٣ & ١٨ \\ ٣ & ٠ \\ ٤ & ٠ \end{array}$$

جنسنا المقسوم عليه ، وكذا المقسوم من جنس كسر المقسوم عليه ، بأن ضربنا الثمانية عشر

$$\begin{array}{r|l} ٠ & ٠ \\ ١٥ & ٧٢ \\ ٤ & ٤ \end{array}$$

ثم قسمنا كسر المقسوم الذى هو اثنان وسبعون على كسر المقسوم عليه ، الذى هو خمسة عشر ،
وطرحنا المخرج فصار ٤ فكان الكسر والمخرج الحاصل مشاركين فى الثلث ،

١٢

١٥

رددناها إليه فصار : ٤ وهو المراد

٤

٥

الباب العاشر

فى استخراج الضلع الأول من المضلعات إن كان الكسر والمخرج منطقيين

ينسب ضلع الكسر إلى ضلع المخرج

مثاله :

جذر هذا : • هكذا : • وضلع أول هذا : • على أنه مال

١٦

٢

٤

٨١

٣

٩

مال هكذا : • وإن لم يكن كل واحد منهما منطقاً .

٢

٣

نضرب الكسر فى المخرج مرة للجذر ، ومرتين للكعب ، وثلاث مرات لضلع مال المال ، وأربع
مرات لمال الكعب ، وهكذا فى سائر المنازل ، بتزايد واحد واحد ، ونأخذ ضلع الحاصل الأخير
بالتقريب على ما مر ، ونقسم هذا الضلع على المخرج أعنى مخرج الكسر الذى يزيد ضلعه ، فما خرج
فهو المطلوب . [٤٣]

مثاله :

أردنا جذر خمسة أسداس وهى : • ضربنا الكسر فى المخرج حصل ثلاثون أخذنا جذره فكان : •

٥

٥

١١

٦

قسمناه على المخرج الذى هو ستة خرج : •

٦٠

٦٦

رددناها إلى أقل عددين على تلك النسبة ، صار : • وهو المطلوب .

١٠

١١

مثال آخر :

أردنا الضلع الأول من المربع على أنه مال مال ، صورته هذا : ٠ ضربنا الكسر في المخرج حصلت
١
٤
أربعة أولا ، ف ضربنا الحاصل في المخرج ثانياً حصلت ستة عشر ، ضربناها فيه ثالثاً حصلت أربعة وستون .
أخذنا ضلعه الأول على أنه مال مال بالتقريب الاصطلاحي كان : ٢ قسمناه على المخرج الذي هو
٤٨
قسمناه على المخرج الذي هو
٦٥
أربعة خرج هذا : ٠ وهو المطلوب . [٤٤]

٨٩

١٣٠

وإن كان مع الكسور صحاح ، نستخرج الضلع الأول من الصحاح ، كما ذكرنا في المقالة المتقدمة ،
فما بقي من الصحاح والكسور هو كسر منكسر للمخرج الاصطلاحي ، فنفرده على ما ذكرنا . [٤٥]

مثاله :

أردنا جذر سبعة وسدس خرج اثنان من الصحاح ، وبقي ثلاثة وسدس ، وهو كسر منكسر إذا نسب
إلى المخرج الاصطلاحي الذي هو خمسة وضعناه هكذا : ٢
٣
١
٦
من
٥
فأفردنا الكسر صار هكذا : ٢
١٩
٣. وهو المطلوب [٤٦]

مثال آخر :

أردنا كعب ثلاثين ونصف ، فوجدنا من الثلاثين الصحاح ثلاثة ، وبقي ثلاثة ونصف ، وهو كسر
منكسر منسوب إلى المخرج الاصطلاحي الذي هو سبعة وثلاثون هكذا : ٣
٣
١
٢
من
٣٧
وبعد إفراد الكسر المنكسر صار هكذا : ٣
٧
٧٤ وهو المطلوب [٤٧]

ولم نجنس الصحاح والكسور مم نأخذ ضلعه الأول كما ذكرنا في تحصيل ضلع الكسور فهو أدق .

مثاله :

٣	وكتب ثلاثين ونصف المذكور هكذا	٢	يكون جذر سبعة وسدس المذكور هكذا
١٤ [٤٨]		٦٧	
١٢٧		٩٩	واعل أن كل عدد مضرب في مضلع منطقة ٤

واعلم أن كل عدد يضرب في مضلع منطق ، ٩٩
ويؤخذ ضلع الحاصل ويتقسم على ضلع ذلك المضلع كان الخارج ضلع ذلك العدد أدق مما لو أخذ ضلعه كما كان ،
وكما كان المضلع المضروب فيه أكثر كان الضلع الحاصل أدق ، وإن كان المضلع المضروب فيه عقدا واحدا
أى كان عددا مجردا كمائة منطق بالجزر ، كألف منطق بالكعب وكعشرة آلاف منطق بالجزر ، وضلع مال المال.
وعلى هذا القياس كان أولى وأسهل أولا ، بتغيير أرقام العدد وضلعه من الصحاح عن صورته ، ويكفى
في هذا الضرب أن نضع على يمين آحاد العدد أصغارا كثيرة لها نصف في طلب الجزر وثلاث في طلب الكعب
وربع في طلب مال المال ، أى ينبغي أن يكون عدد منزله المضلع عادا لعدد الأصغار الزائدة الموضوعة على يمين
العدد المفروض ، وكما كانت أكثر كان الخارج أدق .

ثم نستخرج ضلع ذلك العدد مع تلك الأصغار على الرسم المعهود ، ونقسمه على الضلع الأول لذلك المضلع ، ويكون في هذه القسمة أن نأخذ ما وقع في السطر الخارج فوق عدد الأصل ، ونضعه مكان الصحاح ، وما وقع فوق الأصغار الزائدة نضربه في المخرج الاصطلاحي ، ونزيد على الحاصل ما بقي من العمل .

فما بلغ نضعه تحت العدد الصحيح موضع الكسر ، ونزيد على المخرج الاصطلاحي أصفارا بعدة المراتب الواقعة فوق الأصفار الزائدة في سطر الخارج ، ويكون جزء من الأصفار الزائدة لعدد منزلة المضلع ، أعني نصف الأصفار الزائدة في الجذر وثلاثها في الكعب ، ورابعها في مال المال ، ونضعه موضع المخرج ونزد الكسر والمخرج إلى أقل عددين إن لم يكونا منه .

مثالہ :

أردنا جذر مائة وخمسة وأربعين ، فرسمنا الجداول ، وعملنا كما ذكرنا سابقا ، حصل في سطر الخارج اثنا عشر وبقي مع العدد واحد فعلم أنه أصم [٤٩] .

1	Σ	·	·	·	·	Σ
1	Σ	0	·	·	—	·
		1	Σ	Σ	Λ	Ψ
		—	—	—		
				Ψ		
			Σ	Σ	·	Λ
		—	—	—	—	Σ
		Σ	Σ	·		
1	Σ	Σ				

فإذا أردنا التدقيق وضعنا على يمين العدد عدة أصفار يكون لها نصف ، ولتكن أربعة أصفار ورسمنا أربعة جداول أخرى للأصفار بلون آخر للتمييز ، تتمنا العمل هكذا :

فأخذنا من سطر الخارج ما وقع فوق العدد الأصل وهو اثنا عشر ، وضعناه موضع الصحاح ، وضربنا ما وقع فوق الأصفار الزائدة ، وهو أربعة في المخرج الاصطلاحي وهو ٢٤٠٩ حصل ٩٦٣٦ ، زدنا عليه ما بقي من العمل وهو ٣٨٤ بلغ ١٠٠٢٠ وضعناه موضع الكسر ثم زدنا على يمين المخرج الاصطلاحي صفرين فصار ٢٤٠٩٠٠ وضعناه موضع المخرج فصار هكذا

ولما كان الكسر والمخرج مشتركين في سدس العشر رددناها إليه ،
 فصار هكذا
 ١٢
 ١٦٧
 ٤٠١٥ وهذا على قاعدة المحاسبين

وإن أردنا نأخذ ما حصل فوق الأصفار الزائدة كسرا من مخرج ، وهو الضلع الأول من المضلع «٦٠» المضروب فيه وذلك واحد وضع على يمينه أصفارا بعدة المراتب التي وقعت فوق الأصفار الزائدة في سطر الخارج لحصل المطلوب ، ولكن لا يكون بتلك الدقة مثلا في الصورة المذكورة يكون الكسر أربعة ، والمخرج مائه ، وإن أردنا نعبر عنه بأنه أربعة من ثانی الاعشار على قياس حساب النجمين .

الباب الحادى عشر

في تحويل كسر من مخرج إلى مخرج آخر

ولنقدم لذلك مقدمة وهي معرفة استخراج المجهول باستعانة الأعداد الأربعة المتناسبة ، وهي أربعة أعداد تكون نسبة الأول إلى الثانى كنسبة الثالث إلى الرابع ، فإذا كان أحدهما مجهولا والثلاثة الباقية معلومة ، فيرسم خطين متقاطعين على زوايا قائمة ، فنضع كل عدد منها في زاوية بحيث يكون التناسبان المعلومان يقعان في ضلع على الاستقامة ، والمعلوم من المتناسبين الآخرين يقع في زاوية على استقامة نظيره ، وتبقى زاوية المجهول خالية .

فنضرب أحد المتناظرين المعلومين فى الآخر ، فنقسم الحاصل على المعلوم الباقى خرج المجهول ، ولا بد أن يكون المتقاطران المعلومان إما طرفين من الأربعة المتناسبة أو وسطين فيها .

مثاله :

أردنا أن نعرف أن نسبة خمسة إلى تسعة كنسبة أربعة إلى أى عدد ، رسمنا الخطين المتقاطعين ، ووضعنا الأعداد الثلاثة المعلومة هكذا

$$\begin{array}{c|c} ٤ & ٥ \\ \hline & ٩ \end{array}$$

فضربنا أحد المتقاطرين المعلومين في الأخرى ، وهما أربعة وتسعة حصل ستة وثلاثون ، قسمناه على الخمسة
خرج سبعة وخمس وهو المجهول المطلوب
فإن قيل نسبة خمسة إلى تسعة كنسبة أى عدد إلى أربعة ، نضع الأربعة بإزاء التسعة ، لأن نظيرها في النسبة
هى التسعة هكذا

$$\begin{array}{c|c} ٥ & (١) \\ \hline ٩ & ٤ \end{array}$$

فيكون المتقاطران المعلومان هما خمسة وأربعة ، فضربنا أحدهما في الآخر حصل عشرون «٦١» قسمناه على
التسعة خرج اثنان وتسعان و هو المجهول المطلوب ، وقس عليه

وإذا عرفت ذلك فاعلم أن نسبة الكسر المعلوم إلى مخرجه المعلوم كنسبة الكسر المطلوب إلى مخرجه
المطلوب ، وهذه أربعة أعداد متناسبة ، فإذا أردنا أن نحول كسرا من مخرج إلى مخرج آخر ، فرسم الخطين
المتقاطرين ، ونضع الكسر ومخرجه المعلومين في ضامع ، والمخرج الذى نريد أن نحول الكسر إليه في جنب
المخرج الأول إذ هو نظيره ، ونضرب أحد المتقاطرين في الآخر أعنى الكسر المعلوم في المخرج الذى نريد
أن نحول الكسر إليه ، ونقسم الحاصل على المخرج الذى كان كسره معلوما ، فما خرج فهو الكسر المطلوب
من المخرج المحول إليه .

مثاله :

أردنا أن نعرف أن خمسة أسباع كم هى أتسعا ؟

فرسمنا الخطين المتقاطعين ووضعنا الأعداد هكذا $\begin{array}{c|c} ٥ & ٧ \\ \hline ٩ & ٩ \end{array}$ لأن نسبة الخمسة إلى السبعة كنسبة
المجهول إلى التسعة .

ثم ضربنا الخمسة في التسعة حصل خمسة وأربعون قسمناه على السبعة خرج ستة وثلاثة أسباع ، أى ستة
أتساع وثلاثة أسباع تسع .

ولو أردنا أن نعرف أن خمسة أسباع كم هى بالدوايق والطساسيج والشعيرات ، فينبغى أن يعلم أولا أن
مخرج الدوايق من دينار ستة ، ومخرج الطساسيج من دينار أربعة وعشرون ، ومن دائق أربعة ، ومخرج
الشعيرات من دينار ستة وتسعون ، ومن دائق ستة عشر ، ومن طسوج أربعة ، فنضرب الخمسة في الستة
التي هى مخرج الدوايق ، ونقسم الحاصل على السبعة خرج أربعة ، وبقي اثنان فالأربعة هى الدوايق ،
والاثنان الباقيان نضربهما في الأربعة التي هى مخرج الطساسيج ، ونقسم الحاصل على السبعة خرج واحد
وهو طسوج .

$$(١) \text{ فى ل } \frac{٥}{٩} \bigg| \frac{٥}{٧} \text{ وهو خطأ .}$$

وبقي واحد ضربناه في الأربعة التي هي مخرج الشعيرات حصل أربعة قسمناها على السبعة ، خرجت أربعة أسباع شعير ، فلم أن خمسة أسباع هي أربعة دوانيق وطسوج وأربعة أسباع شعير وهو المطلوب .
 وإن أردنا بالعكس فنضرب الدوانيق «٦٢» كم كانت في أربعة ، ونزيد عليه الطساسيج ، ونضرب المجموع في الأربعة فما حصل فهو كسر ومخرجه ستة وتسعون ، وإن كان للشعير كسور نضرب كل واحد من ذلك الكسر ومخرجه في مخرج كسر الشعير ليكون حاصل الكسر كسراً ، وحاصل المخرج مخرجا ، ونردها إلى أقل عددين على نسبتها إن لم يكونا منه .
 وقس عليه إن كان لكسر الشعير كسرا ، وأما تحويل الدوانيق والطساسيج والشعيرات وغيرها إلى الكسور الستينية ، فنورده في المقالة الثالثة إن شاء الله تعالى وحده العزيز .

الباب الثاني عشر

في كيفية ضرب الدوانيق والطساسيج والشعيرات بعضها في البعض

ولما اعتاد أكثر أهل السبابة ، وأرباب المعاملات وعامة الأنام باستعمال هذه الكسور ، فأوردنا هاهنا جدولاً مشتملاً على حاصل ضرب هذه الكسور بعضها في بعض ليسهل منه تحصيل حاصل الضرب وخارج القسمة .
 مثال :

في الضرب أردنا أن نضرب خمسة دوانيق وثلاثة طساسيج وثلاث شعيرات في أربعة دوانيق وطسوج وشعيرين ، راعينا جدولاً بهذه الصورة :

المضروب	المضروب فيه	دوانيق	طسوج	شعيرات	دوانيق له شعير	طسوج له شعير	شعيرات له شعير
خمسة دوانيق	في أربعة دوانيق	٣	١	١	٢		
	في طسوج	٠	٠	٣	٢		
	في شعيرين			١	٤		
ثلاثة طسوجات	في أربعة دوانيق		٢				
	في طسوج				٣		
	في شعيرين				١	٢	
ثلاث شعيرات	في أربعة دوانيق			٢			
	في طسوج					٣	
	في شعيرين					١	٢
الحاصل		٤	١	١	١	٢	٢

(١) ليست هذه الجملة في ل

وكتبنا كل واحد من المضروبين في يمين الجدول بحيث يكون كل واحد من أحد المضروبين محيطا بجميع مراتب المضروب الآخر ، ثم دخلنا في الجدول ، وطلبنا (١) في الجدول ، وطلبنا حاصل ضرب خمسة دوانيق في كل واحد من أربعة دوانيق وطسوج وشعيرين التي كتب في يسار المضروب ، ووضعناه في متن الجدول كل جنس في جدولته .

وكذا عملنا بثلاثة طساسيج ، وكذا بثلاث شعيرات ، فإذا تم جمعناها ، وكل مرتبة جاوز عن مخرجه طرحنا منه مخرجه ، وزدناه بعدة الطسوج (٢) على ما في يمينه ، حصلت أربعة دوانيق وطسوج وشعير ودانق وطسوجان وشعيران من شعير .

مثال : في القسمة

أردنا قسمة هذا الحاصل على أحد المضروبين ، وهو أربعة دوانيق وطسوج وشعيران ، رسمنا الجدول وكتبنا المقسوم فوق الجدول والمقسوم عليه في يمين الجدول بحيث تكون الدوانيق فوق الطساسيج ، والطساسيج فوق الشعيرات كما في هذا الجدول .

وطلبنا أكبر مفرد إذا ضرب في كل واحد من مراتب المقسوم عليه ، أمكن نقصانه عن المقسوم فوجدناه كان خمسة دوانيق ، كتبناها يمين المقسوم عليه ، بحيث يحيط جميع مراتب المقسوم عليه ، ثم ضربناها في أربعة دوانيق أولا ، ووضعنا الحاصل تحت العدد ، ونقصناه منه ووضعنا الباقي تحته ثم ضربناها ، أعنى خمسة الدوانيق في طسوج ووضعنا الحاصل تحت الباقي ونقصناه منه ، ووضعنا الباقي تحته ثم ضربناها أعنى خمسة (٣) دوانيق في شعيرين .

ووضعنا الحاصل تحت الباقي ونقصناه منه ، ووضعنا الباقي تحته ، ولما بقي بعد المضروب الثلاثة شيء كتبنا مفردات المقسوم عليه تارة أخرى يمين الجدول تحت ما كتبناه أولا ، وطلبنا أكثر مفرد بالصفة المذكورة فوجدناه ثلاثة طساسيج كتبناها يمين المقسوم عليه ، وضربناها في كل واحد من مفردات المقسوم عليه ، ونقصنا الحاصل من العدد الباقي ثم بقي شيء كتبنا المقسوم عليه ثالثا ، وطلبنا أكثر مفرد بالصفة المذكورة وجدناه ثلاث شعيرات ، وعملنا بها كما سبق ، فلم يبق شيء .

فالمكتوب يمين المقسوم عليه هو الخارج من القسمة ، وهذا يليق بمن لا يقدر على ما ذكر في الأبواب المتقدمة .

(١) في ت وأخذنا حاصل ضرب الدوانيق

(٢) في ت بعدة الطرح

(٣) زائدة في ت

المقالة الثالثة

في طريقة حساب المنجمين

وهي تشتمل على ستة أبواب

الباب الأول

في معرفة أرقامهم وكيفية وضعها

أرقام أعدادهم على ترتيب حروف أبجد هوز حطى ككن سعنص قرشت نخذ ضغط وهي ثمانية وعشرون حرفاً ، تسعة آحاد وتسعة عشرات ، وتسعة مئات وواحد ألف .

وتركيب باقى الأعداد من هذه الحروف ، فتقدم الأكثر على الأقل ، وإذا تكرّر عدد الألوف قدم عددها على حرف الغين ، وهو معروف بحساب الجمل ، مشهور مستعمل فى الزيجات وسائر كتبهم فى العمل ، ولا يوضع نقط الباء والجيم والزاء والياء ولا يتم بدون الجيم ليتمين عن الحاء [٥٠] .

واعلم أن محيط الدائرة يمحزون بثلاثمائة وستين قمماً متساوية ، ويسمون كل قسم درجة ، وكل ثلاثين درجة من دائرة البروج تسمى برجا ، وهكذا فى الدوائر التى فى مفهومها حركة تجوزاً سوى معدل النهار ، فيكون كل اثنى عشر برجا دورا ، ويتسمون كل درجة بستين قمماً متساوية ، يسمون الدقائق وكل دقيقة بستين ثانية ، وكل ثانية بستين ثالثة ، وكل ثالثة بستين رابعة ، وهكذا إلى ما لا نهاية له .

والدرجات إما توضع بتركيب الحروف كما ذكرنا ، وإذا جاوزت عن ثلاثمائة وستين تطرح عنها ، وإما توضع ما كان أقل من برج ، ويرفعون البروج إلى يمين الدرجات ، وإذا جاوزت البروج عن اثنى عشر يطرحون عنها فى أكثر الحال .

ويضعون الدقائق على يسار الدرجات ، والثوانى على يسار الدقائق ، وعلى هذا بالغاً ما بلغ فى جانب النزول ، ونجعل هذا فى جانب الصعود ، يرفعون فى محاسباتهم لكل ستين درجة أو غيرها من الأعداد الصحيح بواحد تسمى بالمرفوع مرة .

ويرفعون لكل ستين من المرفوع مرة إلى المرفوع مرتين وبعدها على الولاء ، وبالمرفوع ثلاث مرات ثم أربع مرات وهكذا .

وبعضهم يسمونها بالمرفوع والمثنائى والثالث والمربع إلى ما لا نهاية له .

ومواضعها في الكتابة على يمين الدرج على الولاة .

فكما أن في الحساب بالأرقام الهندية يرفع بكل عشرة إلى اليسار ، فها هنا يرفع بكل ستين إلى اليمين ، وكما أن هناك يسمى أول مراتب الصحاح بالآحاد ، فها هنا يسمى بالدرج باسم المكان ، وكما أن سلسلة « ٦٩ » المراتب هناك كانت واحدة فها هنا سلسلتان إحداهما في جانب الصمود والأخرى في جانب النزول ، والدرج وسط بين السلسلتين ، ونحن جعلناها هناك أيضاً سلسلتين .

فمراتب المتسلسلتين كلها متوالية على نسبة واحدة ، ويضعون في كل مرتبة لا يكون فيها العدد صفراً لئلا يتخلل ، وإذا وضعوا الأرقام في الجدول يكتبون أسامي كل مرتبة فوق الجدول بإزاء تلك المرتبة ، وإلا يعينون أولى المراتب أو آخرتها ليتعين البواقى ، إلا إذا كانت القرينة دالة عليها .

ويسمى مفرداً ما كان في مرتبة واحدة في أى متسلسلة كان ، ومجرداً ما كان عقده واحداً ومركباً ما كان في مرتبتين أو أزيد .

الباب الثانى

فى التنصيف والتضعيف والجمع والتفريق

أما التضعيف فنضع الأرقام ونبدأ من اليسار ونضعف ما فى كل مرتبة بصورته^(١) ، ونضع الحاصل تحته إن كان أقل من الستين ، وإلا فما زاد عليه نرفع الستين بواحد إلى حاصل تضعيف ما فى يمينه ، ويكون رفع الدرجات إلى البروج بكل ثلاثين درجة .

مثاله :

أردنا أن نضعف سبعة بروج وثمانى عشرة درجة ، واثنتين وعشرين دقيقة وتسع ثوان وثلاثاً وخمسين نالته ، وضعناه هكذا فى الجدول

بروج	درجات	دقائقه	ثوان	ثوانث
ر	ح	ك	ط	نح
ح	و	مد	بط	مو

ج
١

(١) بصورته غير موجودة فى ت

وهناك حواش كثيرة فى هذه الصفحة أهملنا ذكرها لأنها من شرح الناسخ فى ت فقط ، وليست موجودة هذه الحواش فى ل .

ولو نخط بين كل مرتبتين خطا فهو أولى ، فبدأنا من اليسار وضعفنا نح حصل امو ، وضعتا مو نخط
نحو حفظنا الالرفع في الذهن ، ثم ضعفنا ط حصل ح زدنا عليه الواحد المحفوظ في الذهن حصل ط وضعناه
تحت ط ، ثم ضعفنا ك صار مد وضعناه تحت ك ، ثم ضعفنا ح وهو درج فرفع برجا وبقي وضعناه تحت
ح ، وضعفنا اليروج ، وأسقطنا الدور من الحاصل بقي ب زدنا عليه الواحد الذي حصل « ٧٠ » بالرفع
بلغ ح وضعناه تحت ر فما حصل تحت العدد فهو المطلوب .

وأما التصنيف :

فبدأنا من جانب اليمين وننصف ما في كل مرتبة ، ونضع نصفه تحته إن كان زوجا وإلا الصحيح من
النصف ، ويحفظ لكسر النصف الذي مع الصحيح إن كان برجا خمسة عشر في الذهن وإلا يحفظ ثلاثين
في الذهن حتى إذا تنصف ما في يساره نزيد المحفوظ على نصفه إن كان في يساره عدد وإلا نضع المحفوظ
تحت يساره .

مثاله هكذا :

ز	ح	ك	ط	نح	
ح	كد	با	د	نو	ل

وأما الجمع فإن كان المزيد والمزيد عليه غير متفقين في واحد من المراتب ، نضع ما كان مراتبه أعلى
مراتب الآخر على يمينه ، ونربط بينهما بالأصفار إن احتيج إليها^(١) وهو ظاهر ، وإن كانا متفقين في المراتب
أو في بعضها نضعهما بحيث يكون البروج حذاء البروج والدرج حذاء الدرج ، وكذا كل مرتبة حذاء جنسها ،
ثم نبدأ من الجانب الأيسر ، ونزيد ما في كل مرتبة على ما تحاذيه ، ونضع الحاصل تحتهما إن كان أقل
من الستين ، وإلا فزاد عليه ، ونرفع الستين بواحد إلى اليمين كما ذكرنا في التصنيف ، ونخط بينهما
وبين الحاصل خطا للتمييز :

مثاله هكذا :

أسماء المراتب	بروج	درجات	دقائق	ثواني
العدوان اللذان نريد أن نجمعهما	د	كه	م	ح
	ط	ده	كب	ح
الحاصل	ب	با	ب	كا

(١) زائدة في ت

مثال آخر في الأعداد الكثيرة هكذا :

أسماء المراتب	مرفوع مرتين	مرفوع مرة	درجات	دقائق	ثواني
الأعداد التي تزيد أن نجعلها		ك مب ل	ح ن ر	م مح و	نا لو ع
الحاصل	م	لح	كو	مه	لر

ع.

مثال آخر فيما لا يرفع الدرج إلى البروج هكذا :

مرفوع مرتين^(١) مرفوع من درجات

عمرات المراتب	درجات المطالع	دقائق	ثواني	ثالث
العدان اللذان نريد أن نجعلها	قضب رعد	ح ك	ما ح	ل م
الحاصل	قو	لح	نه	ع

ع.

حاشية : أقول وتصحيح الجدول الذي الدرج لم ترفع ، أن نجعل ل م فيصير ا ر ، فوضعنا ع تحته وحفظنا الواحد للرفع ، ثم جعلنا ما ح وزدنا عليه الواحد المحفوظ فصار نه ، فجعلنا ح ك فصار لح ، فجعلنا ب د فصار و ، ثم جعلنا ص ع فصار و سه ثم جعلنا و ر فصار و ش ، وصورة المجموع هكذا و سه و ش و وإذا أسقطنا الدور شس^(٢) يبقى قو وهو الذي رقه في سطر الحاصل .

وأما التفريق :

فنضع العددين كما ذكرنا ، ونبدأ من الجانب الأيسر ونقص ما في كل مرتبة من المنقوص عما يحاذيه من المنقوص منه ، وإن لم يمكن « ٧١ » نقصان ما في مرتبه عما يحاذيه نأخذ واحدا مما في يمين المنقوص منه فيكون بالنسبة إلى تلك المرتبة ستين فنقصه منه ونزيد الباقي على المحاذي من المنقوص منه .

(١) هذا الجدول مشود في ل

(٢) يقصد أسقاط ٣٦٠° وهي دورة كاملة وهذه الحاشية نافصة في ل

مثاله :

أردنا أن نقص هذا العدد د ك ب ما ح ثانية عن هذا ح ط ح ن ثانية .

وضعناها كما ذكرنا ، وبدأنا من اليسار ، ونقصنا ح عن د بقي ب وضعناه تحته ، ولما لم يمكن نقصان ما من ح أخذنا عن ط واحدا كان ستين بالنسبة إلى مرتبة ح ونقصنا ما منه ، وما بقي زدنا عليه ح صا ن وضعناه تحت ح ، ولا يمكن نقصان ك عن ح .

الباقى أخذنا من البروج واحدا كان ثلاثين درجة نقصنا ك منه ، وما بقي زدناه على ح الباقى عن ط صار بو وضعناه تحت ط ثم نقصنا د عن ر الباقى من البروج بقي ح وضعناه تحت ح هكذا .

أسماء المراتب	بروج	درجات	دقائق	ثواني
المنقوص	د	ك	ب	ح
والمنقوص منه	ح	ط	ح	د
الباقى	ح	نو	تب	ب

ولما لم يكن المنقوص والمنقوص منه متفقين في المراتب أو في بعضها ، نقص من آخر مراتب المنقوص منه واحدا ، ونضع على يساره نط واحدا بعد واحد إلى أن يبلغ إلى مرتبه يكون آخر مراتب المنقوص ، فنضع هناك سه ، ثم نقص المنقوص من المنقوص منه .

مثاله :

أردنا أن تنقص د ك ه سادسة عن ك ح ل ط ثانية عملنا هكذا :

$$\begin{array}{r}
 \text{د ك ه} \\
 \text{ك ح ل ط نط س} \\
 \hline
 \text{ك ح ل ط مه لد س}
 \end{array}$$

ومن يقدر على هذه الأعمال لم يحتج إلى وضع الأعداد ، ووضع الحواصل تحتها أو فوقها بل ينظر إلى الجداول التي فيها الأعداد ، ويضع الحواصل في جداول أخرى ، لكن للمبتدئين والمتعلمين هكذا أسهل ، فلهذا بسطنا الكلام فيها .

الباب الثالث

في الضرب

وهو موقوف على معرفة جدول الستين ، ومعرفة جنسية مراتب حاصل الضرب ، وهو جدول (٧٢) مقسوم في الطول والعرض بستين قسماً ، والأرقام الستينية موضوعة على فوقه ، ويمينه كل رقم محاذ لقسم من الأقسام ، وحاصل ضرب بعضها في بعض موضوع في البيت الذي يكون ملتي^(١) المضروبين في مرتبتين . أيسرها مبسوط وأيمنها مرفوع ، ولو كان صفراً .

والجداول الطولية موسومة بالأرقام التي فوقها ، وبعضهم^(٢) يفرز بعضها عن بعض ، بحيث يكتب في ستين صفحة ليقل وقوع الغلط .

وأما معرفة جنسية المراتب ، فكما أن نسبة الواحد إلى أحد المضروبين كنسبة المضروب الآخر إلى مرتبة^(٣) حاصل الضرب ، تكون مرتبة نسبة الدرجة إلى مرتبة أحد المضروبين كنسبة مرتبة المضروب الآخر إلى مرتبة حاصل الضرب ، لأن المراتب كلها متوالية في النسبة ، فيكون بعد مرتبة أحد المضروبين عن مرتبة الدرج كبعد مرتبة الحاصل من الضرب عن مرتبة المضروب الآخر .

فإذا أخذنا للدرج والمرفوع مرة والدقيقة واحداً وللعشاني والثانية اثنين ، وللعثالث والثالثة ثلاثة ، وعلى هذا القياس فهم أبعاد المراتب عن الدرج ، وسميت أعداد المراتب ، ثم إذا ضربنا مفرداً في مفرد نجتمع عددي مرتبتي المضروبين إن كانا في أحد طرفي الدرج ، فالجموع عدد مرتبة الحاصل في ذلك الطرف ، وتأخذ الفضل بينهما إن اختلفا ، فهو عدد مرتبته في الطرف الذي له الفضل . وقد وضع جدول لمعرفة مرتبة حاصل الضرب ، وسنورد^[٥٢] .

مثاله :

أردنا أن نعرف أن الحاصل في ضرب كذا دقيقة في نب رابعة ، أي رقم من أي مرتبة ؟ دخلنا في جدول الستين فوجدنا في ملتقاها كح مرفوعاً ومبسطاً ، ولأن الدقيقة والرابعة في طرف واحد من الدرج ، جمعنا عدديهما فكان خمسة ، وهي عدد المرتبة الخامسة .

نعلم أن ح المبسوط في المرتبة الخامسة . ولا بد يكون ك المرفوع في المرتبة الرابعة ، وإن اختلف طرفا المضروبين كضرب كد دقيقة في نب مثالث .

أخذنا الفضل من الواحد والثلاثة كان اثنين والفضل في طرف الصعود فيكون ح المبسوط في المثاني و ك المرفوع في المثالث .

(١) في ت للتعاء .

(٢) في ت وبعض

(٣) ناقصة في ل

وبعد تقديم هذه المقدمة ، إذا أردنا أن نضرب مفرداً في مركب ندخل في جدول الستين ، ونضرب ذلك المفرد في كل واحد من مفردات الآخر على الولا ، ونضع الحواصل بحيث يكون المرفوع من كل واحد محاذياً لمبسوط ما في يساره ، فيحصل في أكثر الحال سطران نجمعهما كما هو عمل الجمع ، ونعرف جنسية المرتبة الأخيرة أو مرتبة أخرى كما ذكرنا ليعرف الثواني .

مثاله :

أردنا أن نضرب لو دقيقة في كاح : نو ثانيه ، دخلنا في جدول الستين ، وأخذنا من جدول لو منه بازاء كا كان ب لو ووضعناه ، وبازاء ح كان ع ح وضعنا ع تحت لو وح على يساره ، ثم وضعنا للصفر صفيرين أحدهما فوق ح والآخر على يساره .

وأخذنا بازاء نو كان ح لو وضعنا ح تحت الصفر ولو على يساره فحصل سطران جمعناهما هكذا :

$$\begin{array}{r} \text{ب} \quad \text{لو} \quad . \quad . \\ \text{ع} \quad \text{ح} \quad \text{لو} \\ \hline \text{ب} \quad \text{مو} \quad \text{ح} \quad \text{لو} \quad \text{ثالثة} \end{array}$$

ولما كان المفرد المضروب دقيقة ، وآخر مراتب المضروب فيه ثانيه ، يكون آخر مراتب الحاصل من الضرب لو ثالثة ، وإن شئنا نضع المرفوع والمبسوط في كل ضرب متقاطرين ، إما بأن نضع المبسوط تحت يسار المرفوع ، ويتم العمل هكذا :

$$\begin{array}{r} \text{ب} \quad \text{ع} \quad : \quad \text{ح} \\ \text{ع} \quad \text{لو} \quad \text{ح} \quad : \quad \text{لو} \\ \hline \text{ب} \quad \text{مو} \quad \text{ح} \quad \text{لو} \quad \text{ثالثة} \end{array}$$

وإما بأن نضع المبسوط فوق يسار المرفوع ويتم العمل هكذا :

$$\begin{array}{r} \text{لو} \quad \text{ح} \quad : \quad \text{لو} \\ \text{ب} \quad \text{ع} \quad : \quad \text{ح} \\ \hline \text{ب} \quad \text{مو} \quad \text{ح} \quad \text{لو} \quad \text{ثالثة} \end{array}$$

وأيضاً يحصل المطلوب بأن نضرب المفرد المذكور في آخر مراتب المضروب فيه ، ونضع مبسوط الحاصل ونحفظ مرفوعه في الذهن ، ثم نضرب المفرد المذكور فيما يتقدم على آخر مراتب المضروب فيه ، ونجمع مبسوط الحاصل مع المحفوظ في الذهن ، ونضعه على يمين الموضوع أولاً ونجمع مرفوعه مع مبسوط حاصل ضرب ذلك المفرد فيما يتقدم على متقدم آخر مراتب المضروب فيه وهكذا إلى أن يتم .

مثاله :

أردنا أن نضرب كد درجة في ح ٥ مب لو مو ثالثة ، دخلنا في جدول كد فكان بازاء مو من المرفوع والمبسوط ح كد ، وضعنا كد المبسوط وزدنا ح المرفوع على المبسوط الذي بازاء لو الذي هو كد حصل

مب ، وضعناه على يمين كد ، وجمعنا مرفوعه وهو د مع مبسوط ما هو بازاء مب أعني ح فصار ا ب ، وضعناه ب يمين مب ، وجمعنا الواحد مع المرفوع الذى هو ب و صار بر زدناه على المبسوط الذى بازاء ح الذى هو ب فصار كط ، وضعناه يمين ب ووضعناه المرفوع يمين كط هكذا :

ركط ب مب كد وهو المراد

وهذا الطريق أسهل عندما^(١) كان له جريان في العمل .

وإذا أردنا أن نضرب مركبا في مركب ، نرسم الشبكة كما ذكرنا ، إلا أننا هنا نرسم الخطوط الموربة بحيث ينقسم من كل مربع الزاوية الفوقانية اليسرى والتحتانية اليمنى ، ونضع أحد المضروبين فوق الشبكة على الولا .

والآخر على يمينها بحيث يكون المرتبة العالية فوق السافلة ونضع حواصل ضروب المفردات بعضها في بعض في المربعات بحيث يكون المرفوع في المثلث الفوقانى ، والمبسوط في التحتانى من ذلك المربع ، ثم نضع ما في المثلث التحتانى الذى في الزاوية اليسرى التحتانية من الشبكة تحته بعينه ، وهو المبسوط الذى حصل من ضرب آخر مراتب المضروب في آخر المضروب فيه .

ونكتب في يساره اسم مرتبته ، ثم نجمع ما بين الخطين الموربين الذى بعده ونضع الحاصل على يمين ما وضعناه أولا في صدر الحاصل إن كان أقل من ستين ، وإلا مازاد عليه ، ونرفع بكل ستين واحد إلى حاصل السطر المورب الذى بعده .

وهكذا نجمع ما في كل سطر مورب إلى أن يتم العمل . فما حصل تحت الشبكة فهو المطلوب .

مثاله :

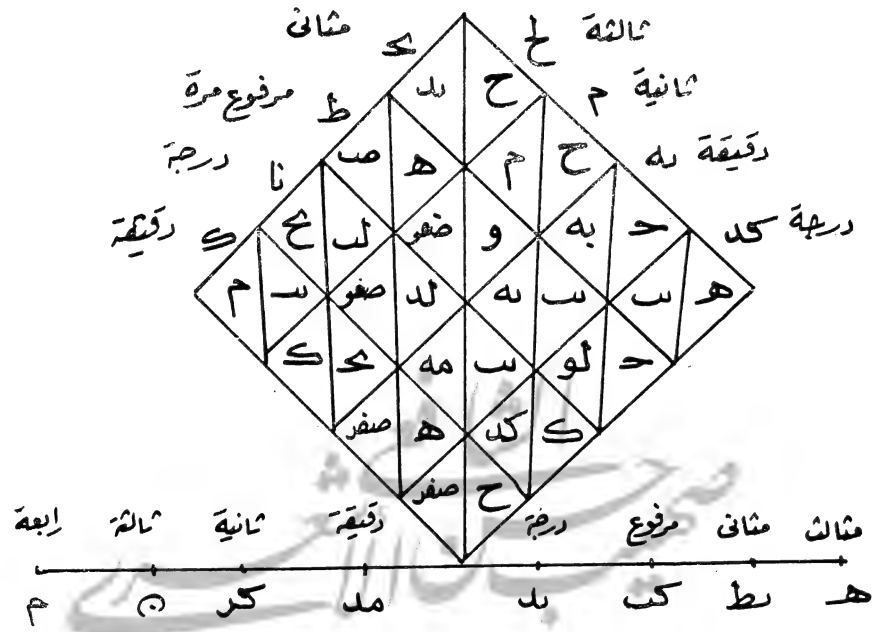
أردنا أن نضرب كده م ح ثلاثة في محط نا ك دقيقة^(٢) ، عملنا كما ذكرنا هكذا : على قياس الشبكة المعمولة بالرقوم الهندية ، فما حصل تحت الشبكة فهو المطلوب .

	درجہ	رقیقہ	ثانیہ	ثالثہ	المضروب
ك	د	ح	م	ح	ب
هـ	ب	ب	م	د	ب
ح	ب	ب	و	هـ	ط
ك	ب	ب	د	ب	نا
ح	ب	ب	ح	ب	ك
صفر	ب	ب	ك	م	ك

(١) في ت عند من قدر على الحساب

(٢) في ل رابعة

ولأن آخر مراتب أحد المضروبين ثلاثة وآخر الآخر دقيقة ، وهما في طرف واحد فمجموع عدديهما أربعة ، نعلم أن آخر مراتب الحاصل أربعة ، وأوله ثلاث لأنه مرفوع حاصل ضرب المثاني في الدرجة .
وأما الضرب بالشبكة الموربة نرسمها على ما ذكرنا بعينه في الباب الثالث من المقالة الأولى ، ونضرب المضروب والمضروب فيه على ضلعي الفوقانيين ، مبتدئاً من اليمين إلى اليسار ، وتتم المربعات بالحواصل ، ونجمع ما في السطور الطولية كما هو عمل الجمع ، ونعيد للمثال المضروبين المذكورين لسهولة فهم المبتدئ هكذا .



نوع آخر :

مستنبط عن هذا النوع من غير رسم الشبكة .

نبدأ بالضرب ما كان في أول مراتب المضروب

في كل واحد من مفردات المضروب فيه على الولاء من اليمين إلى اليسار ، بحيث يكون مرفوع حاصل الثاني تحت مبسوط الأول ومرفوع الثالث تحت مبسوط الثاني ، وعلى هذا نبدأ بضرب ما في التحتاني مراتب المضروب في كل واحد مما في مراتب المضروب فيه على الولاء ونضع الحاصل الأول بحيث يكون مرفوعه فوق مبسوط حاصل ضرب المفردين الأولين من المضروبين ، ومرفوع الحاصل تحت مبسوط الحاصل الأول ، وعلى هذا إلى أن يتم العمل .

ونعيد للمثال العددين المذكورين أيضاً للغرض المذكور هكذا

ولو نرسم لهذا النوع جداول طولية وعرضية ، ونضع الأرقام فيها فهو أولى ، ولا يجب أن يكون كل رقم في بيت بل يكفي أن يكون كل أربعة أرقام في بيت

نوع آخر :

وهو أن تضرب كل واحد من مراتب المضروب على الولاء مراتب^(١) المضروب فيه بطريق ما كان أحد المضروبين مفردا ، فيحصل من كل ضرب في أكثر الحل سطران ، وينبغي أن نضع أرقام كل سطرين اللذين حصلا من الضرب على الولاء بحيث يقع أول مراتبه محاذيا لثاني مراتب السطرين المتقدمين عليهما ، فتحصل أعداد بعضها فوق بعض نجعلها كما سبق .

مثال :

أردنا أن نضرب ك م له ثانية

فی نہ کو محرم دقیقہ عملنا بہا کا ذکر نا ہکذا :

<p>صعر ح نو ح</p> <hr style="width: 80%; margin: 5px auto;"/> <p>کے م صعر کے</p> <hr style="width: 80%; margin: 5px auto;"/> <p>ح ح ح ح کح</p> <hr style="width: 80%; margin: 5px auto;"/> <p>ل ب نو صعر</p> <hr style="width: 80%; margin: 5px auto;"/> <p>ل ب کح کد</p> <hr style="width: 80%; margin: 5px auto;"/> <p>ہ کے صعر کے</p> <hr style="width: 80%; margin: 5px auto;"/> <p>ط ح مر کے ب کد کے</p> <hr style="width: 80%; margin: 5px auto;"/> <p>ہ ط کد ند مد کر م</p>	<p>ح م ہ</p> <hr style="width: 80%; margin: 5px auto;"/> <p>ح م ہ م</p> <hr style="width: 80%; margin: 5px auto;"/> <p>ح ہ و صعر لب ح</p> <hr style="width: 80%; margin: 5px auto;"/> <p>ہ ب ب ہ ل صعر م م</p> <hr style="width: 80%; margin: 5px auto;"/> <p>ح لو ب م ہ ح کے</p> <hr style="width: 80%; margin: 5px auto;"/> <p>کے کد ہ صفر</p> <hr style="width: 80%; margin: 5px auto;"/> <p>ح صفر</p> <hr style="width: 80%; margin: 5px auto;"/> <p>ہ ط کد ند مد کر م</p>
--	--

ثالث مثانی مرفوع درجۃ دقیقۃ ثانیہ ثالثہ

وإن أردنا ضرب أعداد كبيرة في عدد مركب نضع جدول تضاعيف هذا العدد ، أعنى مضروبه في الرقوم الستينية ، ونضرب تلك الأعداد فيه على قياس ما سبق ، وإن كان أحد المضروبين بروجا ، أو بروجا وأدوارا نجعل كلاها درجات ، ونرفعها إلى المرفوع والمثنائي إلى حيث بلغ ثم نضرب ، وكذا ذكرنا ، وميزان الأعمال بهذه الرقوم ، يحصل بطرح نط من العدد مرة بعد أخرى والباقي كما سبق [٥٣] .

(١) زائدة في ل وهي غير موجودة في ت

[illegible]

الباب الرابع

في القسمة

كما أن نسبة المقسوم إلى المقسوم عليه كنسبة الخارج من القسمة إلى الواحد ، تكون نسبة مرتبة المقسوم إلى مرتبة المقسوم عليه كنسبة مرتبة الخارج من القسمة إلى مرتبة الدرج ، فيكون بعد مرتبة المقسوم عن مرتبة المقسوم عليه كبعد مرتبة الخارج من القسمة عن مرتبة الدرج .
فاذا أخذنا الفضل بين عددي مرتبتي المقسومين إن كانا في طرف واحد من الدرج ، ونجمع بينهما إن اختلفا ، فالحاصل عدد مرتبة الخارج من القسمة من سلسلة الصعود إن كانت مرتبة المقسوم فوق مرتبة المقسوم عليه وإلا فن سلسلة النزول [٥٤] .

مثلا :

قسمة السادس على المثاني مرابع ، وبالعكس روابع ، وقسمة الدقائق على الثوالت ثواني وبالعكس مثاني .

وقسمة المثاني على الدقائق مثالث وبالعكس ثوالت !

والجدول الموعود أوردناه هاهنا .

نعرف منه مرتبة حاصل الضرب وخارج القسمة ، بأن نأخذ ما وراء مرتبة المضروب والمضروب فيه ، أو المقسوم والمقسوم عليه .

وهو هذا **

ثم إذا أردنا أن نقسم عدداً على عدد ، نرسم الجداول الطولية كما ذكرنا في الرقوم^(١) الهندية بعدة ما كان من المقسومين أكثر مراتباً ، والأولى أن يكون بعدة مراتب المقسوم عليه بزيادة واحد ، ولو كان أقل من مراتب المقسوم لثلاث تعطل بعض الجداول عن العمل ، ونضع المقسوم أعالي الجدول ، والمقسوم عليه أسافله بحيث يكون أول مراتب أحدهما محاذياً لأول مراتب الآخر إن كان المقسوم عليه أقل مما يحاذيه من المقسوم عدداً أو مساوياً له .

وإلا نضعهما بحيث يكون أول مراتب المقسوم عليه محاذياً لثاني مراتب المقسوم ، ثم نطلب أكبر مفرد أي رقم واحد من الأرقام الستينية ، يمكن أن نضربه في كل واحد مما في مراتب المقسوم عليه ، وننقص الحاصل عما يحاذيه .

(١) الرقوم غير موجودة في ت ، وتوجد حاشية باللغة الفارسية في ت وهي ليست موجودة في ل

** الجدول في الصفحة السابقة .

وطريقه أن ندخل بأول مراتب المقسوم عليه في جدول الستين ، ونطلب في مرفوعاته ومبسوطاته أكثر عدد يمكن أن تنقصه مما يحاذي أول مراتب المقسوم عليه من المقسوم ، ومما على يمينه إن كان في يمينه شيء ، فإذا وجدنا نأخذ بازائه ما كان على الحاشية فهو المفرد المطلوب ، إن لم يكن في ثمانية مراتب المقسوم عليه عدد وإن كان فيها عدد نمتحن بما وجد على الحاشية فإن صالح لذلك ، وإلا تنقص منه واحداً أو أكثر حتى نجد ما صالح لذلك ، وهو لا يخرج فيما بين ما وجد على الحاشية المذكورة ، وما وجد بشرط المذكور على حاشية جدول زاد عدد ما فوّه على أول مراتب المقسوم عليه بوحدة .

فإذا وجدناه نضعه في سطر الخارج كيف كان ، وندخل به في جدول الستين ، ونضربه في كل واحد من مفردات المقسوم عليه ، وننقص الحاصل مما يحاذيه ، وعما عن يمينه ، ونضع الباقي تحته بعد أن نخط بينهما بفاصلة .

أو نضربه في جميع مراتب المقسوم عليه بطريق ما كان أحد المضروبين مفرداً ، ونضع الحاصل تحت المقسوم بحيث يكون آخر مراتبه محاذياً لآخر مراتب المقسوم عليه ، وننقصه من المقسوم ونضع الباقي تحته بعد أن نخط بينهما بفاصلة ، ثم نقل ما تبقى من المقسوم إلى اليمين بمرتبة ، ثم نطلب أكثر مفرد بالصفة المذكورة ، ونضعه على يسار ما وضعناه أولاً في سطر الخارج ، ونعمل كما عملنا إلى أن ننتهي إلى وقت النقل ، فننقل وهكذا إلى أن تنقطع القسمة ، إما بأن يتبقى المقسوم أو إلى حيث أردنا أن تنقطع العمل :

مثاله :

أردنا أن نقسم ح د بط ل ثانيه على كه لو ه دقيقة .
رسمنا الجداول ووضعنا المقسوم والمقسوم عليه حسب ما ذكرنا ، ثم طلبنا أكثر مفرد بالصفة المذكورة ، بأن دخلنا بما في أول مراتب المقسوم عليه وهو كه في جدول الستين ، وطلبنا فيه أكثر عدد يمكن نقصانه عن ح د فوجدناه فيه بازاء مح من الحاشية .

وطلبناه أيضاً في جدول كو وجدناه بازاء ما ، فإذا امتحنا بهما وبما في بينهما ، وجدنا أكثر مفرد بالصفة المذكورة م وضعناه فوق الجدول ، وهناك سطر الخارج ، ودخلنا به في جدول الستين ، أعنى دخلنا في جدول م .

فحسب الطريق الأول أخذنا منه بازاء كه كان برل ، [وكان (١) دل] نقصناه عن ح د بقي لد ، وضعناه تحت د بعد الخط الفاصل ، وهو يدل على محور رقمي ح د ، واثبات لد .

ولأن المبسوط من ح د هو الدرج ، وقسمناه على كه ، وهو المرفوع مرة يكون م الخارج دقيقة ، ثم إذا أخذنا منه بازاء لو كان كه ب نقصناه من لد نط بقي ط ر وضعناه ط تحت لد ، ر تحت بط بحيث يكونان في سطر واحد تحت الخط الفاصل .

(١) زائدة في ل

ثم أخذنا بازاء ٥ كان له صفر نقصناه عن ط ولو بقي ح لب لو بأن نقصنا الصفر عن لو بقي بحاله ،
ثم نقصنا له عن ر بأن أخذنا من ط واحد أو زدنا به ستين على ر [س^(١) على د] ونقصنا له المجموع
بق لب وبقي في يمينه ح .

فقلنا ما بقي من المقسوم أعنى ح لب نو إلى اليمين بمرتبه ، ثم طلبنا أكثر عدد مفرد بالصفة المذكورة
فوجدناه ك ، وضعناه في سطر الخارج على يسار م ، وعملنا به كما ذكرنا حتى بقي من المقسوم بط ك .
نقلناه إلى اليمين ، وطلبنا أكثر مفرد بالصفة المذكورة فلم نجد ، وضعنا صفراً على يسار ك ، ونقلنا
المقسوم ثانياً إلى اليمين ، ثم طلبنا أكثر عدد^(٢) مفرد موصوف بما سبق وجدناه مه ، وضعناه على يسار الصفر
وقطعنا^(٣) العمل به .

وذلك على حسب الإرادة حسب الواجب .

وإن أريد أن تنقل المقسوم عليه بدل المقسوم كما ذكرنا في الحساب بالرقوم الهندية ، فيجوز ، وأما مثال
الطريق الثاني فهكذا :

وهذا أولى وأسهل وشرح عمله :

وما عمل بجدول تضاعيف المقسوم عليه لا يخفى على الفطن .

ح	د	بط	لو
بر	نه	مر	صفر
ح	لب	لو	
ح	لب	لو	م
صفر	بط	ك	
بط	ك		
	كه	لو	٥

ع_{١٥} ع_{١١}

ح	د	بط	لو
	لد		
	ط	ر	
	ح	لب	لو
ح	لب	لو	
	ب		
		بط	ك
بط	ك		
	كه	لو	٥

(٣) في ت ونقطع

(٢) زائدة في ل

(١) زائدة في ل

الباب الخامس

في استخراج المضلع الأول من المضلعات

كل عدد يضرب في نفسه ، ثم في الحاصل ، ثم في الحاصل الثاني وهكذا إلى مالا نهاية له ، ويزاد عدد مرتبة ذلك المفرد على نفسه ، ثم على المجموع ، ثم على المجموع الثاني وهكذا إلى مالا نهاية له ، فهذه الأعداد على التوالي هي أعداد مراتب تلك الحواصل على التوالي ، كل لنظيره على ما سبق^(١) أن عدد مرتبة حاصل الضرب ، بقدر مجموع عددي مرتبتي المضروبين إن كانا في طرف واحد من الدرج ، ولا محالة تحصل هذه الأعداد أيضاً من ضرب عدد مرتبة ذلك المفرد في عدد منزلة كل مضلع .

ومن هذا علم أن كل مضلع من المضلعات يوجد في المرتبة التي إذا قسم عددها على عدد منزلته ، لم يبق شيء ، أي يعد عدد منزلته عددها أو يساويها إن كان لها عدد ، ويقال إنها منطقة بذلك المضلع ، ومالا ينقسم أصم^(٢) به ، والخارج من القسمة هو عدد مرتبة الضلع الأول من ذلك المضلع ، فمرتبة الدرج منطقة بجميع المضلعات ، ولا ينطق المرفوع والدقائق بشيء منها ، والمثنائي والثواني منطقتان بالجذر لا غير ، والمثلث والثالث مكعب ، والمربع والروابع بمال مال وجذر أيضاً .

والخامس والحوامس بمال كعب ، والسادس والسوادس بكعب وكعب ويجذر ومكعب أيضاً ، وعلى هذا القياس .

وإذا أردنا أن نستخرج من عدد ضلعه الأول على أنه مضلع مفروض ، نضع العدد ونحط فوقه خطاً عرضياً ، وبين كل مرتبتين خطاً طويلاً ، ونعرف للراتب المنطقة بذلك المضلع كم كانت ، ونجعل الخطوط التي على يسار المراتب المنطقة مثناه لتمييز^(٣) الأدوار بعضها عن بعض ، ويتم الدور الأيسر بالجدول إن لم يكن تاماً .

وإن أردنا نلحق به دوراً^(٤) آخر أو أزيد فمرتبة آخر كل دور هي المنطقة بالمضلع المفروض ، والباقية أصم ، ونقسم الجدول في الطول صفوفاً بعدد منزلة المضلع المفروض ، ونكتب اسماءها على أيمنها كما سبق في المقالة الأولى ، ثم نطلب أكبر مفرد يمكن نقصان مضلعه المفروض عما كان في الدور الأول من العدد ، أعني الدور الأيمن .

فإذا وجد نضعه في سطر الخارج فوق المنطق الأول ، أي فوق الجدول الآخر من الدور الأول وتحت في أسفل صف الضلع ، ونضع مضلعاته المتوالية في أسافل الصفوف على التوالي إلى أن نضع مضلعه المطلوب

(٢) في ت أصمه
(٤) في ت أدواراً آخر

(١) ما عرفت في ت
(٣) ليميز

تحت العدد ، بحيث يقع آخر مراتبها في جدول آخر الدور ليكون محاذياً لما وضع في سطر الخارج ، وتنقصه عما يحاذيه من العدد ، ثم نزيد المفرد الفوقاني على التحتاني الذي في صف الضلع مرة لصف ثاني العدد ونضربه في المجموع ، ونزيد الحاصل على ما في صف المال .

ونضربه في هذا المجموع ، ونزيد على ما فوقه وهكذا ، إلى أن يبلغ صف ثاني العدد ، ثم نعمل هكذا لصف ثالث العدد ، وهكذا إلى أن ينتهي إلى صف الضلع ، فنزيد الفوقاني على ما في صف الضلع لأجله ، ونقل ما في ثاني العدد بمرتبته إلى اليسار ، وما في ثلثه بمرتبتيه ، وما في رابعه بثلاث مراتب وهكذا إلى أن ينتهي [إلى (١) نصف] لصف الضلع ، فنقله بعدة الصفوف التي تحت صف العدد ، ثم نطلب أكثر مفرد بالصفة المذكورة .

فاذا وجد نضعه فوق المنطق الثاني وتحت في صف الضلع على اليسار ما وضع فيه ، [ونضربه فيما (٢) وضع فيه] ، ونزيد الحاصل على ما فوقه ، ثم فيما فوقه ، ونزيد الحاصل على ما فوقه ، وهكذا إلى أن يبلغ إلى صف ثاني العدد .

ونضربه فيما فيه ، وتنقص الحاصل عما في صف العدد ، ثم نعمل لصف صف كما ذكرنا للنقل ، وننقل على ما سبق ، وهكذا نعمل في كل دور على قياس ما قلنا في المقالة الأولى ، إلى أن يفنى العدد ، أو إلى حيث شئنا أن نقطع العمل ، فاحصل في سطر الخارج فهو الضلع الأول لذلك المضلع تحقيقاً ، إن لم يبق في صف العدد شيء ، وإلا يكون تقريباً ، وظاهر أن كلما يزداد مراتب سطر الخارج في سلسلة النزول كان أدق .

وإذا قسم عدد كل واحد من المراتب المنطقة على عدد منزلة المضاع المفروض ، فالخارج من القسمة هو عدد مرتبة المفرد الذي وضع على فوق تلك المرتبة ، فلتكتب فوقه ، والدرجة تقع فوق الدرجة .

مثاله :

أردنا أن نستخرج جذر ط مط ك درجة ، وضعناه ورسمنا الجداول الطولية ، وفصلنا الأدوار بالخطوط المثناة ، كما ذكرنا ، وطلبنا أكثر مفرد بالصفة المذكورة فوجدناه كد ، وضعناه فوق المنطق الأول وهو ط وتحتها في أسفل الجدول .

وضربناه في نفسه حصل ط لو نقصناه عما يحاذيه أعني عن ط بقى الح وضعناه تحت ط بعد الخط الفاصل ، ثم زدنا الفوقاني أعني كد على التحتاني فصار ح نقلناه إلى اليسار بمرتبته ، ثم طلبنا أكثر مفرد بالصفة المذكورة ، وجدناه ما ، وضعناه فوق منطق الدور الثاني ، وتحت على اليسار ح ، وضربناه فيما هو أسفل الجدول .

ثم إننا أوردنا هنا مثالا لاستخراج الكعب ، ومثالا آخر لاستخراج الضلع الأول لكعب الكعب ،
وانا لم نتعرض لشرح العمل لثلاث أطوال الكتاب ، وذلك يسهل على من استحضّر العمل بالرقوم الهندية على
ما سبق في المقالة الأولى ، وتأمل في المثال ، والمثالان هذان « ٨٤ » .

[illegible]

(۲) ، (۳) غیر موجودان فی ت

مثال استخراج الضلع الأول لكعب كعب العدد الموضوع في صف العدد

[illegible]

الباب السادس

« في تحويل الأرقام الستينية إلى الهندية »

وبالعكس صحاحا وكسوراً ، وتحويل كسورها إلى مخرج آخر ، ومعرفة الكسور التي وضعناها على قياس الكسور الستينية .

ولنقدم هذا لما استخرجنا نسبة المحيط إلى القطر في رسالتنا المسماة بالمحيطية ، وبلغنا الكسور إلى التاسعة ، أردنا أن نحولها إلى الرقوم الهندية لثلا يعجز الحاسب الذي لم يعرف حساب المنجمين ، أخذنا كسر المحيط من مخرج هو عشرة آلاف مكررة خمس مرات [٥٥] ، وهذا عدد مجرد فكأننا قسمنا الواحد الصحيح عشرة أقسام ، وقسمنا كل عشر عشرة أقسام ، ثم كل قسم منها عشرة أقسام هكذا بالغاً ما بلغ . فسمينا الأقسام الأولى أعشاراً لكونها كذلك ، والثانية ثاني الأعشار ، والثالثة ثالث الأعشار وهكذا بالغاً ما بلغ لتكون مراتب الكسور والصحاح على نسبة واحدة على قياس حساب المنجمين ، وسميناها بالكسور الأعشارى .

وينبغى أن نكتب الأعشار في يمين الآحاد ، وثاني الأعشار في يمين الأعشار ، وثالث الأعشار في يمين ثانياها وهكذا إلى حيث بلغ ، فيكون الصحاح والكسور في سطر واحد .

والعمل به في الضرب والقسمة واستخراج الضلع الأول من المضلعات ، وغيرها على قياس حساب المنجمين ، كما أوردنا بعضها فيما سبق ، وكذا يكون معرفة جنسية المراتب على قياس معرفة جنسية مراتب حسابهم ، أعنى تكون مرتبة عدد الآحاد صفراً وللعشرات والأعشار واحداً ، وللمئات وثاني الأعشار اثنين وللآلوف وثالث الأعشار ثلاثة ، وللعشرات الألوف ورابع الأعشار أربعة وهلم جرا .

مجموع عددي مرتبتى المضروبين المفردين إن كانا في طرف واحد من الآحاد أو التفاضل بينهما إن اختلفا ، فهو عدد مرتبة الحاصل من طرف المجموع أو من طرف الفضل ، ويكون التفاضل بين « ٨٧ » عددي مرتبتى المقسومين المفردين إن كانا في طرف واحد من الآحاد ، ومجموعهما إن اختلفا فهو عدد مرتبة الخارج من القسمة من سلسلة الصعود إن كانت مرتبة المقسوم فوق مرتبة المقسوم عليه ، وإلا من سلسلة النزول .

وأما تحويل الأرقام الصحاح الستينية إلى الهندية ، فبأن نضرب ما في أعلى المراتب في الستين بالرقوم الهندية ، ونزيد على الحاصل ما في المرتبة التي تليها ونضرب المجموع في ستين ، ونزيد عليه ما في المرتبة التي تليها وهكذا ، إلى أن ننتهي إلى مرتبة الدرج ليحصل المطلوب [٥٦] (أنظر ح ٢٠) .

طريق آخر : نأخذ آحاد ما في مرتبة الدرج فهو آحاد المطلوب . وإن لم يكن في تلك المرتبة آحاد ، فتضع صفراً مكان الآحاد ، ثم نقسم الباقي على العشرة في جدول الستين ، فإخرج نأخذ من الدرج آحادها ، ونضع مكان العشرات ، ثم نقسم الباقي على العشرة في جدول الستين فإخرج نأخذ من آحاد الدرج ، ونضع مكان المئات وقس عليه (أنظر ح ٢١) .

وقد وضعنا جدولاً يحصل منه تحويل الأرقام الصحاح الهندية إلى الستينية وبالعكس
والجدول هذا، وطريق العمل عنه ظاهر

المفردات		١	٢	٣	٤	٥	٦
الأحاد		١	٢	٣	٤	٥	٦
المفردات	مرفوع مرة اجزاء	١	٢	٣	٤	٥	٦
المفردات	مرفوع مرة اجزاء	١	٢	٣	٤	٥	٦
الألوف	مرفوع مرتين مرفوع مرة اجزاء	١	٢	٣	٤	٥	٦
عشرية الألوف	مرفوع مرتين مرفوع مرة اجزاء	١	٢	٣	٤	٥	٦
مئات الألوف	مرفوع مئتين مرات	١	٢	٣	٤	٥	٦
	مرفوع مئتين	١	٢	٣	٤	٥	٦
	مرفوع مائة	١	٢	٣	٤	٥	٦
	اجزاء	١	٢	٣	٤	٥	٦
ألف الألوف	مرفوع مئتين مرات	١	٢	٣	٤	٥	٦
	مرفوع مئتين	١	٢	٣	٤	٥	٦
	مرفوع مائة	١	٢	٣	٤	٥	٦
	اجزاء	١	٢	٣	٤	٥	٦
مئات ألف الألوف	مرفوع أربع مرات	١	٢	٣	٤	٥	٦
	مرفوع مئتين مرات	١	٢	٣	٤	٥	٦
	مرفوع مئتين	١	٢	٣	٤	٥	٦
	مرفوع مائة	١	٢	٣	٤	٥	٦
	اجزاء	١	٢	٣	٤	٥	٦
مئات ألف الألوف	مرفوع خمس مرات	١	٢	٣	٤	٥	٦
	مرفوع أربع مرات	١	٢	٣	٤	٥	٦
	مرفوع مئتين مرات	١	٢	٣	٤	٥	٦
	مرفوع مئتين	١	٢	٣	٤	٥	٦
	مرفوع مائة	١	٢	٣	٤	٥	٦
	اجزاء	١	٢	٣	٤	٥	٦
ألف ألف الألوف	مرفوع خمس مرات	١	٢	٣	٤	٥	٦
	مرفوع أربع مرات	١	٢	٣	٤	٥	٦
	مرفوع مئتين مرات	١	٢	٣	٤	٥	٦
	مرفوع مئتين	١	٢	٣	٤	٥	٦
	مرفوع مائة	١	٢	٣	٤	٥	٦
	اجزاء	١	٢	٣	٤	٥	٦
عشرية ألف الألوف	مرفوع مئة مرات	١	٢	٣	٤	٥	٦
	مرفوع خمس مرات	١	٢	٣	٤	٥	٦
	مرفوع أربع مرات	١	٢	٣	٤	٥	٦
	مرفوع مئتين مرات	١	٢	٣	٤	٥	٦
	مرفوع مئتين	١	٢	٣	٤	٥	٦
	مرفوع مائة	١	٢	٣	٤	٥	٦
	اجزاء	١	٢	٣	٤	٥	٦

وأما تحويل الأرقام^(١) الهندية إلى الستينية ، فبان تقسمها على ستين ، فباقي فهو الدرج ، وما خرج من القسمة نقسمه ثانية على ستين ، فباقي فهو المرفوع مرة ، ونقسم ما خرج من القسمة على ستين ، فباقي فهو المرفوع الثاني وهلم جرا .

طريق آخر : نضرب مافي أعلى المراتب في عشرة بمجدول الستين ليحصل بالرقوم الستينية ، ونزيد على هذا الحاصل مافي المرتبة التي تليها ، ونضرب المجموع في عشرة بمجدول الستين ونزيد على هذا الحاصل مافي المرتبة التي تليها وهكذا ، إلى أن ننتهي إلى الأحاد يحصل المطلوب (أنظر ح ٢٢)
وأما تحويل الكسور المذكورة بعضها إلى البعض ، فأثنى عشر ، لأن الكسور المذكورة أعني المستعملة أربعة أنواع :

المفرد والستيني والأعشارى والدوانيق .

مع كسورها وتحويل كل واحد منها إلى الثلاثة الباقية ، يكون أثنى عشر ، وقد ذكرنا في الباب الحادى عشر من المقالة الثانية إثنين منها ، وهما تحويل الكسر المفرد إلى الدوانيق والطاساييج وبالعكس ، فنذكر العشرة الباقية منها .

الأول : إذا أردنا تحويل الكسور بالأرقام ، الستينية إلى الأرقام الهندية ، أى إلى الكسور الأعشارية ، نضرب الكسور بالأرقام الستينية في عشرة ، فان كان أول مراتب الحاصل أجزاء أعني درجا فهى الأعشار ، وإن لم يكن أجزاء فنضع مكان الأعشار صفراً ، ثم نضرب كسور الحاصل أى غير الأجزاء في عشرة ، فإن كان أول مراتب الحاصل أجزاء فنضعها في المرتبة التي سميها ثانياً الأعشار ، وإن لم يكن أجزاء فنضع مكان ثانياً الأعشار صفراً ، ثم نضرب هذا الحاصل غير الأجزاء في عشرة ، ونضع أجزاء الحاصل مكان ثالث الأعشار إن رفع بالأجزاء ، وعلى هذا القياس .

مثاله :

أردنا أن نحول ح كط مد ثالثة إلى الكسور الأعشارية ، وضعنا شرح العمل في جدول ، ليكون دستور [٥٧] ، والجدول هذا :

شرح العمل	الأجزاء	الرقائمه الثواني والثالثه
ضربنا ح كط مد في عشرة حصل	ا	كد نر ك
ثم ضربنا كد نر ك غير الأجزاء في عشرة حصل	د	ط ط ك
ثم ضربنا ط ك في عشرة حصل	ا	له ط ك
ثم ضربنا له ط ك في عشرة حصل	هـ	نه ط ك
ثم ضربنا نه ط ك في عشرة حصل	ط	به ط ك
ثم ضربنا به ط ك في عشرة حصل	ب	له ط ك

(١) في ت الأرقام الصحاح لهندية .

ولما كانت دقائق حاصل الضرب أغنى له لحك أكثر من النصف ، رفعناها بواحد فصارت الأجزاء ثلاثة ، وهى سادس الأعشار ، ثم كتبنا الأرقام التى فى جدول الأجزاء بالهندية على الولاى هكذا ٣ ٩ ٥ ١ ٤ ١ وهو المطلوب ، وأيمن مراتبه سادس الأعشار [٥٨] .

الثانى : إذا أردنا تحويل الكسور الأعشارية إلى الستينية ، فنضربها فى ستين ، فإرفع من الحاصل إلى الصحاح فهو الدقائق ، وإن لم يرفع شىء منه إلى الصحاح فنضع مكان الدقائق صفراً ، ثم نضرب كسور الحاصل فى ستين ، فإرفع من هذا الحاصل إلى الصحاح فهو الثوانى ، وإن لم يرفع شىء إلى الصحاح فنضع مكان الثوانى صفراً ، وقس عليه البواقى .

وقد وضعنا دستوراً لهذا العمل بمثل ما سبق ، وهو أن ضربنا الكسور فى ستين ، ووضعنا الحاصل تحته [ثم كسور^(١) الحاصل فى ستين ، ووضعنا الحاصل تحته] ، وهكذا إلى حيث شئنا ، وخططنا بين الصحاح الحاصلة عن الضروب والكسور خطأ .

مثاله :

أردنا أن نحول ٣٧٦ ثالث الأعشار إلى الرقوم الستينية عملنا هكذا :

شرح العمل	الكسور	الصحاح
ضربنا ٣٧٦ ثالث الأعشار فى ستين	٥٦٠	٢٢
ثم ضربنا كسور الحاصل وهو ٥٦٠ فى ستين فحصل	٦	٣٣
ثم ضربنا كسور الحاصل وهو ٦ فى ستين فحصل	٠	٣٦

فكتبنا الأعداد التى فى جدول الصحاح بالرقوم الستينية على التوالى وهو كحل لو ثلاثة [٣٦ ٣٣ ٢٢] وهو المطلوب .

وقد أوردنا جدولاً يحصل منه تحويل الكسور الستينية إلى الكسور الأعشارية وبالعكس .
والجدول هذا والعمل بهذا الجدول لا يخفى على الفطن .

(١) هذه الجملة ليست فى ت

الثالث : إذا أردنا أفراد الكسور الستينية ، اعنى أخذها من مخرج واحد ، فنضرب الدقائق في ستين ، ونزيد على الحاصل الثانى ، فنضرب المجموع في ستين ، ونزيد على الحاصل الثالث وهكذا إلى المرتبة التى نريد ، فيكون الحاصل الأخير كسرا ، ومخرج تلك المرتبة مخرجا له ، ثم نردها إلى أقل عددين على نسبتها إن لم يكونا منه ، ومخرج المراتب التى هى ستون ومضاعفاته على التوالى أوردناها فى هذا الجدول وهو هذا :

[illegible]

الرابع : إن أردنا بالعكس أعنى إن أردنا تحويل كسر مفرد إلى الكسور الستينية ، فنحول كل واحد من الكسر ومخرجه إلى الرقوم الستينية على تقدير انه صحاح كما ذكرنا ، ثم نقسم رقوم الكسر على رقوم المخرج بالجدول الستين فما خرج فهو المطلوب .

مثاله :

أردنا أن نحول هذا الكسر $\frac{125}{1234}$ إلى الكسور الستينية ، حولنا كل واحد منهما إلى الرقوم الستينية
حصل رقوم الكسر هـ .

ورقوم المخرج كـ لو قسمنا الأول على الثاني خرج من القسمة و د د ل ط لو خامسة وتركنا ما بقي .

الخامس : إن أردنا أفراد الكسور الأعشارية ، نضعها موضع الكسر بعينه ، ونضع تحتها أصفارا بعدة مراتب الكسور ، وواحدا على يمين الأصفار فهو مخرج لذلك الكسر وهو عدد مجرد .

السادس : إن أردنا بالعكس ، أى تحويل الكسر المفرد إلى الأعشارى فنقسم الكسر على المخرج فما خرج فهو المطلوب .

مثاله :

أردنا أن نحول هذا الكسر $\frac{22}{85}$ إلى الأعشارى ، قسمنا الكسر وهو ٢٢ على المخرج وهو ٨٥ كما ذكرنا فى الباب الرابع من المقالة الأولى ، خرج من القسمة ٢٥٨٨ رابع الأعشار ، وتركنا ما بعده ، وعرفنا المراتب كما ذكرنا فى أول هذا الباب .

السابع والثامن : إن أردنا تحويل الكسور الستينية أو الأعشارية إلى الدوانيق والطساسيج والشعيرات ، فنضربها فى الستة التى هى مخرج الدوانيق ، فما رفع إلى الصحاح فهو عدد الدوانيق ، ثم نضرب الباقي فى أربعة ، فما رفع إلى الصحاح فهو عدد الطساسيج ، ثم نضرب الباقي فى أربعة ، فما رفع فهو عدد الشعيرات ، وقس عليه إن احتيج إلى كسور الشعيرات .

مثاله :

أردنا أن نحول كح مد ثالثة إلى الدوانيق والطساسيج والشعيرات وكسورها عملنا هكذا :

شرح العمل	الصحاح	الكور
ضربنا كح مد ثالثة فى ستة حصل	ب	كح نب لد
ثم ضربنا كح نب لد ثالثة فى أربعة حصل	:	نه كط لو
ثم ضربنا نه كط لو فى أربعة حصل	٢	ن بط ب
ثم ضربنا ن بط ب فى ستة حصل	هـ	هـ نه مـب
ثم ضربنا هـ نه مـب فى ستة حصل	:	نا ن كد
ثم ضربنا نا ن كد فى أربعة حصل	:	مر كا لو

فما وقع فى جدول الصحاح على التوالى هو أعداد الدوانيق والطساسيج وكسورها ، وذلك دانتان وشعر واحد وخمسة دوانيق من شعر وأربعة أخماس شعر تقريبا .

مثاله :

لتحويل الكسور الأعشارى إلى الدوانيق والطساسيج .
أردنا أن نحول ٨٤٩٥ رابع الأعشار إلى الدوانيق وكسورها عملنا هكذا :

شرح العمل	الكور	الصحاح
ضربنا ٨٤٩٥ رابع الأعشار في ستة حصل	٠٩٧	٥
ثم ضربنا ٠٩٧ ثالث الأعشار في أربعة حصل	٣٨٨	٠
ثم ضربنا ٣٨٨ في أربعة حصل	٥٥٢	١
ثم ضربنا ٥٥٢ لرفع درجته الشعير حصل	٢٠٨	٢
ثم ضربنا ٢٠٨ في أربعة حصل	٨٣٢	٠
ثم ضربنا ٨٣٢ في أربعة حصل	٣٢٢	٣

التاسع والعاشر : إذا أردنا تحويل الدوانيق والطساسيج والشعيرات إلى أحد فيهما ، فنفردها كما ذكرنا في الباب الحادى عشر من المقالة الثانية ، ثم نحول ذلك الكسر المفرد إلى أيهما أردنا ، كما ذكرنا في الباب الرابع والسابع .
« تمت المقالة الثالثة » .

الشافعية
عبد بن الأشعر

المقالة الرابعة فى المساحة

وهى مشتملة على مقدمة وتسعة أبواب تشتمل على فصول
أما المقدمة فى تعريف المساحة والاصطلاحات المستعملة فيها :
المساحة تحصيل كمية ما فى المسوح من أمثال المسوح به ، أو أجزائه أو كليهما .
المقياس هو فى الخط خط مفروض كذراع أو قصبه أو أشل أو قدم أو أصبع أو غير ذلك ، وفى السطح
مربع ذلك الخط المفروض ، وفى الجسم مكعبة [٦٠] :

وبعض يمسحون السطوح لا بمربع المقياس . والأجسام لا بمكعبة ، كمساحة الكرباس والأثواب
بمستطيل يكون أحد بعديه ذراعا ، والأبنية والأساطين والسقوف فى العارات بالبنة والآجر ، وهما مجسمان
يحيط بكل واحد منهما ستة سطوح ، اثنان مربعان متساويان ، وأربعة مستطيلات متساويات متشابهات ،
اضلاعها الأطول تساوى ضلع المربع ، وزوايا تقاطع السطوح بعضها مع بعض قوائم .

وكذا الأجرام الفلكية بكرة الأرض .
النقطة هى ما لا جزء له ، والخط ما له طول فقط ، والسطح ما له طول وعرض لا غير^(١) ، والجسم
ما له طول وعرض وعمق ، والمستقيم من الخطوط هو أقصر [٦١] خط وصل بين^(٢) النقطتين ، والمستدير
منها ما يكون بركاريا ، وما سواهما^(٣) فهو منحنى ، وشبه المستدير ما يكون قريبا من المستدير ، يتصور
فى بدء النظر أنه مستدير .

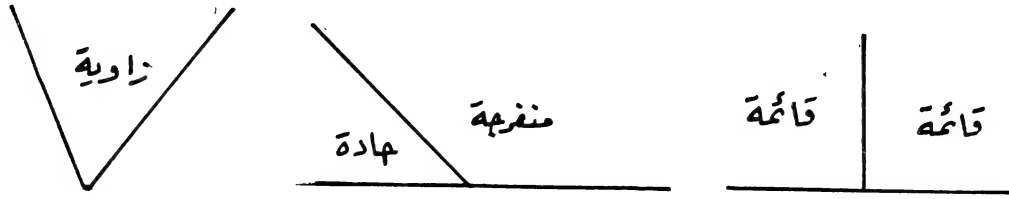
والمستوى من السطوح ما يمكن أن يخرج فى جميع جهاته خطوطا مستقيمة ، والمستدير منها ما يمكن
أن يقطعه سطح مستو ، بحيث يحدث فيه دائرة ، والخطوط المستقيمة المتوازية هى التى لا تتلاقى قط ، وإن
أخرجت فى الجهتين إلى غير النهاية ، وكذلك السطوح المستوية المتوازية ، وإن أخرجت فى جميع الجهات ،
وقد يقال فى غير المستقيمة والمستوية منها متوازية إذا لم تختلف الأبعاد بينها .

والزاوية المسطحة هى فرجة بين خطين مستقيمين متلاقين على نقطة واحدة من غير أن يتحدا ، فإذا
أخرج أحد الخطين حدثت زاوية أخرى ، فإن كانت مساوية للأولى فهى قائمة ، وإن اختلفتا فالأضيق
من القائمة حادة والأوسع منفرجة .

(١) غير موجودة فى ت

(٢) فى ت لخطوط التى بين النقطتين

(٣) فى ت وما سواه فهو منحنى



وإذا فرض ملتقى الخطين مركزاً وأدير عليه دائرة ، فالقوس الموترة بين الخطين من تلك الدائرة ، هي مقدار تلك الزاوية ، ويقال لما يحدث عن خطين غير مستقيمين زاوية أيضاً .
والزاوية المجسمة ما تحدث عن تلاقي ثلاثة سطوح مستوية ، أو أكثر عند نقطة واحدة . وكذا ما يحدث عن سطح مستدير .

الباب الأول

« في مساحة المثلث وما يتعلق بها »^(١)

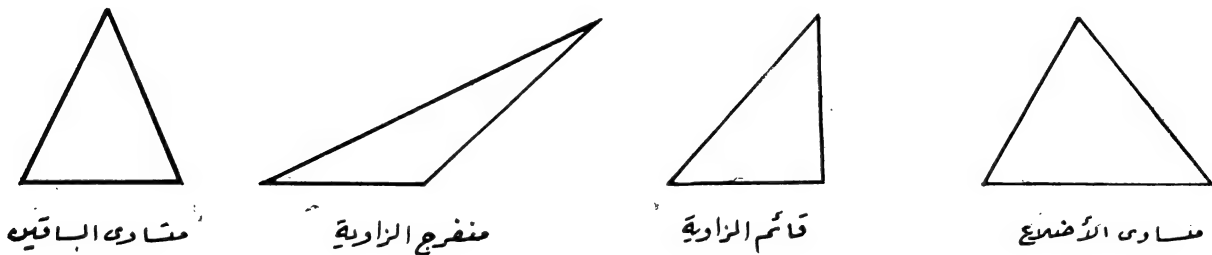
وأوردنا فيه ثلاثة فصول :

الفصل الأول : في تعريف المثلث وأقسامه

المثلث سطح يحيط به ثلاثة خطوط مستقيمة ، يقال لها أضلاع المثلث : عمود المثلث خط مستقيم خارج من إحدى زواياه ، قائم على الضلع الموتر لها ، داخلاً في المثلث أو خارجاً ، ويسمى ذلك الضلع بالقاعدة .
مركز المثلث نقطة في سطحه تكون بعدها عن جميع الأضلاع متساوية ، اعني إذا أدير عليها تماس جميع أضلاعه ، ولهذا سمي نصف قطر الدائرة الداخلة .

ولو أن^(٢) مركز المثلث بالحقيقة هو مركز دائرة أحاطت به ، ويماس زواياه ، لكننا نحتاج في المساحة إلى مركز الدائرة الداخلة فيه ، فنسميه بمركز المثلث مجازاً .

وأما أقسام المثلث فتساوى الأضلاع ، ومتساوى الساقين ، وقائم الزاوية ، ومنفرج الزاوية ، وحاد الزاوية هكذا :



الفصل الثاني : مساحة المثلث تصحيحاً ، واستخراج أبعاده بعضها عن بعض .

(٤) في ل وما يتعلق به

(٢) في ل مركز المثلث

أما كيفية مساحته ، فهي أن نضرب العمود في نصف القاعدة ، أى نمسح العمود والقاعدة معا بذراع او غير ذلك من المقاييسات ، ونضرب أحد الحاصلين في نصف (١) الآخر .

نوع آخر : نضرب العمود الخارج من مركز المثلث إلى الضلع في نصف جميع الأضلاع لتحصل المساحة .

نوع آخر : لا نحتاج فيه إلى العمود ، نأخذ فضل نصف مجموع الأضلاع الثلاثة على كل ضلع ، ونضرب أحد الفصول الثلاثة في أحد الآخرين ، والحاصل في الآخر ، والحاصل في نصف مجموع الأضلاع ، ونحصل جذر الجاصل الأخير ، فهو مساحة (٢) المثلث .

مثاله :

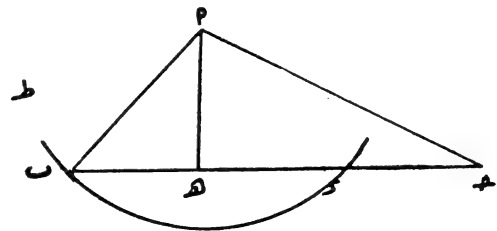
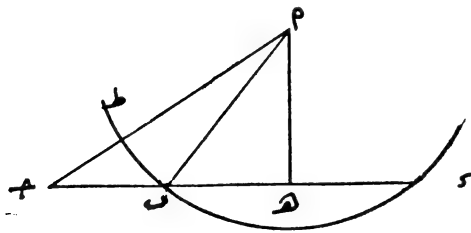
فرضنا أحد أضلاع مثلث عشرة والآخر سبعة عشر ، وضلع الباقي إحدى وعشرين ، فيكون نصف مجموع الأضلاع ٢٤ فضله على العشرة ١٤ وعلى سبعة عشر ٧ وعلى واحد وعشرين ٣ ، فضربنا ١٤ في ٧ حصل ٩٨ ، ضربناه في ٣ حصل ٢٩٤ ضربناه في ٢٤ نصف مجموع الأضلاع حصل (٣) ٧٠٥٦ ، أخذنا جذره فكان ٨٤ وهو المطلوب .

وأما استخراج أبعاده بعضها عن بعض ففها استعمال موقع العمود ، وهو أنا بعمل اليد [٦٢] بأن نجعل الضلع الأطول قاعدة للأولوية لا للضرورة ، وندير على الزاوية التي يوترها الضلع الأول ، يبعد الضلع الأقصر دائرة ، فمنتصف ما وقع في الدائرة من القاعدة هو موقع العمود .

وإن أردنا موقع عمود خارج عن زاوية أخرى ، نجعلها مركزاً ، وندير عليه يبعد أحد الضلعين المحيطين بها دائرة ، فمنتصف ما وقع في الدائرة من الضلع الموتر لتلك الزاوية داخل المثلث أو خارجاً عنه إذا خرج على استقامته فهو موقع العمود .

مثاله :

أردنا أن نحصل موقع عمود خارج عن زاوية ١ من مثلث ١ ب ح ، جعلنا نقطة ١ مركزاً ، وأدبرنا عليه يبعد ١ ب دائرة ط ب و ، ونصفنا ب و الذي وقع في الدائرة على نقطة هـ ، فهو موقع العمود ، فوصلنا ١ هـ فهو العمود وقع داخل المثلث في الصورة الأولى ، وخارجاً عنه في الصورة الثانية .



(١) نصف غير موجودة في ت وهو خطأ

(٢) برهانه موجود في كتاب استخراج الأوتار في الدائرة للبيروني من تحقيق أحمد سعيد الدمرداش

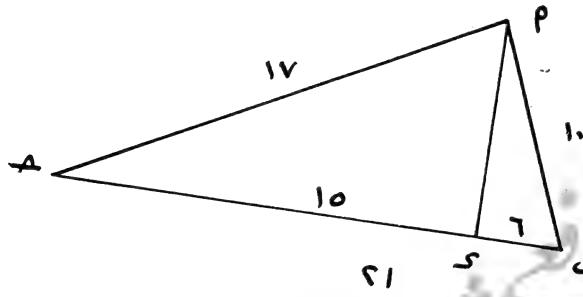
(٣) ناقص في ل

وأما بالحساب إذا أردنا أن نخرج عن إحدى زوايا المثلث عموداً على ضلعه ، نضرب مجموع الضلعين المحيطين بتلك الزاوية . في التفاضل بينهما ، ونقسم الحاصل على الضلع الباقي ، وهو الذي وقع عليه العمود ، فما خرج إن كان مساوياً للضلع الباقي فيكون أقصر ذانك الضلعين قائماً على القاعدة .

وإن كان أقل منه فوق العمود داخل المثلث ، وإن كان أكثر منه فوقه خارجاً عنه ، ويكون بعد موقعه عن ملتقى الضلع الباقي ، أعنى القاعدة مع أقصر الآخرين ، يقدر نصف التفاضل بين القاعدة وخارج القسمة [٦٣]

مثاله :

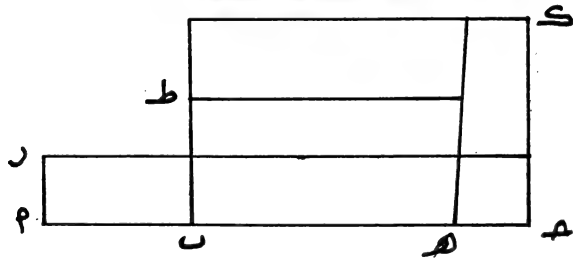
فرضنا في مثلث ABC ضلع AB عشرة و AC سبعة عشر و BC أحد عشرين ، وأردنا معرفة بعد موقع العمود الخارج عن نقطة D على ضلع BC من أحد طرفيه كان مجموع $(AB + AC = 27)$ ضربناه في تفاضلهما وهو 7 حصل 189 وقسمناه على ضلع BC القاعدة وهو 21 خرج من القسمة 9 :



ولما كانت أقل من القاعدة على أن العمود وقع داخل المثلث .

وكون ضلع BC أطول الأضلاع دل عليه أيضاً فنقصنا خارج القسمة وهو 9 من القاعدة وهي 21 بقي 12 نصفه 6 وهو بعد موقع العمود عن نقطة D ، واعلم أن ضرب مجموع كل عددين في تفاضلهما يساوي تفاضل (٢) مربعيهما .

مثال آخر :



فإن أردنا معرفة موقع عمود خارج عن نقطة D ، جمعنا ضلعي AB و AC كان 38 ضربناه في تفاضلهما وهو 4 حصل 152 ، قسمناه على ضلع AB وهو 10 خرج $15 \frac{1}{5}$ (٣) ولما كان أكثر من قاعدة AB ، علم أن العمود وقع خارج المثلث ، نقصنا عنه ضلع AB بقي 5 ، نصفناه صار $2 \frac{1}{2}$ ، وهو بعد موقع العمود عن نقطة D وهو المطلوب

(١) ناقص في ت

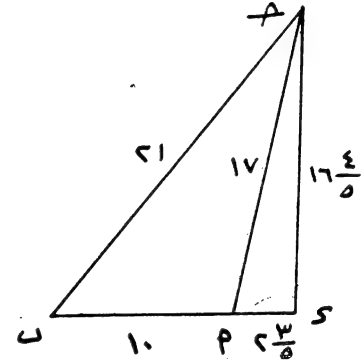
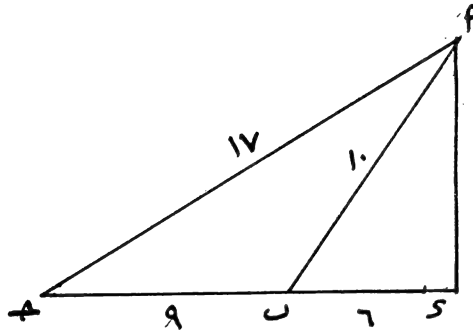
(٢) أي أن $(AB + AC)(AB - AC) = 21 - 27$

(٣) في ت $\frac{1}{5}$ وهو خطأ

مثال آخر :

يصح منه خارج القسمة نفرض مثلثا يكون أحد أضلاعه وهو ١ ب عشرة ٦ ب ح تسعة ٦ ا ح سبعة عشر وأردنا موقع العمود الخارج عن نقطة ١ .

مجموع ضلعي ١ ب ٦ ا ح كان ٢٧ ضربناه في تفاضلهما حصل ١٨٩ ، قسمناه على قاعدة ب ح وهي ٩ خرج من القسمة ٢١ ، ولما كان أكثر من ضلع ب ح ، علم أن العمود وقع خارجا عن المثلث ، ونصف التفاضل يكون ٦ وهو بعد موقع العمود عن نقطة ب خارجا عنه .



طريق آخر : نأخذ التفاضل بين مربع أحد الأضلاع وبين مجموع مربعي الضلعين الباقيين ، ونفرض أحد هذين الضلعين الباقيين قاعدة ، ونقسم نصف التفاضل عليه ، فما خرج فهو بعد موقع العمود عن الزاوية التي يوترها الضلع الأول ، ثم إذا كان الفضل (المربع) الضلع الأول فيكون موقع العمود خارجا عن المثلث من جانب هذه الزاوية ، وإن لم يكن التفاضل فتلك الزاوية قائمة .

وإن كان الفضل لمجموع المربعين يكون نصف التفاضل أقل من مربع القاعدة ، فوقع العمود داخل المثلث وإن كان مساويا له فالزاوية التي يحيط بها الضلع الأول مع القاعدة قائمة ، وإن كان أكبر فالعمود وقع خارجا عن هذه الزاوية ، لكن الخارج من القسمة يكون بعد موقع العمود عن الزاوية التي يوترها الضلع الأول ، ولهذا يكون (١) ح د أكبر من القاعدة [٦٤] .

مثاله :

من المثلث المتقدم كان مربع ضلع ١ ح ٢٨٩ نقصنا عنه مجموع مربعي الآخرين وهو ١٨١ بقي ١٠٨ ولما كان (الفضل) لمربع الضلع الأول علم أن العمود وقع خارجا عن جانب زاوية ب ، فقسمنا نصفه وهو ٥٤ على ضلع ب ح وهو ٩ خرج من القسمة ٦ وهو بعد موقع العمود عن نقطة ب .

مثال آخر :

نقصنا مربع ١ ب وهو ١٠٠ عن مجموع مربعي الآخرين وهو ٣٧٠ بقي ٢٧٠ قسمنا نصفه وهو ١٣٥

(١) في ت الحرف ح بدلا من ح د

على القاعدة وهي ٩ خرج من القسمة ١٥ وهو بعد موقع العمود عن نقطة ح وإلى جانب ب مجاوزاً عنه إلى الخارج .

وذلك لأن نصف فضل مجموع المربعين كان أكثر من مربع القاعدة ، فإذا نقصنا القاعدة عنه بقي البعد عن نقطة ب ٦ وهو المراد ، والأوجز أن تنقص مربع أحد الأقصرين من مجموع مربعي الآخرين ، ونقسم نصف الباقي على الأطول ، فما خرج فهو بعد موقع العمود على الأطول من طرف الأقصر الآخر داخل المثلث .

أو نضرب مجموع الأقصرين في تفاضلها ونقسم الحاصل على الأطول فما خرج تنقصه عن الأطول ، فنصف الباقي هو بعد موقع العمود من طرف أقصر الأضلاع الواقع على الأطول داخل المثلث ، ومنها معرفة مقدار العمود ، نضرب بعد موقع العمود على أحد طرفي القاعدة في نفسه ، وننقص الحاصل عن مربع الضلع المتصل بذلك الطرف ، ونأخذ جذر الباقي ، فهو العمود .

مثال : لاستخراج العمود والمساحة

لما كان خط ب و بعد موقع العمود الحاصل عن العمل الأول ٦ يكون مربعه ٣٦ نقصناه عن مربع ا ب وهو ١٠٠ بقي ٦٤ جذره ٨ وهو مقدار العمود ، ضربناه في $١٠\frac{١}{٢}$ نصف قاعدة المثلث الأول حصل ٨٤ وهو مساحة المثلث موافقة لما سبق .

طريق آخر : إن كانت إحدى زوايا المثلث معلومة نضرب جيبها في أحد الضلعين المحيطين بتلك الزاوية ونقسم الحاصل على ستين ليخرج العمود الواقع على الضلع الآخر ، ولو نعمل بجيب تمامه ، هكذا نحصل بعد موقع العمود عن هذه الزاوية [٦٥] ، وسنورد معنى الجيب وجدوله .

مثاله :

كان زاوية ا ب ح من المثلث المذكور على ما سيجيء مح رمط جيبه مح صفر صفر ضربناه في ضلع ا ب وهو عشرة وقسمنا الحاصل على ستين خرج من القسمة ثمانية ، وهي العمود على ضلع ب ح ، ومنها معرفة زوايا المثلث إذا كانت الأضلاع معلومة يحصل العمود كما ذكرنا ، ثم نضرب العمود في ستين ونقسم الحاصل على كل واحد من الضلعين المتصلين برأس العمود ليخرج جيب الزاوية التي تحيط بها القاعدة ، وذلك الضلع المقسوم عليه نقوسه في الجدول ليحصل مقدار كل واحدة من الزاويتين (١) ، فإن وقع العمود داخل المثلث تنقص مجموعهما عن مائة وثمانين بقيت الزاوية الباقية ، وإن وقع خارجاً عنه تأخذ التفاضل بينهما وهو الزاوية الباقية [٦٦] .

مثاله :

ضربنا العمود الحاصل وهو ثمانية في ستين حصل ٤٨٠ قسمناه على كل واحد من ضلعي ا ب و ا ح من المثلثين المسبوقين خرج من الأول مح صفر صفر ومن الثاني كح بدر قوسناهما في الجدول خرج من الأول

(١) في ت كل واحد من زاويتين .

نحرمط وذلك مقدار زاوية ب من المثلث الأول ، وتمامها من المثلث الباقي إلى قائمتين ، وخرج من تقويس
الثاني كج ركب وهو مقدار زاوية ح من المثلثين .

ومنها ما كان ضلع وزاويتان معلوماً والباقي مجهولاً : ننقص مجموع الزاويتين عن مائة وثمانين تبقى الزاوية
الباقية ثم نضرب الضلع المعلوم في جيب كل واحد من الزاويتين اللتين على طرفيه ونقسم الحاصل على جيب
الزاوية التي يوترها الضلع المعلوم فما خرج فهو الضلع الموتر للزاوية التي ضربنا الضلع المعلوم في جيبه [٦٧] .
ومنها ما كان ضلعان وزاوية بينهما معلوماً والباقي مجهولاً : نضرب أحد الضلعين في جيب الزاوية تارة ،
وفي جيب تمامها أخرى منحنطاً ، وننقص الحاصل الثاني عن الضلع الآخر إن كانت الزاوية حادة ، ونزيد عليه
إن كانت منفرجة ، فما بلغ نربعة ونزيد عليه مربع الحاصل الأول ، ونأخذ جذر المجموع فهو
الضلع الباقي [٦٨] .

وإن كانت الزاوية قائمة فمجموع مربعي الضلعين يكون مربعاً الضلع الباقي ، والمراد بقولنا منحنطاً ان نحسب
الأجزاء دقائق والدقائق ثوانى وقس عليه ، وقد يطلق ذلك عند الاحتياج بقسمة الحاصل على ستين .

مثاله :

نفرض أن من المثلث الأول ا ب و ب ح مع زاوية ب معلوماً والباقي مجهولاً ، ضربنا ضلع ا ب
وهو عشرة تارة في جيب زاوية ب الذي كان ح [٦٩] منحنطاً حصل ٨ ، وضربناها مرة أخرى في جيب تمام تلك
الزاوية ، الذي كان (١) لو منحنطاً حصل و ، ولما كانت الزاوية المعلومة حادة ، نقصناه عن ضلع ب ح وهو ٢١
بقي ١٥ (٢) مربعه ٢٢٥ ومربع الحاصل الأول ٦٤ ، ومجموع المربعين ٢٨٩ (٣) جذره ١٧ وهو ضلع الباقي
ومنها ما كان فيه ضلعان وزاوية غير ما كان بينهما معلوماً والباقي مجهولاً ، نضرب جيب الزاوية المعلومة
في الضلع الذي يحيط مع الضلع المجهول بها ، ونقسم الحاصل على الضلع الذي يوترها ، فما خرج فهو جيب
زاوية يوترها الضلع الآخر ، أعنى الضلع المطلوب فيه ، فنقوسه ونزيده على الزاوية المعلومة ، وننقص المجموع
عن مائة وثمانين تبقى الزاوية التي يحيط بها الضلعان المعلومان .

نضرب جيبه في أحد الضلعين ، ونقسم الحاصل على جيب زاوية يوترها ذلك الضلع ، فما خرج فهو
الضلع الباقي .

مثاله :

ضربنا جيب زاوية ب وهو ح (٤) في ضلع ا ب وهو ١٠ حصل ح صفر [٨٠] قسمناها على ضلع ا ح
وهو ١٧ خرج من القسمة جيب زاوية ح وهو كج بدر [٢٨ (٥) ١٤ ٧] قوسه كج دكب [٢٨ ٤ ٢٢]
زدناه على زاوية ب الذي كان نحرمط [٤٩٧٥٣] من المثلث الأول بلغ ناب يا نقصناه عن قف [١٨٠]

(٢) في ل ١٨ وهو خطأ .

(١) في ت هو

(٤) في ل ما وهو خطأ

(٣) في ل ٣٨٩ وهو خطأ

(٥) للمراجعة وسهولة المقارنة أضفنا الأرقام العادية تفسيرات لأرقام الجمل وقد اتبعنا ذلك في معظم المتن .

بقي صح مر مط [٤٩ ٤٧٩٨] وهو زاوية ا جبيه نظ ر لط [٣٩ ١٧ ٥٩] ضربناه في ضلع ا ب وهو ١٠ حصل ط ن ب نول [٣٠ ٥٦ ٥٢ ٩] قسمناه على جيب زاوية ج خرج من القسمة ٢١ وهو ضلع ب ح وهو المطلوب

ومنها ما كانت الزوايا معلومة . والأضلاع غير معلومة ، فلا مخلص فيه سواء فرض أحد الأضلاع مقداراً ، وليكن واحداً ، ثم نقسم على جيب زاوية يوترها الضلع المفروض واحداً جيب كل واحد من الزاويتين الباقيتين ، يخرج من القسمة مقدار الضلع الذي يوتر الزاوية المقسومة جيبها .

ومنها العمود الخارج عن مركز المثلث إما بعمل اليد فننصف^(١) زاويتين منه بخطين ، فلتقاها هو مركزه ، نخرج منه عموداً على أحد الأضلاع وهو المراد .

وأما بالحساب فنضرب أحد الضلعين في الآخر ، ونقسم الحاصل على مجموع الأضلاع الثلاثة ، فما خرج نضربه في جيب الزاوية التي يحيط بها المضروبان ، ونقسم الحاصل على ستين ، فما خرج فهو العمود الخارج عن مركز المثلث على كل واحد من أضلاعه [٧١] .

مثاله :

في المثلث المسبوق ضربنا العشرة في ٢١ حصل ٢١٠ قسمناه على مجموع الأضلاع وهو ٤٨ خرج من القسمة د ك ب ل [٣٠ ٢٢ ٤] ضربناه في جيب زاوية ا ب ح الذي كان ح [٤٨] حصل ٢١٠ قسمناه على الستين خرج ثلاثة ونصف وهو العمود الخارج عن مركز المثلث على الأضلاع ، ضربناه في نصف مجموع الأضلاع الذي هو ٢٤ حصل ٨٤ وهو المساحة كما سبق بعينه ، واستخراج هذا العمود بهذا الطريق مما استنبطناه :

الفصل الثالث : في مساحة المثلث المتساوي الأضلاع تخصيصاً واستخراج أبعاده بعضها عن بعض .

أما المساحة فملتساوي الأضلاع من المثلث طرق آخر غير مأمور .

الأولى أن نأخذ مال مال نصف أحد أضلاعه ، ونضربه في الثلاثة دائماً ، ونأخذ جذر الحاصل فهو المساحة .

والثاني نأخذ جذر ثلث مال مال العمود نحصل المساحة [٧٢] .

والثالث نضرب مربع أحد أضلاعه في كه نح مد لو خامسة [٣٧ ٤٤ ٥٠ ٥٨ ٢٥] يحصل المساحة [٧٣] .

والرابع نضرب نصف ثمن جميع الأضلاع في مكعب ضلع واحد ، أو نقسم ضلعاً واحداً على خمسة وثلث ، ونضرب الخارج في مكعب ضلع واحد ، ونأخذ جذر الحاصل فهو المساحة .

وأما استخراج الأبعاد بعضها عن بعض ، إذا أخذنا جذر ثلاثة أرباع مربع ضلع واحد فهو العمود ، وثلث العمود فهو العمود الخارج من مركز المثلث ، أعني نصف قطر دائرة وقعت فيه بحيث^(٢) يماس جميع

(١) في ت بأن ننصف

(٢) غير موجودة في ت

أنصاف أضلاعه ، وإذا زدنا على مربع العمود ثلث المربع ، وتأخذ جذر المبلغ نحصل مقدار ضلع منه ، وإذا ضربنا ضلعه في نا نو ما كد بد خامسة [٥١ ٥٧ ٤١ ٢٩ ١٤] يحصل العمود [٧٤] .
وإذا أخذنا « ١٠٣ » ثلث مربع ضلع واحد ، وتأخذ جذره يحصل نصف قطر دائرة أحاطت به ، وتماس زواياه [٧٥] .

وإذا أخذنا نصف سدس مربع ضلع واحد ، ونحصل جذره فهو العمود الخارج من مركزه إلى منتصف ضلعه [٧٦] ، ويكون في هذا المثلث مركز الدائرة الداخلة المماس لأضلاعه والخارجة المماس لزواياه واحداً بخلاف مختلف الأضلاع .

الباب الثاني

في مساحة دور الأربعة الأضلاع وما يتعلق بها ، ويشتمل على خمسة فصول :
الفصل الأول في التعريفات : ذو أربعة أضلاع سطح يحيط به أربعة خطوط مستقيمة ، وهو ينقسم^(١) إلى متساوي الأضلاع ، ومختلفها ، ومتساوي الزوايا ومختلفها فتصير أربعة أنواع :
الأول : متساوي الأضلاع والزوايا ويسمى مربعا .

والثاني : متساوي الزوايا ومختلف الأضلاع ويسمى مستطيلا ، وهما متشاركان في تساوي القطرين ، أعنى الحطين الواصلين بين كل زاويتين متقابلتين .
والثالث : متساوي الأضلاع مختلف الزوايا ويسمى معيناً ، وهو مع الأول يشترك في تقاطع القطرين على قوائم ، والثلاثة في توازي الأضلاع .

والرابع : مختلف الأضلاع والزوايا ، وهو إما أن يكون كل ضلعين متقابلين منه متوازيين متساويين ، لكن غير مساويين للآخرين : سمي بشبيه المعين [٧٧] ، وهو مشارك للثلاثة الأولى في توازي الأضلاع .
وإما أن يكون ضلعان منه متوازيين ، والآخران غير متوازيين ، سمي بذي الزنقة وذى الجناح ، وهو ثلاثة (٢) أنواع .

الأول ذو زنقة واحدة ، وهو ما كان أحد الضلعين الغير المتوازيين عمودا على المتوازيين .

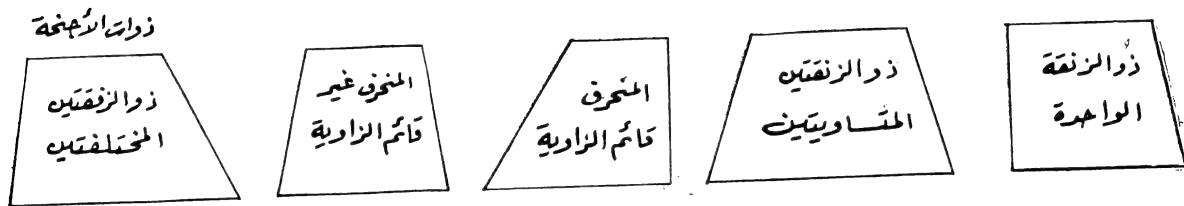
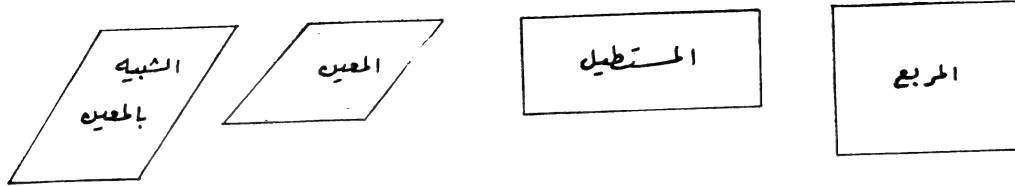
الثاني ذو زنقتين متساويتين وهو ما يتساوى فيه الضلعان الغير المتوازيين .

الثالث مختلف الزنقتين وهو ما كان فيه الضلعان الغير المتوازيين غير متساويين ، ولا يكون أحدهما عمودا على المتوازيين ، وقد يكون هذا الاختلاف في الجهة أيضا ، وإما أن يكون فيه ضلعان متجاوران متساويان ، وكذا الآخران ، والأولان يخالفان الآخرين ، ووقع تقاطع قطريه في داخله ، يسمى بذي المئين ، ويكون فيه لا محالة زاويتان متقابلتان متساويتان فقط ، إما قائمتان فيسميه البناءون باللوزة ، وإما منفرجتان ويسميه النجارون بمجودانه ، وإما حادتين ونسميه الباطية .

(٢) في ت أربعة

(١) في ت ينحصر

ويتقاطع قطرا هذه الثلاثة على قوائم ، كالربع والمعين ، وتنام ذى اليمينين إلى المعين نسميه بذى رجلين وما لم يكن على هذه الأشكال سمي منحرفا ، وهو إما أن^(١) يكون إحدى زواياه قائمة سمي منحرفاً قائم الزاوية ، وإلا فغير قائم الزاوية ، وهذه صورها .



الفصل الثاني : في مساحة المربع والمستطيل واستخراج أبعاده بعضها عن بعض .

أما المساحة فتحصل بضرب الطول في العرض ، أعنى أحد الأضلاع فيما يجاوره .
طريق آخر : نضرب أحد قطريه في العمود الخارج عن إحدى الزاويتين الباقيتين عليه ، وذلك في المربع يكون نصف القطر ، إما باستخراج أبعاده بعضها من بعض ، فنأخذ جذر مجموع مربعي الضلعين المتجاورين فهو القطر ، فيكون قطر المربع مثلي مربع ضلعه ، وأن^(٢) نضرب ضلع المربع في أكده رمو خامسة يحصل قطره .

ولو قسم القطر عليه ، أو نضربه في نصفه أعنى في م ك له حـ حـ خامسة [٥٨٣ ٣٥ ٢٥ ٤٢]
يحصل ضلعه [٧٨] واستخراج العمود الخارج عن زاوية المستطيل على قطره كاستخراج عمود المثلث .

الفصل الثالث : في مساحة المعين وذوات اليمينين ، واستخراج أبعادها بعضها عن بعض .

أما المساحة فتحصل بضرب أحد القطرين في نصف الآخر ، ويشترك فيه المربع ، ويختص بمساحة المعين

(٢) في ت ولو نضرب .

(١) في ل فان كان

أن ينقص مربع الفضل بين نصفي القطرين عن مربع أحد أضلاعه ، فيكون الباقي مساحته .
مثاله :

معين يكون كل واحد من أضلاعه عشرة ، وقطره الأول ستة عشر ، وقطره الأقصر اثني عشر ، فإذا ضربنا ستة في ستة عشر حصلت المساحة وهي ستة وتسعون ، وإذا أخذنا تفاضل نصفي القطرين وهو اثنان ونقصنا مربعه ، وهو أربعة عن مربع أحد أضلاعه وهو مائة بقي أيضاً ستة وتسعون .
ويختص بمساحة ذوات اليمين أن تنقص مجموع مربعي التفاضل بين نصف قطر الذي ينصف بالآخر .
وبين كل واحد من (ضلعيه الأقصرين ^(١) عشرة ومن الأطولين من) قسمي الآخر اللذين ينفصلان بالقطر الأول عن مجموع مربعي الضلعين المختلفين ، وتنصف الباقي فهو المساحة [٨٠]

مثاله :

في ذى اليمين يكون كل واحد من ضلعيه الأقصرين عشرة ، ومن الأطولين سبعة عشر ، وقطره الأقصر ستة عشر ، والأطول إحدى وعشرين ، فإذا ضربنا الثمانية في ٢١ تحصل المساحة ١٦٨ ، فإذا أخذنا فضل نصف قطر الأقصر على كل واحد من قسمي الأطول كان أحدها ٢ والآخر ٧ كما ظهر في المثلث الأول في الفصل الثاني من الباب الأول [٨١]

وسيطر أيضاً هاهنا في استخراج الأبعاد ، جمعنا مربعيهما كان ٥٣ نقصناه عن مجموع مربعي الضلعين المختلفين وهو ٣٨٩ بقي ٣٣٦ نصفناه صار ١٦٨ وهو المساحة موافقا للحساب الأول .
وما كانت زاويتان منه قائمتين تحصل مساحته بضرب أحد الضلعين المختلفين في الآخر .

وأما استخراج أبعادها بعضها عن بعض ، فنضرب جيب نصف إحدى زوايا المعين في أحد الضلعين المحيطين بها ونقسم الحاصل على ستين ، فما خرج فهو نصف القطر الذي يوتر تلك الزاوية ، وكذا الحكم في ذوات اليمين إذا عمل بإحدى زاويتيها المختلفتين لا المتساويتين ، ذلك العمل وضعف الخارج من ^(٢) القسمة هو القطر الموتر لتلك الزاوية ، أعنى الواصل بين الزاويتين المتساويتين .

وإن أردنا استخراج القطر الواصل بين الزاويتين المختلفتين ، نأخذ نصف تمام كل واحدة من الزاويتين المختلفتين ، ونضرب جيبه في الضلع المحيط بتلك الزاوية ، ونقسم الحاصل على ستين ، ليخرج كل واحد من قسمي القطر المذكور نجمعهما ليحصل القطر [٨٢] .

وإن كان أحد قطري المعين معلوماً ، فننقص مربع نصفه عن مربع أحد أضلاعه ، يبقى مربع نصف قطر الآخر ، وإن كان القطر الواصل بين الزاويتين المتساويتين لذوات اليمين معلوماً تنقص مربع نصفه عن كل واحد من مربعي الضلعين المختلفين ليبقى كل واحد من مربعي قسمي قطر الأقصر ^(٣) الآخر .

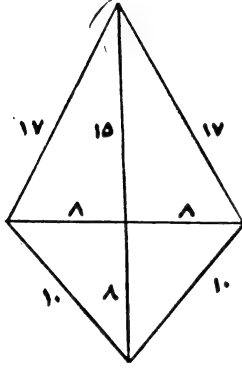
(١) هذه الجملة غير موجودة في ت .

(٢) في ت خارج القسمة .

(٣) الأقصر ليست موجودة في ت .

مثاله :

فى ذى اليمينين المذكور كان نصف قطره الأصغر ٨ مربعه ٦٤ نقصناه تارة عن مربع ضلعه الأصغر وهو ١٠٠ بقى ٣٦ جذره ٦ وهو أصغر قسمى قطره الأطول ، ونقصناه أخرى عن مربع ضلعه الأطول وهو ٢٨٩ بقى ٢٢٥ جذره ١٥ وهو أطول قسمىه ، وإن كان قطره الواصل بالزاويتين المختلفتين معلوما فهى تصير بذلك القطر مثلثين ، فيحصل نصف قطره الآخر كما حصلنا عمود المثلث .



الفصل الرابع : فى مساحة الشبيه بالمعين وذوات الزنقة واستخراج الأبعاد

بعضها عن بعض .

أما المساحة فتحصل بضرب العمود الخارج من إحدى زواياه على أحد المتوازيين فى نصف مجموع المتوازيين اللذين وقع العمود عليهما ، ويشترك فيه المعين أيضاً ، وأما معرفة العمود فيها إما بعمل اليد ، فعلى قياس ما مرفى المثلث ، وأما بالحساب فى ذى الزنقتين المتساويتين فنأخذ جذر التفاوت بين مربع نصف تفاضل المتوازيين ومربع أحد الآخرين ، وفى ذى الزنقة واحدة هو أقصر

الضلعين اللذين ليسا بمتوازيين وهو مساو لجذر التفاضل بين مربع الضلع الأعظم من الضلعين المذكورين ومربع تفاضل المتوازيين .

وفى الزنقتين المختلفتين إذا كانت الزاوية التى يحيط بها أطول المتوازيين وأقصر الآخرين حادة ، أعنى يكون جناحاه فى جهة واحدة يحصل العمود كما حصل فى المثلث ، أى نسقط أقصر المتوازيين ومثله فى الأطول ليصير كمثلث ، ونجعل الباقي قاعدة المثلث ، ونحصل العمود بوجه من الوجوه المذكورة فى المثلث ، وهذا الطريق شامل لجميع أنواع ذوات الزنقة وفيما لا يكونان فى جهة واحدة [٨٣] وفى الشبيه بالمعين إن كانت إحدى زواياه معلومة نضرب جيب تلك الزاوية فى أقصر الضلعين المحيطين بها منحنطاً ، فما حصل فهو العمود كما ذكرنا فى المثلث .

وأن نضرب جيب تلك الزاوية فى الشبيه بالمعين فى أطول الضلعين المحيطين بها منحنطاً ، ليحصل العمود الواقع على أقصر الضلعين ، وإن لم تكن معلومة فلا مخلص سوى عمل اليد .

الفصل الخامس : فى مساحة ذى الرجلين والمنحرف ، نصل بين زاويتين متقابلتين منه خطاً مستقيماً

ليصير مثلثين ونجسمهما ، ونجمع الخاصين فهو المراد ، ويشترك فيه جميع أنواع ذوات الأربعة الأضلاع [٨٤] ، (١) وما يخص بذى الرجلين أن نصل بين زاويتي رجلية خطاً مستقيماً ، ونمسح المثلث الأصغر الحادث وننقصه عن مساحة المثلث الأعظم ، فما بقى فهو المراد ، أو نضرب نصف ذلك الخط فى الخط الواصل بين زاويتي الباقيتين . وما قيل فى مساحة الشكل المسمى نقشا (٢) وهو أيضاً منحرف ليس بصحيح فلا نورد [٨٥] ، وأما استخراج أبعاده إن كان بعض زواياه معلوما فيحصل بعض الأبعاد على قياس المثلث بعد تقسيمه بمثلثين وإلا يحصل الأعمدة بعمل اليد على ما سبق .

(٢) فى لى نقشا ولا ندرى ماهو المقصود بذلك]

(١) فى ل وما يختص .

الباب الثالث

فى مساحة ذوات الأضلاع الكثيرة ، وما يتعلق بها ، ويشتمل على خمسة فصول .

الفصل الأول : فى التعريف .

ذو الأضلاع الكثيرة سطح يحيط به خطوط مستقيمة أكثر من أربعة كالخمس والمسدس والسبع والمثمن وما بعدها ، وهو إما متساوى الأضلاع والزوايا ، وإما مختلف فيهما ، وإما إحداها متساوية والأخرى مختلفة ، وقد يمكن أن نرسم فى الأول دائرة تماس جميع أضلاعه ، وكذا فى بعض من الثانى .

الفصل الثانى : فى المساحة عموماً واستخراج الأبعاد بعضها عن بعض .

أما المساحة فما يعم الجميع هو أن نقطعها بثلاث ونمسحها ونجمع الجملة .

نوع آخر : إن أمكن أن نرسم فى داخله دائرة بحيث يماس جميع أضلاعه ، وهى فى المتساوى الأضلاع يماس منتصف جميع أضلاعه ، فيضرب نصف قطر تلك الدائرة فى نصف جميع الأضلاع يحصل المساحة ، وأما استخراج نصف قطر هذه الدائرة إما بعمل اليد أن تنصف زاويتين فيه بخطين متلاقين ، فوضع التقاطع مركز تلك الدائرة نخرج منه عموداً على أحد أضلاعه ونمسحه .

وأما بالحساب نضرب جيب نصف إحدى زواياه فى جيب تمام نصف زاوية أخرى التى تكون مجاورة للأولى ونقسم الحاصل على جيب نصف الزاوية الثانية . فما خرج نزيده على جيب تمام نصف الزاوية الأولى ونقسم على المجموع مضروب جيب نصف الزاوية الأولى فى مقدار الضلع الذى وقع بين الزاويتين ، فما خرج فهو مقدار نصف قطر تلك الدائرة بالأجزاء التى يكون الضلع بها معلوماً [٨٥] .

الفصل الثالث : فيما يختص بمتساوى الأضلاع والزوايا غير ما سبق ، واستخراج أبعاده بعضها عن بعض .

أما المساحة فيضرب مربع ضلع واحد من الخمس فى المحرر محروح خامسة (٣١) (١) (١٣ ٤٣ ٨٧) ، والمسدس فى ب له مح دكر م خامسة (٢ ٣٥ ٥٣ ٤٤ ٢٧ ٤٢) ، والسبع فى ح ل ح ب ه ح م خامسة (٣ ٣٨ ٥ ٢ ١٨ ٤٠) ، والمثمن فى د مط م ك ه لب خامسة (٤ ٤٩ ٤٢ ٢٠ ١٥ ٣٢) ، والمتسع فى و ل ن د ل د ح ب خامسة (٦ ١٠ ٥٤ ٣٤ ١٨ ١٦) ، والعشر فى ر م ل ط و له خامسة (٧ ٤١ ٣٩ ٦ ٩ ٣٥) ، وذى إثنى عشر ضلعاً فى نا نا موح نه لد خامسة (١١ ١١ ٤٦ ٨ ٥٥ ٢٤) ، وذى خمسة عشر ضلعاً فى بر ل ب ل ك ح . بط خامسة (١٧ ٣٨ ٣٢ ٣٠ ٢٣ ١٩) ، وذى خمسة عشر ضلعاً فى ك و ل ح م بطو خامسة (٢٠ ٦ ٣٣ ٤١ ١٧ ١٦) ، وذى ستة عشر ضلعاً فى ك و ل ح م بطو خامسة (٢٠ ٦ ٣٣ ٤١ ١٩ ١٦) ليحصل مساحة ذلك المضلع .

(١) وضعنا الأعداد أمام الرقوم الهندية المقارنة ولكن المخطوطان خاليين من هذه الأعداد .

وهذه الأعداد هي أمثال مربع ضلع واحد وأجزائه لذلك المضلع :

وقد وضعناها بالأرقام والكتابة معاً في أصفافها في جدول ، إذ لو وقع عند نقل النسخة منه غلط لسهل تصحيحه ، لارتباط بعضها ببعض ، وأيضاً حولنا هذه المقادير إلى الرقوم الهندية ، لكن ليس بتلك الدقة بل أخذنا الكسور كلها من مخرج واحد ، وهو ألف ألف [٨٦] ليكون على حساب المنجمين ، إذ يحصل للصحيح أعشار ، ثم للأعشار أعشار ، وهي التي سميناها بثاني الأعشار ثم لا عشرة بثالث الأعشار وهكذا إلى سادس الأعشار ، ووضعنا هذه المقادير أيضاً في جدول آخر بالأرقام والكتابة والتضعيف أيضاً كما وضعنا في الجدول الأول والجدول هذا .

جدول نسبة مساحة زوايا المضلع الكثيرة إلى مربع ضلع واحد وذلك المضلع بالأرقام الهندية									
أصفافها					أسماء أرقامها بالكتابة				
الرقم	الألف	الآلاف	الملايين	الآلاف الملايين	الرقم	الألف	الآلاف	الملايين	الآلاف الملايين
١	أ	١٠	١٠٠	١٠٠٠	واحد	أ	١٠	١٠٠	١٠٠٠
٢	ب	٢٠	٢٠٠	٢٠٠٠	اثنان	ب	٢٠	٢٠٠	٢٠٠٠
٣	ج	٣٠	٣٠٠	٣٠٠٠	ثلاثة	ج	٣٠	٣٠٠	٣٠٠٠
٤	د	٤٠	٤٠٠	٤٠٠٠	أربعة	د	٤٠	٤٠٠	٤٠٠٠
٥	هـ	٥٠	٥٠٠	٥٠٠٠	خمسة	هـ	٥٠	٥٠٠	٥٠٠٠
٦	و	٦٠	٦٠٠	٦٠٠٠	ستة	و	٦٠	٦٠٠	٦٠٠٠
٧	ز	٧٠	٧٠٠	٧٠٠٠	سبعة	ز	٧٠	٧٠٠	٧٠٠٠
٨	ح	٨٠	٨٠٠	٨٠٠٠	ثمان	ح	٨٠	٨٠٠	٨٠٠٠
٩	ط	٩٠	٩٠٠	٩٠٠٠	تسع	ط	٩٠	٩٠٠	٩٠٠٠
١٠	ي	١٠٠	١٠٠٠	١٠٠٠٠	عشرة	ي	١٠٠	١٠٠٠	١٠٠٠٠
١١	١	١١٠	١١٠٠	١١٠٠٠	واحد عشر	١	١١٠	١١٠٠	١١٠٠٠
١٢	٢	١٢٠	١٢٠٠	١٢٠٠٠	اثنان عشر	٢	١٢٠	١٢٠٠	١٢٠٠٠
١٣	٣	١٣٠	١٣٠٠	١٣٠٠٠	ثلاثة عشر	٣	١٣٠	١٣٠٠	١٣٠٠٠
١٤	٤	١٤٠	١٤٠٠	١٤٠٠٠	أربعة عشر	٤	١٤٠	١٤٠٠	١٤٠٠٠
١٥	٥	١٥٠	١٥٠٠	١٥٠٠٠	خمسة عشر	٥	١٥٠	١٥٠٠	١٥٠٠٠
١٦	٦	١٦٠	١٦٠٠	١٦٠٠٠	ستة عشر	٦	١٦٠	١٦٠٠	١٦٠٠٠
١٧	٧	١٧٠	١٧٠٠	١٧٠٠٠	سبعة عشر	٧	١٧٠	١٧٠٠	١٧٠٠٠
١٨	٨	١٨٠	١٨٠٠	١٨٠٠٠	ثمان عشر	٨	١٨٠	١٨٠٠	١٨٠٠٠
١٩	٩	١٩٠	١٩٠٠	١٩٠٠٠	تسع عشر	٩	١٩٠	١٩٠٠	١٩٠٠٠
٢٠	١٠	٢٠٠	٢٠٠٠	٢٠٠٠٠	عشرون	١٠	٢٠٠	٢٠٠٠	٢٠٠٠٠
٢١	١١	٢١٠	٢١٠٠	٢١٠٠٠	واحد وعشرون	١١	٢١٠	٢١٠٠	٢١٠٠٠
٢٢	١٢	٢٢٠	٢٢٠٠	٢٢٠٠٠	اثنان وعشرون	١٢	٢٢٠	٢٢٠٠	٢٢٠٠٠
٢٣	١٣	٢٣٠	٢٣٠٠	٢٣٠٠٠	ثلاثة وعشرون	١٣	٢٣٠	٢٣٠٠	٢٣٠٠٠
٢٤	١٤	٢٤٠	٢٤٠٠	٢٤٠٠٠	أربعة وعشرون	١٤	٢٤٠	٢٤٠٠	٢٤٠٠٠
٢٥	١٥	٢٥٠	٢٥٠٠	٢٥٠٠٠	خمسة وعشرون	١٥	٢٥٠	٢٥٠٠	٢٥٠٠٠
٢٦	١٦	٢٦٠	٢٦٠٠	٢٦٠٠٠	ستة وعشرون	١٦	٢٦٠	٢٦٠٠	٢٦٠٠٠
٢٧	١٧	٢٧٠	٢٧٠٠	٢٧٠٠٠	سبعة وعشرون	١٧	٢٧٠	٢٧٠٠	٢٧٠٠٠
٢٨	١٨	٢٨٠	٢٨٠٠	٢٨٠٠٠	ثمان وعشرون	١٨	٢٨٠	٢٨٠٠	٢٨٠٠٠
٢٩	١٩	٢٩٠	٢٩٠٠	٢٩٠٠٠	تسع وعشرون	١٩	٢٩٠	٢٩٠٠	٢٩٠٠٠
٣٠	٢٠	٣٠٠	٣٠٠٠	٣٠٠٠٠	ثلاثون	٢٠	٣٠٠	٣٠٠٠	٣٠٠٠٠
٣١	٢١	٣١٠	٣١٠٠	٣١٠٠٠	واحد وثلاثون	٢١	٣١٠	٣١٠٠	٣١٠٠٠
٣٢	٢٢	٣٢٠	٣٢٠٠	٣٢٠٠٠	اثنان وثلاثون	٢٢	٣٢٠	٣٢٠٠	٣٢٠٠٠
٣٣	٢٣	٣٣٠	٣٣٠٠	٣٣٠٠٠	ثلاثة وثلاثون	٢٣	٣٣٠	٣٣٠٠	٣٣٠٠٠
٣٤	٢٤	٣٤٠	٣٤٠٠	٣٤٠٠٠	أربعة وثلاثون	٢٤	٣٤٠	٣٤٠٠	٣٤٠٠٠
٣٥	٢٥	٣٥٠	٣٥٠٠	٣٥٠٠٠	خمسة وثلاثون	٢٥	٣٥٠	٣٥٠٠	٣٥٠٠٠
٣٦	٢٦	٣٦٠	٣٦٠٠	٣٦٠٠٠	ستة وثلاثون	٢٦	٣٦٠	٣٦٠٠	٣٦٠٠٠
٣٧	٢٧	٣٧٠	٣٧٠٠	٣٧٠٠٠	سبعة وثلاثون	٢٧	٣٧٠	٣٧٠٠	٣٧٠٠٠
٣٨	٢٨	٣٨٠	٣٨٠٠	٣٨٠٠٠	ثمان وثلاثون	٢٨	٣٨٠	٣٨٠٠	٣٨٠٠٠
٣٩	٢٩	٣٩٠	٣٩٠٠	٣٩٠٠٠	تسع وثلاثون	٢٩	٣٩٠	٣٩٠٠	٣٩٠٠٠
٤٠	٣٠	٤٠٠	٤٠٠٠	٤٠٠٠٠	أربعون	٣٠	٤٠٠	٤٠٠٠	٤٠٠٠٠
٤١	٣١	٤١٠	٤١٠٠	٤١٠٠٠	واحد وأربعون	٣١	٤١٠	٤١٠٠	٤١٠٠٠
٤٢	٣٢	٤٢٠	٤٢٠٠	٤٢٠٠٠	اثنان وأربعون	٣٢	٤٢٠	٤٢٠٠	٤٢٠٠٠
٤٣	٣٣	٤٣٠	٤٣٠٠	٤٣٠٠٠	ثلاثة وأربعون	٣٣	٤٣٠	٤٣٠٠	٤٣٠٠٠
٤٤	٣٤	٤٤٠	٤٤٠٠	٤٤٠٠٠	أربعة وأربعون	٣٤	٤٤٠	٤٤٠٠	٤٤٠٠٠
٤٥	٣٥	٤٥٠	٤٥٠٠	٤٥٠٠٠	خمسة وأربعون	٣٥	٤٥٠	٤٥٠٠	٤٥٠٠٠
٤٦	٣٦	٤٦٠	٤٦٠٠	٤٦٠٠٠	ستة وأربعون	٣٦	٤٦٠	٤٦٠٠	٤٦٠٠٠
٤٧	٣٧	٤٧٠	٤٧٠٠	٤٧٠٠٠	سبعة وأربعون	٣٧	٤٧٠	٤٧٠٠	٤٧٠٠٠
٤٨	٣٨	٤٨٠	٤٨٠٠	٤٨٠٠٠	ثمان وأربعون	٣٨	٤٨٠	٤٨٠٠	٤٨٠٠٠
٤٩	٣٩	٤٩٠	٤٩٠٠	٤٩٠٠٠	تسع وأربعون	٣٩	٤٩٠	٤٩٠٠	٤٩٠٠٠
٥٠	٤٠	٥٠٠	٥٠٠٠	٥٠٠٠٠	خمسون	٤٠	٥٠٠	٥٠٠٠	٥٠٠٠٠
٥١	٤١	٥١٠	٥١٠٠	٥١٠٠٠	واحد وخمسون	٤١	٥١٠	٥١٠٠	٥١٠٠٠
٥٢	٤٢	٥٢٠	٥٢٠٠	٥٢٠٠٠	اثنان وخمسون	٤٢	٥٢٠	٥٢٠٠	٥٢٠٠٠
٥٣	٤٣	٥٣٠	٥٣٠٠	٥٣٠٠٠	ثلاثة وخمسون	٤٣	٥٣٠	٥٣٠٠	٥٣٠٠٠
٥٤	٤٤	٥٤٠	٥٤٠٠	٥٤٠٠٠	أربعة وخمسون	٤٤	٥٤٠	٥٤٠٠	٥٤٠٠٠
٥٥	٤٥	٥٥٠	٥٥٠٠	٥٥٠٠٠	خمسة وخمسون	٤٥	٥٥٠	٥٥٠٠	٥٥٠٠٠
٥٦	٤٦	٥٦٠	٥٦٠٠	٥٦٠٠٠	ستة وخمسون	٤٦	٥٦٠	٥٦٠٠	٥٦٠٠٠
٥٧	٤٧	٥٧٠	٥٧٠٠	٥٧٠٠٠	سبعة وخمسون	٤٧	٥٧٠	٥٧٠٠	٥٧٠٠٠
٥٨	٤٨	٥٨٠	٥٨٠٠	٥٨٠٠٠	ثمان وخمسون	٤٨	٥٨٠	٥٨٠٠	٥٨٠٠٠
٥٩	٤٩	٥٩٠	٥٩٠٠	٥٩٠٠٠	تسع وخمسون	٤٩	٥٩٠	٥٩٠٠	٥٩٠٠٠
٦٠	٥٠	٦٠٠	٦٠٠٠	٦٠٠٠٠	ستون	٥٠	٦٠٠	٦٠٠٠	٦٠٠٠٠
٦١	٥١	٦١٠	٦١٠٠	٦١٠٠٠	واحد وستون	٥١	٦١٠	٦١٠٠	٦١٠٠٠
٦٢	٥٢	٦٢٠	٦٢٠٠	٦٢٠٠٠	اثنان وستون	٥٢	٦٢٠	٦٢٠٠	٦٢٠٠٠
٦٣	٥٣	٦٣٠	٦٣٠٠	٦٣٠٠٠	ثلاثة وستون	٥٣	٦٣٠	٦٣٠٠	٦٣٠٠٠
٦٤	٥٤	٦٤٠	٦٤٠٠	٦٤٠٠٠	أربعة وستون	٥٤	٦٤٠	٦٤٠٠	٦٤٠٠٠
٦٥	٥٥	٦٥٠	٦٥٠٠	٦٥٠٠٠	خمسة وستون	٥٥	٦٥٠	٦٥٠٠	٦٥٠٠٠
٦٦	٥٦	٦٦٠	٦٦٠٠	٦٦٠٠٠	ستة وستون	٥٦	٦٦٠	٦٦٠٠	٦٦٠٠٠
٦٧	٥٧	٦٧٠	٦٧٠٠	٦٧٠٠٠	سبعة وستون	٥٧	٦٧٠	٦٧٠٠	٦٧٠٠٠
٦٨	٥٨	٦٨٠	٦٨٠٠	٦٨٠٠٠	ثمان وستون	٥٨	٦٨٠	٦٨٠٠	٦٨٠٠٠
٦٩	٥٩	٦٩٠	٦٩٠٠	٦٩٠٠٠	تسع وستون	٥٩	٦٩٠	٦٩٠٠	٦٩٠٠٠
٧٠	٦٠	٧٠٠	٧٠٠٠	٧٠٠٠٠	سبعون	٦٠	٧٠٠	٧٠٠٠	٧٠٠٠٠
٧١	٦١	٧١٠	٧١٠٠	٧١٠٠٠	واحد وسبعون	٦١	٧١٠	٧١٠٠	٧١٠٠٠
٧٢	٦٢	٧٢٠	٧٢٠٠	٧٢٠٠٠	اثنان وسبعون	٦٢	٧٢٠	٧٢٠٠	٧٢٠٠٠
٧٣	٦٣	٧٣٠	٧٣٠٠	٧٣٠٠٠	ثلاثة وسبعون	٦٣	٧٣٠	٧٣٠٠	٧٣٠٠٠
٧٤	٦٤	٧٤٠	٧٤٠٠	٧٤٠٠٠	أربعة وسبعون	٦٤	٧٤٠	٧٤٠٠	٧٤٠٠٠
٧٥	٦٥	٧٥٠	٧٥٠٠	٧٥٠٠٠	خمسة وسبعون	٦٥	٧٥٠	٧٥٠٠	٧٥٠٠٠
٧٦	٦٦	٧٦٠	٧٦٠٠	٧٦٠٠٠	ستة وسبعون	٦٦	٧٦٠	٧٦٠٠	٧٦٠٠٠
٧٧	٦٧	٧٧٠	٧٧٠٠	٧٧٠٠٠	سبعة وسبعون	٦٧	٧٧٠	٧٧٠٠	٧٧٠٠٠
٧٨	٦٨	٧٨٠	٧٨٠٠	٧٨٠٠٠	ثمان وسبعون	٦٨	٧٨٠	٧٨٠٠	٧٨٠٠٠
٧٩	٦٩	٧٩٠	٧٩٠٠	٧٩٠٠٠	تسع وسبعون	٦٩	٧٩٠	٧٩٠٠	٧٩٠٠٠
٨٠	٧٠	٨٠٠	٨٠٠٠	٨٠٠٠٠	ثمانون	٧٠	٨٠٠	٨٠٠٠	٨٠٠٠٠
٨١	٧١	٨١٠	٨١٠٠	٨١٠٠٠	واحد وثمانون	٧١	٨١٠	٨١٠٠	٨١٠٠٠
٨٢	٧٢	٨٢٠	٨٢٠٠	٨٢٠٠٠	اثنان وثمانون	٧٢	٨٢٠	٨٢٠٠	٨٢٠٠٠
٨٣	٧٣	٨٣٠	٨٣٠٠	٨٣٠٠٠	ثلاثة وثمانون	٧٣	٨٣٠	٨٣٠٠	٨٣٠٠٠
٨٤	٧٤	٨٤٠	٨٤٠٠	٨٤٠٠٠	أربعة وثمانون	٧٤	٨٤٠	٨٤٠٠	٨٤٠٠٠
٨٥	٧٥	٨٥٠	٨٥٠٠	٨٥٠٠٠	خمسة وثمانون	٧٥	٨٥٠	٨٥٠٠	٨٥٠٠٠
٨٦	٧٦	٨٦٠	٨٦٠٠	٨٦٠٠٠	ستة وثمانون	٧٦	٨٦٠	٨٦٠٠	٨٦٠٠٠
٨٧	٧٧	٨٧٠	٨٧٠٠	٨٧٠٠٠	سبعة وثمانون	٧٧	٨٧٠	٨٧٠٠	٨٧٠٠٠
٨٨	٧٨	٨٨٠	٨٨٠٠	٨٨٠٠٠	ثمان وثمانون	٧٨	٨٨٠	٨٨٠٠	٨٨٠٠٠
٨٩	٧٩	٨٩٠	٨٩٠٠	٨٩٠٠٠	تسع وثمانون	٧٩	٨٩٠	٨٩٠٠	٨٩٠٠٠
٩٠	٨٠	٩٠٠	٩٠٠٠	٩٠٠٠٠	تسعون	٨٠	٩٠٠	٩٠٠٠	٩٠٠٠٠
٩١	٨١	٩١٠	٩١٠٠	٩١٠٠٠	واحد وتسعون	٨١	٩١٠	٩١٠٠	٩١٠٠٠
٩٢	٨٢	٩٢٠	٩٢٠٠	٩٢٠٠٠	اثنان وتسعون	٨٢	٩٢٠	٩٢٠٠	٩٢٠٠٠
٩٣	٨٣	٩٣٠	٩٣٠٠	٩٣٠٠٠	ثلاثة وتسعون	٨٣	٩٣٠	٩٣٠٠	٩٣٠٠٠
٩٤	٨٤	٩٤٠	٩٤٠٠	٩٤٠٠٠	أربعة وتسعون	٨٤	٩٤٠	٩٤٠٠	٩٤٠٠٠
٩٥	٨٥	٩٥٠	٩٥٠٠	٩٥٠٠٠	خمسة وتسعون	٨٥	٩٥٠	٩٥٠٠	٩٥٠٠٠
٩٦	٨٦	٩٦٠	٩٦٠٠	٩٦٠٠٠	ستة وتسعون	٨٦	٩٦٠	٩٦٠٠	٩٦٠٠٠
٩٧	٨٧	٩٧٠	٩٧٠٠	٩٧٠٠٠	سبعة وتسعون	٨٧	٩٧٠	٩٧٠٠	٩٧٠٠٠
٩٨	٨٨	٩٨٠	٩٨٠٠	٩٨٠٠٠	ثمان وتسعون	٨٨	٩٨٠	٩٨٠٠	٩٨٠٠٠
٩٩	٨٩	٩٩٠	٩٩٠٠	٩٩٠٠٠	تسع وتسعون	٨٩	٩٩٠	٩٩٠٠	٩٩٠٠٠
١٠٠	٩٠	١٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠٠	مائة	٩٠	١٠٠٠	١٠٠٠٠	

مثاله :

أردنا أن نمسح مسدسا متساوي الأضلاع ، كل ضلع منه عشرون ذراعا ونصف ذراع ، وضعناه هكذا :
كل [٣٠ ٢٠] ربعناه صار ر : نه دقيقة [٧ صفر ١٥] ، ضربناه في ب له ٣ ر كر مب
[٤٢ ٢٧ ٤ ٥٣ ٣٥ ٢] خامسة حصلت المساحة هكذا :

الصحاح							الكسور
الضلع	الضلع	الضلع	الضلع	الضلع	الضلع	الضلع	الضلع
ح	ب	د	ك	ل	ص	ن	ل
١٨	١١	٥٠	٢٩	٣٠	٠	٥٥	٣٠

وإن فرضنا كل ضلع منه ألفا ومائتين وثلاثين ذراعا ، لكان الحاصل أيضا تلك الأرقام بعينها ، لكن الرقم الرابع وهو كط يكون ذراعا ، وما يمينه مرفوعاته والباقي كسوره وقس عليه .

مثاله :

في المساحة المذكورة بالأرقام الهندية أخذنا نصف ذراع ، الذي مع ذرعان ضلع واحد من مخرج العشرة فكان خمسة وضعناها على يمين العشرين هكذا ، ضربناه في هذا العدد حصل هكذا :

كسور	صحاح
٥٩ ٨٠ ٧٦	٢
كسور	صحاح
٨٤ ١٠ ٧٩	١٠ ٩١

كسور	صحاح	الضلع	كسور	صحاح
٥	٢٥	١	٢٥	٤٢٠

وإذا فرض كل ضلع منه مائتان وخمسة أذرع فيكون الحاصل هذه الأرقام أيضا بعينها ، لكن الأربعة تكون آحادها . أعني يكون الصحاح ' ١٥٩١٨٤ والأرقام الباقية كسورا ، واعلم أن كل متساوي الأضلاع والزوايا سوى المربع إذا كان ضلعه منطوقا فهو غير منطوق بمساحته .

وأما استخراج الأبعاد فمنها استخراج نصف قطر الدائرة المذكورة ، أعني التي وقعت في المضلع وتماس أنصاف أضلاعه إما بعمل اليد بأن نصل فيما كان عدد أضلاعه زوجا بين منتصف الضلعين المتقابلين بخط مستقيم ، فنصف ذلك الخط يكون نصف قطر الدائرة المطلوبة ، وفيما كان عدد أضلاعه فردا نصل بين منتصف أحد أضلاعه والزاوية المقابلة ثم بين منتصف ضلع آخر والزاوية المقابلة لهذا الضلع .

فمن تقاطع الخطين إلى منتصف الضلع يكون نصف قطر الدائرة المذكورة ، والتقاطع هو مركزها ، وأما بالحساب وهو أن نقسم مائة وثمانين دائما (١) على عدد الأضلاع فماخرج ناخذ جيبه وجيب تمامه ثم نضرب نصف ذرعان ضلع واحد في جيب تمامه تارة وفي ستين أخرى .

(١) في ث وأما .

جدول تلك النسبة بالأرقام الهندية												
الرقم	ضعف					إذا كان ضلع واحد من زوايا الأضلاع الكثيرة ألف فيكون مربع ضلع له ألف ألف ويكون مساحة	مساحة زوايا الأضلاع الكثيرة					
	الألف	ثانيها	ثالثها	رابعها	خامسها		الألف	ثانيها	ثالثها	رابعها	خامسها	سادسها
٠	٨	٦	٦	٠	٥	المقدوني أربعاً وثلاثة وخمسين ألفاً وأربع مائة وستة وستين ومائة	٠	٤	٣	٠	١	٢
٣	٤	٤	٠	٩	٥	المخمس مثل مربع ضلع واحد وسبع مائة وعشرين ألفاً وأربع مائة وسبع وستين ومائة	١	٧	٠	٤	٧	٧
٥	١	٩	٦	١	٥	مساحة المستويين مثل مربع ضلع واحد وخمسة وخمسين ألفاً وأربع مائة وسبع وستين ومائة	٢	٥	٨	٠	٧	٦
٧	٢	٦	٧	٨	٨	السبع مائة أثنان مربع ضلع واحد وست مائة وثلاثة وخمسين ألفاً وأربع مائة وسبع وستين ومائة	٣	٦	٣	٣	١	٤
٩	٦	٥	٦	٨	٦	المخمس أربعمائة أثنان مربع ضلع واحد وخمسة وخمسين ألفاً وأربع مائة وسبع وستين ومائة	٤	٨	٨	٤	٢	٨
١	٢	٣	٣	٦	٥	المتسع ستمائة أثنان مربع ضلع واحد ومائة وأربع مائة وخمسة وخمسين ألفاً وأربع مائة وسبع وستين ومائة	٦	١	١	٨	٢	٥
١	٥	٣	٩	٨	٨	المعشر سبعة أثنان مربع ضلع واحد وست مائة وأربع مائة وستين ألفاً وأربع مائة وسبع وستين ومائة	٧	٦	٤	٩	٠	٩
٢	٢	٣	٢	٣	٤	زوايا عشر ضلعاً احدى عشر ضلعاً واحد ومائة وستة وستين ألفاً وأربع مائة وستين وخمسون	١١	١	٦	١	٥	٢
٣	٥	٢	٤	٧	٢	ومساحة زوايا عشر ضلعاً سبعة عشر ضلعاً واحد ومائة وستين ألفاً وأربع مائة وسبع وستين ومائة	١٧	٦	٢	٤	٦	٣
٤	٠	٢	٨	٧	٦	ومساحة زوايا ستة عشر ضلعاً عشرين ضلعاً واحد ومائة وستين ألفاً وأربع مائة وسبع وستين ومائة	٢٠	١	٩	٣	٥	٨
						وسبعة آلاف وثلاث مائة وخمسة وخمسين ألفاً وأربع مائة وستين ومائة						

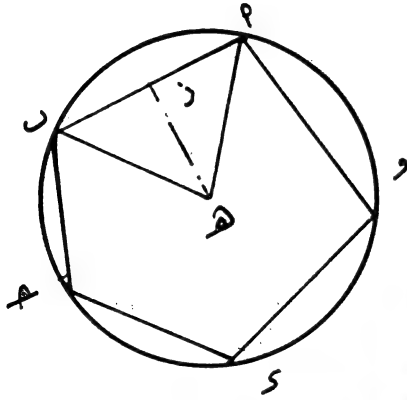
ونقسم كل واحد على جيبه خرج من الأول مقدار نصف قطر الدائرة الداخلة [٨٧] ، ومن الثاني نصف قطر الدائرة الخارجة أعنى التي تماس زوايا الشكل ، ويقال لها القطر الأقصر والأطول .

نوع آخر : نقسم مساحة المضلع على نصف مجموع أضلاعه فما خرج فهو نصف القطر الأقصر (١) ومنها استخراج الضلع ، فإن كان نصف القطر الأول أو الأقصر معلوما وكان الضلع مجهولا ، نضرب ما كان في الجيب المذكور ونقسم الحاصل على جيب تمامه إن كان المعلوم نصف قطر الأقصر وعلى ستين إن كان نصف قطر الأطول فما خرج نضعفه ليحصل الضلع .

نوع آخر : إن كانت المساحة معلومة تقسمها على أرقام ذلك الضلع وتأخذ جذر الخارج يحصل المطلوب [٨٨]

الفصل الرابع : فيما يختص بالمسند المتساوى الأضلاع والزوايا غير ما سلف :

أما المساحة فنضرب مال مال أحد أضلاعه في سبعة وعشرين وتنصف جذر الحاصل فهو المساحة [٨٩] .



نوع آخر : نضرب مال مال نصف قطر الدائرة الداخلة في اثني عشر ، وتأخذ جذر الخارج فهو المطلوب [٩٠]

طريق آخر : نضرب مكعب ضلع واحد في مجموع الأضلاع ونزيد عليه ثمن الحاصل يحصل مربع المساحة ، (ولأن المسند (٢) هو ستة أمثال مثلث متساوى الأضلاع يكون ضلعه كضلعه) وأما استخراج أبعاده فنأخذ جذر ثلاثة أمثال مربع ضلعه يكون قطره الأقصر [٩١] ، وهو ضعف عمود مثلث متساوى الأضلاع هو سدسه ، وقطره الأطول ضعف ضلعه .

الفصل الخامس : فيما يختص بالثمان المتساوى الأضلاع والزوايا غير ما مر واستخراج أبعاده .

أما المساحة فننقص مربع ضلعه عن مربع قطره الأقصر بقيت مساحته [٩٢] .

طريق آخر : نضعف مربع أحد أضلاعه ، ونزيد عليه حاصل ضرب جذره في ضعف أحد أضلاعه فهو المطلوب

وأما استخراج أبعاده فنضعف مربع أحد أضلاعه ، ونزيد جذره على أحد أضلاعه يحصل قطره الأقصر وإذا كان قطره الأقصر معلوما ، والضلع مجهولا فيضعف مربع قطره الأقصر ، وتأخذ جذر الحاصل وتنقص منه قطره الأقصر فيما يلي فهو ضلع منه [٩٣] .

(١) في ت الأصفر .

(٢) هذه الجملة غير موجودة في ت وبدلا منها حاشية عن المحسن .

الباب الرابع

د في مساحة الدائرة وأبعاضها

أعنى القطعة والقطاع والحلقة وغير ذلك وما يتعلق بها ، وهو يشتمل على خمسة فصول :

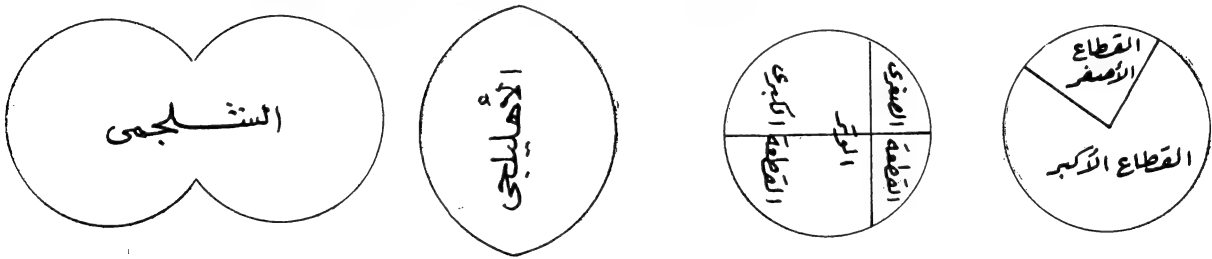
الفصل الأول : في التعريف . الدائرة سطح مستو يحيط به خط مستدير ، في داخله نقطة تكون جميع الخطوط المستقيمة الخارجة عنها إليه متساوية ، وذلك الخط محيطها ، وتلك النقطة مركزها ، والخطوط الخارجة أنصاف أقطارها ، وكل خط مستقيم يقطع الدائرة بقسمين ، فيقال لما وقع منه فيها وتر ، وما يفرز من المحيط قوس قطاع الدائرة سطح يحيط به قوس من محيط الدائرة ، وخطان متساويان هما نصف قطر تلك الدائرة يلتقيان عند مركزها .

قطعة الدائرة سطح يحيط به قوس أقل من النصف أو أكثر ، وخط مستقيم واصل بين طرفي القوس أعنى وتر تلك القوس .

ويقال قاعدة القطعة ونصف وتر القوس جيب لنصف ذلك القوس ، والعمود الخارج من منتصف القوس على منتصف الوتر سهم لتلك القوس عند بعض ، ولنصف القوس عند الأكثرين [٩٤] .

الأهليلجي هو المحاط بقوسين متساويين ، كل منهما أصغر من نصف المحيط .

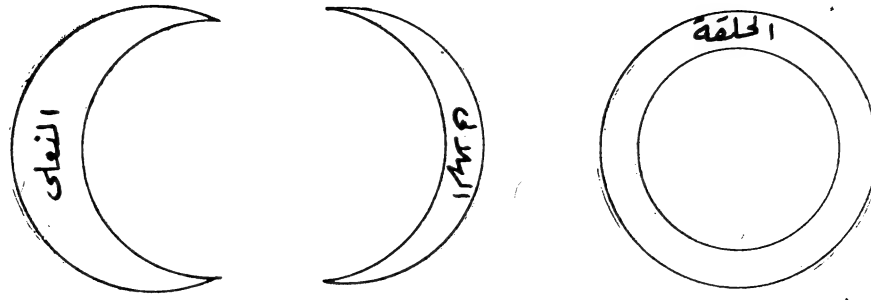
وإن كان متساويين من دائرتين أكثر ، فنسميه بالشاجمي [٩٥] وصورتها هكذا :



الحلقة المستطحة هي سطح يحيط به محيطا دائرتين مركزهما واحد ، وإذا قطعت بخطين مارين بالمركز فيسمى كل واحد من قطعتيها بقطعة الحلقة .

الهلالى سطح يحيط به قوسان ليستا أكثر من النصف من دائرتين اما متساويتين أو مختلفتين ، محدبها إلى جهة واحدة ، وإن كان كل واحد (١) منهما أكثر من النصف يسمى نعليا هكذا :

(١) في ت كل واحد من القوسان أكثر من النصف .

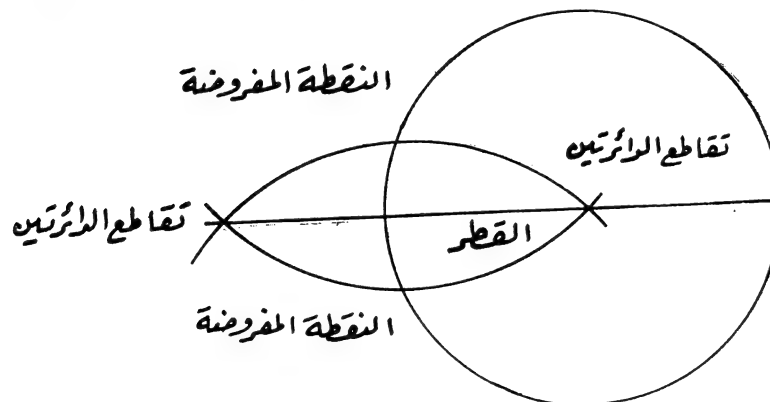


الفصل الثانى : فى مساحة الدائرة واستخراج المحيط عن القطر وبالعكس ، ولنقدمه فى هذا الفصل
ثم نشرع فى المساحة :

اعلم أن المحيط ثلاثة أمثال القطر وكسر ، وهو أقل من سبع القطر ، لكن القوم أخذوه سبعا للهولة
الحساب ، وقال أرشميدس إن ذلك الكسر أقل من السبع وأكثر من عشرة أجزاء من أحد وسبعين ،
وعلى ما حصلناه ، وذكرناه فى رسالتنا المسماة بالمحيطية هـ ح كط مد ثلاثة ، بعد طرح الروابع ،
وما بعدها إذا كان القطر واحدا .

وهذا أدق من حساب أرشميدس بكثير على ما بيناه فى الرسالة المذكورة ، وأقرب منه إلى الصواب
لكنه لا يعرفه بالحقيقة إلا الله تبارك وتعالى [٩٦] ، فإذا كان قطر دائرة معلوما ، ومحيطها مجهولا فنضرب
القطر « ١١٦ » فى ذلك العدد ليحصل المحيط .

وإن كان بالعكس نقسم المحيط على ذلك ، العدد ليخرج القطر .
وإن كانا مجهولين نضع على المحيط نقطتين كيف اتفق ، وندير عليهما دائرتين متساويتين بحيث يتقاطعان ،
ونصل بين هذين التقاطعين خطا مستقيما ، ونخرجه إلى أن يصل إلى المحيط فى الجهتين فهو القطر هكذا .



وإن كانت المساحة معلومة فنضربها فى مد ، ونقسم الحاصل على ما ، ونأخذ جذر الخارج فهو القطر ،
أو نضربها فى السبعة ، ونقسم الحاصل على كـ ، ونأخذ جذر الخارج فهو نصف القطر وهما بحسب المشهور ،

وأما بحسابنا (١) نقسم المساحة على حـ حـ كـ طـ مد ثلاثة ، [ونأخذ جذر الخارج وهو نصف القطر ، ولو قسم (٢) المساحة على] صفر مرر كـ و ثلاثة ، ونأخذ جذر الخارج فهو القطر [٩٧] .

ولنا حيلة في تحصيل ذرعان المحيط ، هي أن ينطبق خيطا عليها ، ثم نمسح الخيط أو نضع أحد رأسى الذراع على نقطة من المحيط ، ونحرك الذراع بحيث تماس جزء فجزء منه على محيطها ، إلى أن يمسح الجميع .

وأما المساحة فنضرب نصف القطر في نصف المحيط يحصل المساحة .

نوع آخر : نضرب مربع نصف القطر في نسبة المحيط إلى القطر ، اعنى في ثلاثة وسبع بحساب المشهور ، أو بأن نضربه في ٢٢ ونقسم الحاصل على سبعة ، وبحسابنا في حـ حـ كـ طـ مد ثلاثة ، فخرج فهو المساحة .

طريق آخر : نضرب مربع القطر في أحد عشر ، ونقسم الحاصل على أربعة عشر ، فخرج فهو المساحة بحساب المشهور ، وبحسابنا نضربه في صفر مرر كـ و ثلاثة ، وهو نسبة المساحة إلى مربع القطر يحصل المطلوب ، وهذا العدد ربع العدد الأول ، لأن نسبة مساحة الدائرة إلى مربع نصف القطر كنسبة العدد الأول وهو حـ حـ كـ طـ مد ثلاثة إلى الواحد ، ونسبة مربع نصف القطر إلى مربع القطر هي نسبة الربع .

وقد وضعنا حواصل ضروب هذين العديدين في الأرقام الستينية في جدول لسهولة العمل ، وحوالناها أيضا إلى الرقوم الهندية ، والجدول هذه .

[حاشية (٣) : لأن نسبة الواحد إلى حـ حـ كـ طـ مد كنسبة مربع نصف القطر إلى مساحة الدائرة ، وذلك لأن نسبة القطر إلى المحيط كنسبة الواحد إلى حـ حـ كـ طـ مد بحساب المصنف دام ظله ، فإذا فرضنا دائرة يكون نصف محيطها [حـ حـ كـ طـ مد] فيكون نصف قطرها بتلك الأجزاء واحدا ومساحتها أيضا حـ حـ كـ طـ مد ، لأن حاصل ضرب نصف القطر في نصف المحيط يكون مساحة الدائرة ، وكان لنصف القطر واحدا ، ولما كان نصف القطر واحدا يكون مربعه أيضا واحدا ، فتكون نسبة مربع نصف القطر إلى مساحة الدائرة كنسبة الواحد إلى حـ حـ كـ طـ مد ، فإذا ربعنا قطر تلك الدائرة يكون مربع نصف القطر ربع ذلك المربع ، فربع القطر أربعة أمثال مربع نصف القطر ، فيكون نسبة مربع القطر إلى مساحة الدائرة وهو حـ حـ كـ طـ مد كنسبة الأربعة إلى حـ حـ كـ طـ مد ، ونسبة الأربعة إلى حـ حـ كـ طـ مد كنسبة الواحد إلى ربع حـ حـ كـ طـ مد وهو صفر مرر كـ و ثلاثة ، فيكون نسبة مربع القطر إلى مساحة الدائرة كنسبة الواحد إلى صفر مرر كـ و وعلى هذا القياس بحساب المشهور يكون نسبة مربع نصف القطر إلى مساحة الدائرة كنسبة الواحد إلى ربع ثلاثة] .

(١) هنا حاشية في ل لا معنى لها

(٢) هذه الجملة غير موجودة في ت

(٣) هذه الحاشية موجودة في ت فقط وأكبر الظن أنها من عمل الناسخ

جدول تضاعيف نسبة مساحة الدائرة الى مربع القطر					جدول تضاعيف نسبة المحيط الى القطر								
المساحة			مربع القطر	المساحة	مربع القطر	المحيط			المحيط				
١	٢	٣				١	٢	٣					
كو	كه	ك	لا	صفر	مر	ر	كو	لا	صفر	ح	كظ	مد	٢
ن	ر	كه	لث	١	لد	لد	ن	٢	٢	لث	ر	نو	١
ح	نه	كه	لح	١	ك	ك	ح	٢	٢	لح	ط	كه	ح
د	كو	م	لد	ح	ح	كظ	مد	٢	٢	لد	ب	لخ	د
هـ	كر	كظ	له	ح	نه	لر	هـ	٢	٢	له	٠	م	هـ
و	كح	نو	لو	د	م	مد	لو	٢	٢	لو	٠	ن	و
ز	كظ	ل	لر	هـ	كظ	ن	ز	٢	٢	لر	٠	نظ	ز
ح	كظ	٠	لح	و	نو	نظ	ح	٢	٢	لح	٠	ر	ح
ط	ل	لر	لك	د	و	ند	ط	١	١	لك	٠	نو	ط
ع	لا	ك	م	ر	نا	لد	ع	١	١	م	٠	ك	ع
با	لث	ب	ما	ح	لح	كا	با	١	١	ما	٠	ل	با
س	لث	ب	مب	ط	كه	كظ	س	١	١	مب	٠	ر	س
ح	لث	ب	مح	ع	ل	لو	ح	١	١	مح	٠	ك	ح
د	لث	ب	مد	ع	ل	ل	د	١	١	مد	٠	ن	د
هـ	له	ك	مه	نا	مو	نا	هـ	١	١	مه	٠	ر	هـ
و	لو	د	مو	ب	لخ	نو	و	١	١	مو	٠	لد	و
ز	لث	لو	مر	ك	كا	و	ز	١	١	مر	٠	ك	ز
ح	لث	لو	مح	د	ح	لخ	ح	١	١	مح	٠	ن	ح
ط	لث	ل	مط	د	نه	كا	ط	١	١	مط	٠	ما	ط
ع	لث	ل	٠	هـ	م	كح	ع	١	١	٠	٢	مظ	ع
كا	م	ح	نا	نو	كظ	لو	كا	١	١	نا	٠	خ	كا
ك	م	ك	ن	ر	نو	ل	ك	١	١	ن	٢	و	ك
ك	ما	لر	نخ	ح	٠	نخ	ك	١	١	نخ	٢	ب	ك
ك	م	ك	ند	ح	٠	نخ	ك	١	١	ند	٢	ب	ك
كه	م	ل	نه	نظ	لح	هـ	كه	١	١	نه	٢	ب	كه
كو	م	نخ	نو	ك	كه	ح	كو	١	١	نو	٢	م	كو
كر	مد	مو	نر	كا	ب	ك	كر	١	١	نر	٢	مظ	كر
كح	مه	لح	نخ	كا	نظ	كح	كح	١	١	نخ	٢	ب	كح
كظ	مو	ك	نظ	ك	مو	له	كظ	١	١	نظ	٢	لا	كظ
ل	مر	ز	س	ك	ل	م	ل	١	١	س	٢	لد	ل

القطر	الصباح		السور						تضاعيف نسبة المحيط إلى القطر
			الرّعا	ثانيها	ثالثها	اربعها	خامسها	سادسها	
١	صفر	٣	١	٤	١	٥	٩	٣	
٢	صفر	٦	٢	٨	٣	١	٨	٦	
٣	صفر	٩	٤	٢	٤	٧	٧	٩	
٤	١	٢	٥	٦	٦	٣	٧	٢	
٥	١	٥	٧	صفر	٧	٩	٦	٥	
٦	١	٨	٨	٤	٩	٥	٥	٨	
٧	٢	١	٩	٩	١	١	٥	١	
٨	٢	٥	١	٣	٢	٧	٤	٢	
٩	٢	٨	٢	٧	٤	٣	٣	٧	
١٠	٣	١	٤	١	٥	٩	٣	صفر	

السور										تضاعيف نسبة مساحة الدائرة إلى مربع القطر
	الصباح	الرّعا	ثانيها	ثالثها	اربعها	خامسها	سادسها	سابعها	ثامنها	
١	صفر	٧	٨	٥	٣	٩	٨	٢	٥	
٢	١	٥	٧	صفر	٧	٩	٦	٨	صفر	
٣	٢	٣	٥	٦	١	٩	٤	٧	٥	
٤	٣	١	٤	١	٥	٩	٣	صفر	صفر	
٥	٣	٩	٢	٦	٩	٩	١	٢	٥	
٦	٤	٧	١	٢	٣	٨	٩	٥	صفر	
٧	٥	٤	٩	٧	٧	٨	٧	٧	٥	
٨	٦	٢	٨	٣	١	٨	٦	صفر	صفر	
٩	٧	صفر	٦	٨	٥	٨	٤	٢	٥	
١٠	٧	٨	٥	٣	٩	٨	٢	٥	صفر	

مثال :

مساحة دائرة يكون نصف قطرها سبعة وسبعين ذراعا [فيما ذهب] عليه القوم ضربناه في $\frac{31}{4}$ بأن ضربناه في الكسر [الجنس] وهو ٢٢ حصل ١٦٩٤ ، قسمناه على المخرج وهو سبعة خرج من القسمة ٢٤٢ وهو نصف المحيط تقريبا .

أو بأن نضربه تارة في الثلاثة حصل ٢٣١ وتارة في السبع حصل ١٠١ جمعناهما حصل ٣٣٢ (١) وهو نصف المحيط .

وإن كان المحيط معلوما وأردنا معرفة نصف القطر نضرب نصف المحيط وليكن ٢٤٢ في $\frac{31}{4}$ بأن نضربه في الكسر وهو سبعة وقسمنا الحاصل على ٢٢ المخرج ، خرج من القسمة ٧٧ وهو نصف القطر ، فضربنا نصف القطر في نصف المحيط حصل ١٨٦٣٤ وهو المساحة .

طريقة أخرى : نربع القطر وهو ١٥٤ حصل ٢٣٧١٦ نضربه في ١١ حصل ٢٦٠٨٧٦ قسمناه على ١٤ خرج من القسمة ١٨٦٣٤ مطابقا للأول .
ثم عملنا برقوم الجمل هكذا .

ضربنا نصف القطر وهو ١٥٤ في ١١ حصل ١٦٩٤ مد قسمناه على ١١ إذا كانت نسبة القطر إلى المحيط حسب مدعاهم نسبة السبعة إلى اثنين وعشرين ، فخرج من القسمة ١٥٤ ذراعا ، وهو نصف المحيط ، ضربناه في نصف القطر حصل ١٨٦٣٤ وهو المساحة ، مطابقا للأول .

وأما على ما استقصينا فيه ، ضربنا ١٥٤ في نصف القطر في نسبة المحيط إلى القطر [٩٨] بأن دخلنا ، وهذه المساحة أدق مما حصل بالحساب المشهور ، وأقل منه بسبعة أذرع ونصف تقريبا .

مد (٤٤)	كط (٢٩)	ح (٨)	د (٣)	صفر	في الجداول أخذنا بإزاء م فكان
كح (٢٨)	كد (٢٤)	نخ (٥٣)			ثم أخذنا بإزاء م وضعنا تحته مخطا بمرتبه
كح (٢٨)	ط (٩)	ند (٥٤)	م (١١)	د (٤)	جمعناهما صار نصف المحيط
نو (٥٦)	ح (٨)	ل (٣٠)	كو (٢٦)	م (١٠)	ضربناه في م شافنا حاصل المساحة
ثلاثة	ثانية	رقيقة	ذراع	مرفوع مرة	مرفوع مرتين
الكسور	الذراع				

(١) في ت بلغ ٢٤٢

طريق آخر: ربعا القطر صار وله $[6 \quad 35 \quad 16]$ ضربناه في نسبة الدائرة إلى مربع القطر حصل هـ كـ ل ح نو ثالثة $[5 \quad 10 \quad 26 \quad 30 \quad 56]$ ، وفيما كانت المساحة معلومة ، وأردنا معرفة القطر ، قسمناها وهي ما سبق على صفر مر ركو ثالثة $[1 \quad 47 \quad 7 \quad 26]$ ثالثة عملنا بالجدول هكذا :

نو					القطر أخذنا بإزار كل واحد
ح			م	خ	من مفرداته من جدول نسبة المساحة إلى
ل	لو	ند	ك	ح	مربع القطر،
كو	مد	ما	كط	س	وضعهناه مترها
م	ص	كر	كر		هكذا
و	د	له		نو	

١	٥	١	١	٩	٩	١	٢			أخذنا بلزار ٧ كان
١	٥	١	١	٩	٩	١	٢			ثم أخذنا بلزار ٧ التي في العشرات كان
١	٦	٦	٢	٠	٩	١	٤	٢		جمعناهما حصل نصف المحيط
٧	٩	٨	٤	٠	٥	٦	٢	٦	٨	ضربنا في ٧٧ حصل المساحة
سابع الآلاف	مئات الآلاف	الآلاف	مئات العشرات	مئات العشرات	مئات العشرات	مئات العشرات	مئات العشرات	مئات العشرات	مئات العشرات	
الكسور										الاصحاح

فهكذا طريق آخر كان مربع القطر ٢٣٧١٦١ أخذنا بازاء كل واحد من مفرداته من جدول نسبة المساحة إلى مربع القطر وضعناه متدرجا هكذا ، وقد بسطنا الكلام في كيفية العمل بهذه الجداول في رسالتنا الموسومة بالمحطة .

الفصل الثالث : في مساحة قطاع الدائرة وقطعتها واستخراج الأبعاد بعضها عن بعض .

اما المساحة فيضرب ذراعان نصف القطر في ذراعان نصف القوس [٩٩].

نوع آخر : يحصل مساحة دائرة القطاع وبضرب مقدار قوس القطاع بالأجزاء التي بها يكون المحيط ثلاثمائة وستين وقال لها الأجزاء المحيطة — في سدس مساحة (١٢١) تلك الدائرة [١٠٠] .

١	٥	٧	٠	٧	٩	٦	٥	٠					٢
	٢	٣ ٥	٥ ٤	٦ ٩ ٧ ٤	١ ٧ ٨ ٧ ٥	٩ ٧ ٥ ١ ٠	٤ ٨ ٣ ٢ ٤	٧ ٧ ٩ ٣ ٨	٥ ٧ ٨ ٨ ٩	٥ ٢ ٩ ٧			٣ ٧ ١ ٦
١	٨	٦	٢	٦	٥	٠	٤	٨	٩	٧	٥ ٠	٠ ٠	
الصحاح					الكسور								

طريق آخر: ضرب مربع ذرعان نصف القطر في مقدار نصف قوسه بالأجزاء التي بها نصف القطر ستون ، والمحيط ثلاثمائة وسبعة وسبعون تقريباً [١٠١] ، وإذا اسقطنا مثلث القطاع الذي هو أصغر من نصف الدائرة عنه بقيت القطعة الصغرى ، وإذا زدناه على الذي هو أعظم من النصف حصلت القطعة الكبرى .

وأما استخراج الأبعاد بعضها عن بعض ، فإن كان نصف القطر والوتر معلومين بمقياس واحد ، وأردنا معرفة قوسه ، نقسم نصف الوتر على نصف قطره منحنياً ، ونقوس الحاصل في الجيب فما خرج فهو المحيط (١) إلى القطر الذي نصف قوسه بالأجزاء التي بها المحيط ثلاثمائة وستون ، فإذا زدنا عليه ثلث سبعة بالحساب المشهور ، أو ضرب ثلثه في نسبة المحيط إلى (٢) القطر الذي وضعناها في الجدول ، فاحصل فهو مقدار نصف قوسه بالأجزاء التي بها نصف القطر ستون [١٠٢] ، ثم إذا ضربناه في ذرعان نصف القطر ، حصل ذرعان نصف المحيط ، ولو ضرب ذرعان نصف القطر في نسبة المحيط إلى القطر ، وهو بحسابنا ح ك ط مد وبالحساب المشهور ثلاثمائة وسبع .

وبضرب الحاصل في مقدار نصف قوسه بما به المحيط ثلاثمائة وستون ، ونقسم الحاصل على مائة وثمانين يخرج ذرعان نصف القوس ، وإن كان نصف القطر والسهم معلومين ، والباقي مجهولا ننقص السهم عن نصف القطر ، فما بقي وهو العمود الخارج عن زاوية القطاع على منتصف الوتر ، نزيده على نصف القطر ، ونضرب المجموع في السهم ، ونأخذ جذر الحاصل فهو نصف وتره [١٠٣] والباقي كما سبق .

مثال جامع للمجموع : قطاع كان نصف قطره اثني عشر ، وسهمه اثنين ، نقصنا الاثنين عن ١٢ بقي ١٠ زدناه على ١٢ بلغ ٢٢ ضربناه في ٢ حصل ٤٤ أخذنا جذره فكان و لح (٦ ٣٨) قسمناه على نصف القطر منحطا خرج لح ١ (١٠ ٣٣) وهو جيب نصف قوسه ، قوسناه صار لح كب (٢٢ ٣٣) وهو نصف القوس بالأجزاء التي بها المحيط ثلاثمائة وستون .

(١) المحيط إلى القطر ناقصة في ل

(٢) في ل نسبة القطر إلى المحيط التي

أخذنا ثلث سبعة بالحساب المشهور ، بأن قسمناه على ٢١ فكان ١ له ٣٥ (٢٠) ثانية (١ ٣٥) (زدنا عليه بلغ (١) لد نر ٣٤ ٥٦ ٢٠) وهو نصف قوسه بالأجزاء التي بها نصف القطر ستون .
وبحسابنا ضربنا ثلث لحك (٣٣ ٢٢) وهو مار ٣ (١١ ٧ ٢٠) في ح كط مد (٣٨ ٢٩ ٤٤) حصل لد نو كط ك (٣٤ ٥٦ ٢٩ ٢٢) ثالثة .

هذا نصف القوس بالأجزاء التي بها نصف القطر ستون ، ضربناه في نصف القطر المعلوم أعنى ١٢ حصل بالحساب المشهور و نظ كح ثانية [٦ ٥٩ ٢٨] وهو ذرعان نصف قوسه ، وبحسابنا و نظ نر ثالثة [٧ ٥٩ ٥٧ ٥٢] .

طريق آخر : ضربنا نصف القطر وهو ١٢ في ثلاثة وسبع بالحساب المشهور حصل ٣٧ ٤٢ ٥١ [٣٧ ٤٢ ٥١] ضربناه في نصف القوس بالأجزاء المحيطية وهو لحك [٣٣ ٢٢] حصل ٣٦ ٤١ ٥٦ ٤٨ [٣٦ ٤١ ٥٦ ٤٨] وهو ذرعان نصف القوس بالحساب المشهور موافقا كما سبق .

وبحسابنا ضربنا ١٢ في ح كط (٢) مد [٣٨ ٢٩ ٤٤] حصل لوما نو ح [٣٦ ٤١ ٥٦ ٤٨] ضربناه في لحك [٣٣ ٢٢] حصل ٣٦ ٤١ ٥٦ ٤٨ [٣٦ ٤١ ٥٦ ٤٨] قسمناه على مائة وثمانين خرج و نظ نر ثالثة [٧ ٥٩ ١٧ ٥٢] كما سبق .

وإن كان الوتر والسهم معلومين ، والباقي مجهولاً يقسم مربع نصف الوتر على السهم ، فما خرج نزيد عليه السهم . وتأخذ نصف المجموع فهو نصف القطر ؛ وإن كان ذرعان الوتر [من (٣) الوتر] معلوماً . وكذا القوس بالأجزاء المحيطية معلومة ، تقسم نصف الوتر على جيب نصف القوس منحنياً فما خرج فهو ذرعان نصف القطر ، وإن كان ذرعان القوس والوتر معلومتين فقط ، ونزيد معرفة نصف القطر ، يحصل إما بعمل اليد أو بأن يطلب باستقراء جدول الجيب جيئاً تكون نسبته إلى قوسه كنسبة مقدار الوتر المعلوم إلى القوس المعلوم ، فتلك القوس يكون نصف قوس القطاع بالأجزاء التي بها المحيط ثلاثمائة وستون .

وإن كان ذرعان القوس ونصف القطر معلومتين ، وأردنا معرفة الوتر لمساحة القطعة ، نضرب نصف القطر في نسبة المحيط إلى القطر ، ونقسم عليه حاصل ضرب نصف القوس في مائة وثمانين ، فما خرج فهو نصف القوس بما به المحيط ثلاثمائة وستون ، نضرب جيبه في ذرعان نصف القطر منحنياً فما حصل فهو ذرعان نصف الوتر .
واعلم أن القطاع الذي يكون قوسه ربع دائرة أو ثلثها إذا وقعت في دائرة ، بحيث يماس طرفاً قوسه وزاويته محيط الدائرة ، فالقطاع نصف تلك الدائرة ، والدائرة التي وقعت في القطاع الربعي يكون نسبتها إلى ذلك القطاع كنسبة الواحد إلى صفر لطح مو [٠ ٣٩ ٥٨ ٤٦] ونصف قطرها صفر كدنا في الأجزاء التي بها نصف قطر القطاع ستون .

(١) هذه الجملة ناقصة في ت

(٢) هذه الجملة ناقصة في ت

(٣) ليست في ت

الفصل الرابع : فى مساحة سائر السطوح التى تحيط بها الخطوط المستديرة بما ذكرنا :

وأما مساحة الأهلجى فهى مجموع مساحة القطعتين الحاصلتين عن جنبى قطره الأطول ، ومساحة الهلالى والنعلى هى الفضل بين القطعتين إذا توهم خط وصل بين طرفيهما ، وأما السطح الذى يحيط به قوسان من دائرتين مختلفتين ، محدهما إما من جهتين مختلفتين كالسطح المنخسف أو المنكسف من صفحتى النيرين فى الحسوفات والكسوفات الجزئية ، وإما فى جهة واحدة كالنورانى الباقى منهما .

فإذا كان نصف قطريهما وقطره الأصغر معلوماً فقط فطريق مساحته ، ذكرناه فى زيجننا المسمى بالحقانى ، فن أراد معرفته فعليه الرجوع إلى ذلك .

ومساحة الحلقة المسطحة هى فضل مساحة الدائرة العظمى على الدائرة الصغرى ، أو حاصل ضرب البعد بين الدائرتين فى نصف مجموع محيطى الدائرتين [١٠٤] .

ومساحة قطعة الحلقة المسطحة هى (١٢٤) حاصل ضرب نصف مجموع القوسين المحيطين بها فى البعد بين القوسين [١٠٥] .

الفصل الخامس : فى جدول الجيب وكيفية العمل به :

أن نأخذ بإزاء درجات القوس من الجدول جيبها ، وإن كانت معها دقائق نضربها فى تفاضل السطرين ، ونضع الحاصل تحت جيب الدرجات منحنياً بمرتبة ، وإن كانت معها ثوان نضربها فى التفاضل المذكور أيضاً ، ونضع الحاصل تحت حاصل الدقائق منحنياً بمرتبة أخرى ، ثم نجمع الجميع يحصل جيب تلك القوس .

وقد وضعنا تفاضل ما بين كل سطرين لكل جيب بازائه فى جدول آخر [١٠٦] .

مثاله :

أردنا جيب ٤٨ ٢١ ١٥ كاح [٤٨ ٢١ ١٥] وإن كان معنا جيب ، وزيد قوسه :

أخذنا بإزاء قوس ٤٨ فكان	١٥٣١٤٥ ده كا مه
وكان التفاضل بإزاء صفر من له ضربناه فى كا حصل	كا ب ٢١١٢
وضربنا مح فى ذلك التفاضل أيضاً حصل	مح ٤٨
جمعنا لهما فصار الجيب المطلوب	ده كى مه ١٥٣١٤٥

نطلب فى الجدول أكثر جيب يمكن نقصانه عن الجيب المحفوظ ، فإذا وجد تنقصه منه ، ونحفظ قوسه أعنى العدد الموضوع بازائه على حاشية الجدول وهى الدرجات ، وما بقى من الجيب نقسمه على تفاضل ما بين السطرين مما خرج فهو دقائق القوس وثوانها .

جدول الجیب

[illegible]

مثاله :

كان معنا جيب وهو به مح مه ، وأردنا قوسه فطلبنا أكثر جيب يمكن نقصانه عنه فوجدناه بازاء به من الدرجات به لا مه من الجيب نقصناه عن الجيب المحفوظ أعنى ، به نح مه بقي كعب صفر قسمناه على تفاضل ما بين السطرين وهو كان سه لب خرج من القسمة من الدقائق والثوانى كما مح ، جمعناه مع الدرجات فصار به كما مح وهو القوس المطلوب .

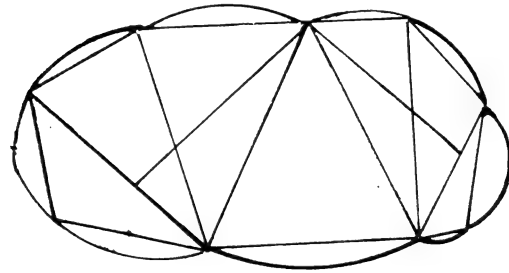
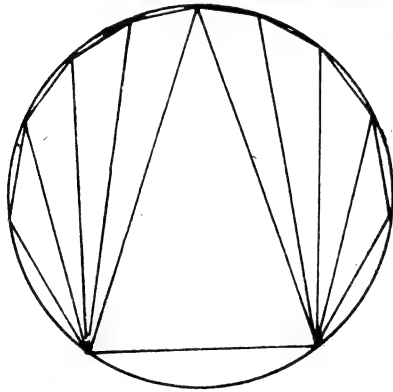
ومن أراد التدقيق فعليه الرجوع إلى جداول الزيج الإيلخانى أو زيجنا المعروف بالحقانى إذا كان هذا المقدار كافياً فى هذا الكتاب والجدول هذا : [الصفحة السابقة]

الباب الخامس

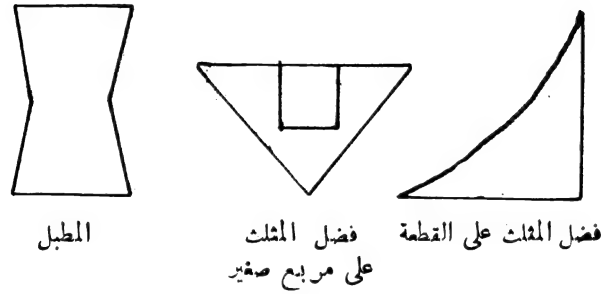
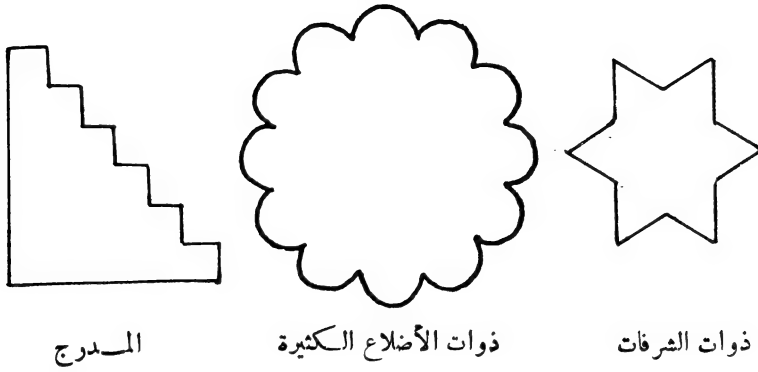
فى مساحة سائر السطوح المستوية التى لم نذكرها

أما مساحة السطح الذى يحيط به خط شبيه بالمستدير [فبأن] نجعل فيه ذا أضلاع كثيرة ، أما بحيث لا يقيد التفاوت بين السطح المحاط بالخط المستدير [والسطح المحاط بالأضلاع] ، وأما بحيث تكون القطعات الباقية التى يحيط بكل واحدة منها ضلع واحد من الأضلاع المعمولة ، وقطعة من الخط الشبيه بالمستدير قريبة بقطعات الدائرة الحقيقية لا يقيد بينهما بشيء .

فمجموع مساحة القطعات مع مساحة الكثيرة الأضلاع يكون مساحته تقريباً :



وأما مساحة سائر السطوح المستوية كالمطبل والمدرج وذوات الشرفات وذوات الأضلاع المستديرة وغيرها ، فيسهل على من اطلع على ما ذكرنا بأن يقطعه إلى الأشكال المذكورة أو يزيد فيه شيئاً ، إلى أن يصير إلى الأشكال المذكورة ، وبقدر المساحة ينقص مساحة ما زاد فيه والأشكال هى :



الباب السادس

في مساحة السطوح المستديرة كسطوح الاسطوانات والمخروطات والأكر وما يتعلق بها ، وهو مشتمل على ستة فصول :

الفصل الأول : في التعريفات

الإسطوانة المستديرة مجسم يحيط به دائرتان متساويتان متوازيتان هما قاعدتاها ، وسطح مستدير في العرض مستقيم في الطول واصل بين قاعدتها بحيث [إذا أدير] مستقيم واصل بين محيطي القاعدتين عليهما موازياً لمستقيم واصل بين مركزي القاعدتين ماس السطح والخط الواصل بين المركزين هو سهم الاسطوانة ، ويدعى بمحورها أيضاً .

فان كان عموداً على الدائرتين فالاسطوانة قائمة وإلا فمائلة .

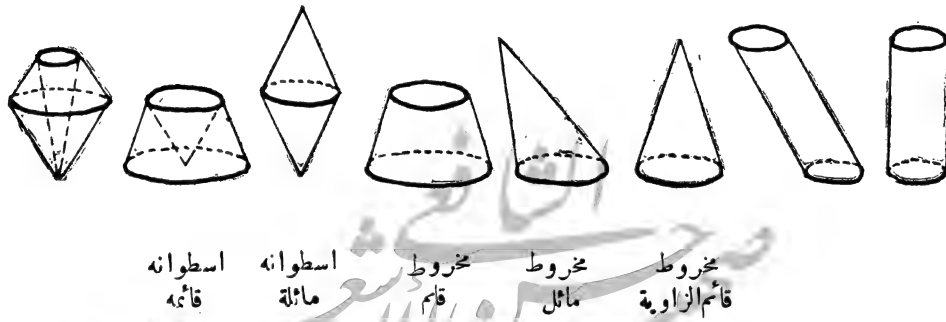
تعريف آخر للاسطوانة القائمة : إذا أدير ذو أربعة أضلاع قائم الزوايا على أحد أضلاعه ، فالشكل الحادث هو الاسطوانة المستديرة القائمة .

المخروط المستدير مجسم يحيط به دائرة هي قاعدته وسطح مستدير مرتفع عن محيطها على التضايق إلى نقطة هي رأسه ، بحيث إذا أدير المستقيم الواصل بين رأسه ومحيط قاعدته عليه ، ماس السطح والخط الواصل بين رأسه ومركز قاعدته هو سهم المخروط ، فان كان عموداً على قاعدته فالمخروط قائم وإلا فمائل ،

وإذا توهم قطعه بسطح يكون سهمه في ذلك السطح قائماً على قاعدته سواء كان المخروط قائماً أو مائلاً فالمثلث الحادث فيه يسمى مثلث المخروط ، وكل مخروط إذا فصل بسطح مواز لقاعدته كان ذلك الفضل دائرة ، والسهم يمر بمركزها ، وينقسم به إلى مخروط أصغر منه مشابهاً له ، ومجسم يسمى بمخروط الناقص .

وإذا أدير مثلث قائم الزاوية على أحد ضلعي القائمة فالشكل الحادث هو المخروط المستدير القائم ، وإذا أدير ذو زنقة واحدة على ضلعه القائم على المتوازيين فالشكل الحادث هو المخروط الناقص القائم ، وذلك الخط سهمه ومحوره ، وارتفاعه والمركب من مخروطين قائمين قاعدتهما دائرة واحدة سمي بالمعين المجسم .

وإذا أفرز عن مخروط قائم معين مجسم يكون أحد رأسيه مركز قاعدة المخروط فسمى المجسم الباقي بفضل المخروط ، وهو كمخروط الناقص أفرز منه مخروط رأسه مركز قاعدة المخروط الأول وقاعدته السطح الأعلى للمخروط الأول ، وإذا أفرز عن معين مجسم معين آخر يكون رأساً أحدهما رأسى الآخر فسمى المجسم الثانى اتفاقاً بفضل المعين ، وهو كمركب عن مخروطين قائمين أحدهما تام والآخر ناقص ، قاعدتهما واحدة ، أفرز منه مخروط رأسه المخروط التام ، وقاعدته السطح الأعلى من المخروط الناقص .



واعلم أن الاسطوانة والمخروط قد يكونان مضلعين ، فقاعدتهما ذات أضلاع ، والسطح المحيط بالاسطوانة مستطيلات وبالمخروط مثلثات .

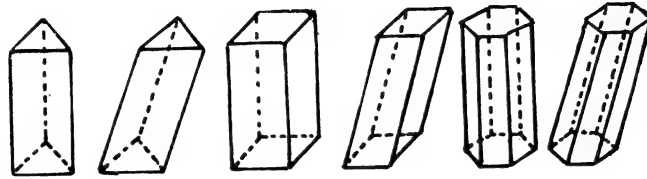
المنشور اسطوانة قاعدتها مثلثان متساويان أضلاع أحدهما توازى أضلاع الآخر . [١٠٧] .

الكرة جسم يحيط به سطح مستدير وفي داخله نقطة تكون كل الخطوط الخارجة عنها إليه متساوية ، وتلك النقطة مركزها والخطوط أنصاف أقطارها ، وذلك السطح محيطها وأعظم دائرة يقع فيها ما يمر بمركزها ولا بد أن ينصفها ، وإذا قطعت الكرة بسطح مستو إلى قسمين فيقال لكل واحد منهما قطعة الكرة ، والدائرة التي حدثت فيها هي قاعدة القطعة ، ورأس القطعة نقطة على سطحها المستدير يتساوى جميع الخطوط الخارجة منها إلى محيط القاعدة ، ويقال لها قطب القطعة أيضاً .

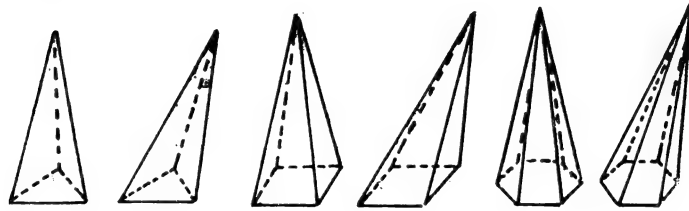
والخط الواصل بين مركز القاعدة ورأس القطعة هو ارتفاع القطعة ، وسهمها أيضاً .

قطاع الكرة هو مجموع قطعة الكرة ومخروط مستدير قائم قاعدته قاعدة القطعة ورأسه مركز الكرة . ضلع الكرة هو ما أحاط به نصفاً عظيمنتين وسطح كروي يكون نصف قطرها مساوياً لنصف قطر الدائرتين ، وهو يشبه أضلاع البطيخ .

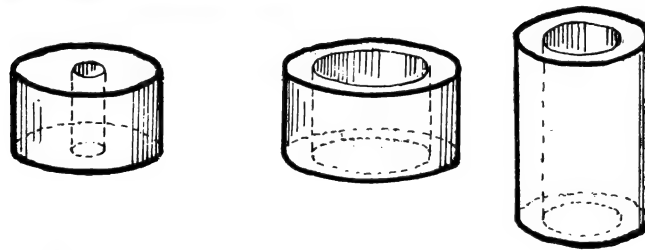
الفلكة اسطوانة مجوفة متساوية الثخن لا يكون سمكها أكبر من قطر قاعدتها ، ويكون قطر قاعدة تجويفها أقل من نصف قطر قاعدتها ، أو مساوياً له سواء كان ثخنه أقل من سمكها أو أكثر ، وما كان قطر قاعدة تجويفه أكبر من نصف قطر قاعدته بحيث يكون ثخنه أقل من سمكه فنسميه بالدفى ، وما كان سمكه أكبر من قطر القاعدة مطلقاً فهو الأنبوبة .



منشور



الكرة



الفلكة

انبوبة



وبعبارة أخرى إذا أدير سطح مستطيل حول خط خارج منه مواز لضلعه الأقصر بعده عنه لا يكون أكبر من ضلعه الأطول ، أو كان ذلك الخط موازياً لضلعه الأطول ولا يكون ضلعه الأقصر أقل من بعده ،

ولا يكون مجموعهما أكبر من ضلعه الأطول ، فالشكل الحادث هو ما سميناه بالفلسكة ، وإن كان ذلك الخط موازيا لضلعه الأطول ويكون ضلعه الأقصر أقل من بعده عنه ، ومجموعهما أكبر من ضلعه الأطول ، فالشكل الحادث ما سميناه بالدفي ، وإن كان مجموعهما أقل منه سواء كان بعد الخط أقل من ضلعه الأقصر أو أكثر منه فهو الأنوبة والأشكال موضحة بالصفحة السابقة .

وكل سطح أدير حول خط خارج عنه غير مواز لضلعه الأطول إن كان مستطيلا مطلقا ، أو موازيا لضلعه الأقصر أو لأحد أضلاع المربع ، ويكون بعده عنه أكبر من أعظم أضلاعه ، وأقطاره فالشكل الحادث نسميه بالحلقة ، ننسبه إلى سطح حادث فيها عن تصور قطعها بسطح يكون محورها فيه .

فالحلقة المربعة ما كان السطح الحادث فيها مربعا ، والمستديرة ما كان دائرة ، وعلى هذا القياس .

والحلقة المربعة إما أن يكون أحد أضلاع مربعه موازيا لمحوره أولا ، ويقال للثاني المربعة الموربة .

وبعض رسم الدفي بكرة مجوفة متساوية الثخن أفرز عنه قطعتان تكون قاعدتهما متساويتين متوازيتين ، [وما قلنا فهو أشبه بالدف عن هذا] .

الفصل الثاني : في مساحة سطح الأسطوانة

أما القائمة فنضرب محيط القاعدة في الخط الواصل بين محيطي القاعدتين الموازي لسهم الأسطوانة ، وهكذا تكون مساحة سطحها الداخلة والخارجة للفلسكة والدفي والأنوبة والحلقة المربعة والمستطيلة التي كانت ضلعان منها موازيين لمحورها .

نوع آخر : مخصوص بالمستدير نضرب قطر القاعدة في ذلك الخط ثم نضرب الحاصل في نسبة المحيط إلى القطر ، وأما المائلة فنضرب الخط المذكور في محيط قطع يكون سهمه قائمه عليه .

الفصل الثالث : في مساحة سطح المخروط .

وأما المستدير القائم فنضرب نصف محيط القاعدة في الخط الواصل بين رأسه ومحيط قاعدته لتحصل المساحة . أو نضرب نصف قطر القاعدة في ذلك الخط ثم في النسبة بين القطر والمحيط .

وفي المخروط الناقص المستدير القائم نضرب نصف مجموع محيطي الدائرتين في أقصر الخط الواصل بين المحيطين ، أغنى الذي كان مع السهم في سطح واحد ليحصل المساحة [١٠٨] .

أو نضرب مجموع نصفي القطرين في ذلك الخط ثم الحاصل في النسبة المذكورة ، وإن لم يكن الخط المذكور معلوما ، وكان ارتفاعه معلوما ، نأخذ نصف النفاضل بين قطري القاعدتين ، ونزيد مربعه على مربع ارتفاعه ، ونأخذ جذر الحاصل فهو مقدار الخط المذكور .

وأما المستدير المائل فلم يذكر المتقدمون مساحة سطحه ، أو لم يوجد إلى تحصيلها سبيل ، فنحن نحتمل في معرفتها بتقريب لا يبعد عن الصواب ، وذلك بأن نحصل أعظم الخطوط الخارجة من رأس المخروط إلى محيط قاعدته ، وأقصرها ، وكذلك محيط قاعدته بمقياس واحد ، ثم نجزيء محيط قاعدته أجزاء يكون التفاوت بين كل جزء منها وبين وتر ذلك الجزء شيئا يسيرا بالنسبة إلى المقياس .

وتستخرج مقادير الخطوط الخارجة عن رأس المخروط إلى محيط قاعدته ، بحيث يكون البعد بين كل اثنين منها من محيط القاعدة بقدر جزء واحد من تلك الأجزاء ، ثم نجعل جميع مقادير تلك الخطوط ونضربه في مقدار نصف جزء واحد من تلك الأجزاء ليحصل المساحة .

ومعرفة استخراج مقادير تلك الخطوط المذكورة ان نعرف بعد كل منها عن طرف أقصر الخطوط من أجزاء محيط القاعدة كم كان بما به محيط القاعدة ثلاثاياه وستون ، ونعرف كل واحد من جيبه وسهمه ، ثم نقسم نصف المحيط على نسبة المحيط إلى القطر ، فما خرج فهو نصف قطر قاعدته ، ضربناه في كل واحد من الجيب والسهم المذكورين منحنطا ، ويسمى حاصل ضرب الجيب بالمحفوظ الأول ، وحاصل ضرب السهم بالمحفوظ الثاني .

ثم نضرب مجموع الضلعين الأطول والأقصر في تفاضلهما ، ونقسم الحاصل على [قطر] قاعدته ، فما خرج نأخذ التفاضل بينه وبين قطر القاعدة ، وننصفه فهو بعد موقع العمود الخارج عن رأس المخروط على سطح قاعدته [عن] طرف أقصر الأضلاع ، ونسميه بالمحفوظ الثالث ، ونقص مربعه عن مربع أقصر الأضلاع ، يبقى مربع العمود ، ثم نجعل بين محفوظي الثاني والثالث ، ونسميه بالمحفوظ الرابع ، ونجمل مربعه مع مربعي العمود والمحفوظ الأول ، ونأخذ جذر المجموع فهو الخط المطلوب [١٠٩] .

وأما مساحة سطح المخروط المضلع فهي مجموع مساحة المثلثات التي تحيط به .

الفصل الرابع : في مساحة سطح الكرة واستخراج قطرها :

أما المساحة فنضرب القطر في محيط أعظم دائرة يقع فيها تحصل المساحة .

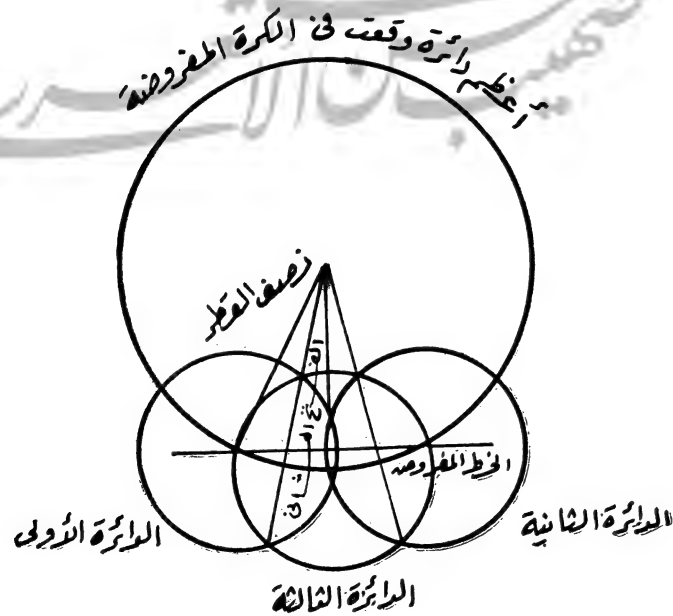
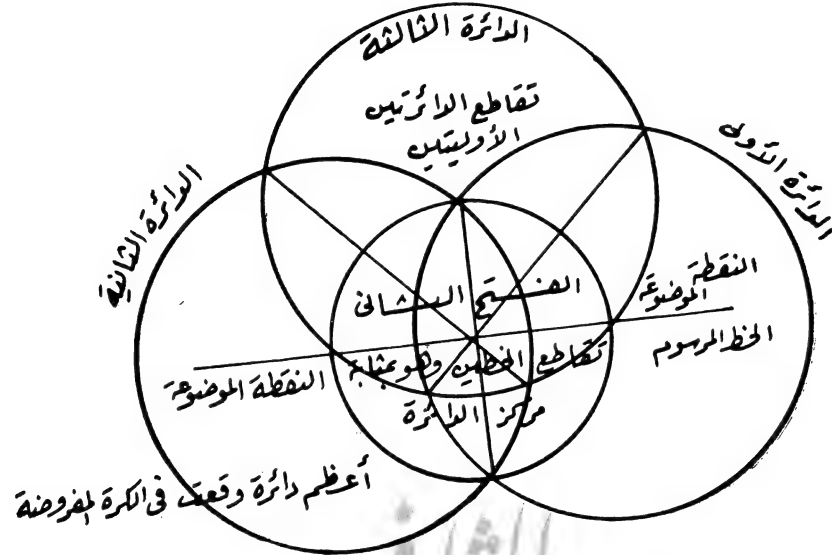
نوع آخر : نضرب مربع القطر في نسبة المحيط إلى القطر لتحصل المساحة ، وهو أربعة أمثال أعظم دائرة تقع فيها ، ومساو لسطح أسطوانة مستديرة قائمة ، سوى القاعدتين ، يكون كل واحد من ممكها وقطر قاعدتها مساويا لقطرها ويساوى أيضا لسطح أسطوانة مع القاعدتين يكون ممكها مساويا لنصف قطرها ، وقطر قاعدتها مساويا لقطرها [١١٠]

وأما استخراج قطرها فبأن نجعل نقطة من سطحها قطبا ، ونضع عليها إحدى رجلي الفرجار ، ونرسم بالرجل الأخرى محيط دائرة على سطح الكرة ، ونضع هذا الفتح على خط مستقيم ، ونمسح بين رجلي الفرجار ونسميه بالمقدار الأول ، ثم نقسم محيط تلك الدائرة ستة أقسام متساوية بالفرجار ، وتحصل مقدار هذا الفتح بتلك الأجزاء أيضا ، ونقص مربعه عن مربع المقدار الأول ونأخذ جذر الثاني فهو ارتفاع قطعة يكون سطح الدائرة المرسومة قاعدتها ، فنقسم عليه مربع المقدار الأول فما خرج فهو قطر الكرة [١١١] .

نوع آخر : نرسم على الكرة دائرة كيف (١) اتفقت ، ونحفظ فتح الفرجار ونسميه بالفتح الأول ، ثم نقسم تلك الدائرة ، إما ستة أقسام ، ونأخذ منها ثلاثة أقسام ، وإما أربعة أقسام ونأخذ منها قسمين بفرجار آخر ، ونسميه بالفتح الثاني ، ثم نرسم على سطح مستو خطا مستقيما ، ونضع عليه بالفتح الثاني

(١) في ل كيف اتفقت

نقطتين ، ونرسم على كل واحد منهما يبعد الفتح الأول دائرة ، والدائرتان تتقاطعان ألبتة ، ثم نرسم على أحد تقاطعي هاتين الدائرتين دائرة بالفتح الأول أيضا ، فيتقاطع مع كل واحد منهما من الأوليين على نقطتين .
نصل بينهما خطا وكذا بين الآخرين ، فيتقاطع هذان الخطان البتة ، فمن هذا التقاطع إلى كل واحدة من النقطتين الموضوعتين أولا هو نصف الكرة هكذا [١١٢] .



الفصل الخامس : في مساحة السطح المستدير لقطعة الكرة واستخراج أبعادها بعضها عن بعض :
أما المساحة فنضرب الخط الواصل بين رأس القطعة ومحيط قاعدتها في نسبة المحيط إلى القطر ، ثم في

الحاصل يحصل مساحة القطعة ، وهي تساوى الدائرة التى يكون نصف قطرها بقدر الخط المذكور [١١٣] .

نوع آخر : نضرب ارتفاع القطعة فى محيط أعظم دائرة يقع فى تلك الكرة ، يحصل المساحة .

أما استخراج أبعادها ، فإذا كان نصف قطر قاعدتها وارتفاعها معلومين ، نجمع مربعيهما ونأخذ فضل جذر المجموع فهو الخط الواصل بين رأس القطعة ومحيط قاعدتها ، وأن نقسم مربع نصف قطر قاعدتها على ارتفاعها ، فما خرج زعيده على ارتفاعها ، كان المجموع قطر الكرة .

نضربه فى نسبة المحيط إلى القطر أعنى فى ح ك ط مديحصل محيط أعظم دائرة يقع فيها [١١٤] .

الفصل السادس : فى مساحة السطح المستدير لضلع الكرة .

نضرب قطر الكرة فى أعظم الميل بين الدائرتين المحيطتين به [١١٥] .

الباب السابع

فى مساحة الأجسام ، يشتمل على ثمانية فصول :

الفصل الأول : فى حجم الاسطوانة ، نضرب مساحة إحدى قاعدتيها فى العمود الواقع على سطحيهما ، أما داخل الاسطوانة أو خارجها ، وهو فى الاسطوانة القائمة سهمها ، وأما استخراج عمودها فى المائل فبأن نضرب جيب زاوية ميلها فى الخط الواصل بين محيطي القاعدتين الموازى والمساوى لسهمها منحطاً يحصل عموده .

الفصل الثانى : فى مساحة المخروط واستخراج عموده ، أما [الحجم] (١) فنضرب ثلث مساحة قاعدته فى العمود الخارج عن رأس المخروط على سطح قاعدة داخلها كان أو خارجاً :

نوع آخر : مخصوص بالقائم المستدير ، نضرب ثلث العمود الخارج من مركز قاعدته الواقع على ضلع من أضلاعه أى على خط واصل بين رأسه ومحيط قاعدته فى سطحه المستدير « ١٣٤ » لتحصل المساحة [الحجم] (٢) [١١٦] .

وأما استخراج العمود الخارج عن رأس المخروط على سطح قاعدته ، إذا كان قطر قاعدته والخط الواصل عن رأس المخروط ومحيط قاعدته معلوماً فى القائم المستدير أو الحيطان الأطول والأقصر فى المائل المستدير ، وهما مع قطر القاعدة يكون أضلاع مثله ، فنستخرج العمود عن أضلاع مثله ، كما سبق فى مساحة المثلث ، وإن كان المخروط مضلعاً قائماً ويكون أضلاع قاعدته بحيث يمكن أن يحيط بها دائرة تماس جميع زواياها ، فننقص مربع نصف قطر تلك الدائرة عن مربع الخط الواصل بين رأس المخروط وإحدى زوايا القاعدة ، أو يمكن أن يحيط بدائرة تماس أضلاعها ، فننقص مربع نصف قطرها عن مربع الخط الواصل بين رأس المخروط ، وإحدى نقط التماس ، فما بقى فهو مربع العمود .

وإن كان المخروط مضلعاً مائلاً ويكون أضلاع قاعدته متساويات ، ويكون السطح الموهوم المار بسهمه

(١) ، (٢) فى المخطوط المساحة والمقصود هو الحجم .

القائم على قاعدته مارا أما إحدى زوايا قاعدته ومنتصف أحد أضلاعه فيما كان عدد أضلاعه فرداً ،
 وأما بالزاويتين المتقابلتين أو بمنتصفي الضلعين المتقابلين فيما كان عدد أضلاعه زوجاً ، أو تقطع الضلعين
 المتقابلين على غير نقطتي المنتصف فيحدث فيه من ذلك السطح مثلث يكون قاعدته فيما كان أضلاع قاعدته
 فرداً ، بقدر مجموع نصفى قطرى الدائرة الداخلة والخارجة وأحد ساقيه بقدر الخط الواصل بين رأسه
 [والزاوية (١) والآخر ، بقدر الخط الواصل بين رأسه] ومنتصف الضلع فنستخرج منه العمود ، كما سبق
 فى مساحة المثلث .

وأما فيما كان أضلاع قاعدته زوجاً فإن كان السطح مارا بالزاويتين منها فيكون قاعدة مثلث الخروط
 قطر الدائرة [المارة بزوايا القاعدة] المحيطة بأضلاع القاعدة ، وأحد ساقيه الأطول الواصل بين رأسه
 ومحيط قاعدته ، والآخر الأقصر الواصل بهما ، وإن كان ماراً بمنتصفي الضلعين فيكون القاعدة قطر الدائرة
 الداخلة والضلعان الآخران هما أطول الخطوط الواصلة بين رأسه ومنتصف أضلاع القاعدة وأقصرها ،
 فنستخرج منها العمود ، وإن كان قاطعاً للضلعين على غير نقطتي المنتصف ، نزيد مربع بعد التقاطع عن منتصف
 الضلع على مربع نصف قطر الدائرة الداخلة ، ونأخذ جذر المجموع ، ونضعفه فهو قاعدة مثلث الخروط ،
 والخطان الواصلان بين رأس الخروط وطرفي القاعدة مما ساقناه ، فنستخرج منهما العمود .

نوع آخر : اعم منه إن كان سهمه معلوما وكذا زاوية ميله عن القيام ، فنضرب سهمه فى جيب تمام
 زاوية الميل منجسطا ، فما حصل فهو العمود ، وكذا الحكم فى كل خط وصل بين رأس الخروط ومحيط قاعدته
 إذا كان مقدار زاوية ميل ذلك الخط معلوما ، وهذا شامل لجميع المخروطات .

وأما استخراج العمود الخارج عن مركز القاعدة على خط وصل بين رأس الخروط ومحيط قاعدته
 فنضرب مجموع سهم الخروط ونصف قطر قاعدته فى تفاضلها ، ونقسم الحاصل على الخط المذكور ،
 فما خرج تنقصه عن ذلك الخط ثم تنقص مربع نصف الباقي عن مربع نصف قطر القاعدة ، فما بقى نأخذ
 جذره فهو المطلوب [١١٧] .

الفصل الثالث : فى مساحة المخروط الناقص :

أما المستدير فنضرب قطر قاعدته فى العمود الواقع بين السطحين ، ونقسم الحاصل على التفاوت بين قطرى
 القاعدة والسطح الأعلى الموازى لها ، فما خرج فهو عمود المخروط التام [١١٨] تنقص منه العمود الأول فما بقى
 فهو عمود المخروط الصغير .

ثم نسمح المخروطين ، وتنقص الأقل من الأكثر لتبقى مساحة المخروط الناقص .
 وأما المضلع فإن كان أضلاع قاعدته بحيث يمكن أن يحيط بها دائرة يماس جميع زواياها ، أو يحيط
 بدائرة يماس جميع أنصاف أضلاعه ، فيعمل بأحد قطرى الداخلة أو الخارجة لكل واحد من السطحين
 ما عملنا فى المستدير بقطرى القاعدتين .

(١) زائدة فى ل والجملة غير موجودة فى ت .

وإن لم يكن فيه العمود معلوماً ، وكان المخروط قائماً وأعظم الخطوط الواصلة بين محيطي القاعدتين ، أعنى الواصل بين الزاويتين منهما معلوماً ، فنأخذ فضل قطر الدائرة الخارجة للقاعدة على الخارجة أيضاً للسطح الأعلى ، وننقص مربع نصف التفاضل عن مربع الخط المذكور المعلوم ، فما بقى فهو مربع العمود ، وإن كان أصغر الخطوط الواصلة بين المحيطين معلوماً ، أعنى الواصل بين الضلعين منهما القائم عليهما ، فنعمل بقطر الدائرة الداخلة منهما ما عملنا هناك بالخارجة .

نوع آخر : وإن كان زاوية ميل سهم المخروط عن القيام معلومة ، فنضرب مقدار السهم في جيب تمام تلك الزاوية منحنياً ، يحصل مقدار العمود ، وهذا شامل للمخروط المائل أيضاً .

الفصل الرابع : في مساحة فضل المخروط ومساحة (١) فضل المعين المجسم :

أما مساحة فضل المخروط ، فنضرب ثلث العمود الخارج عن مركز قاعدته الواقع على ضلع من أضلاعه في السطح المستدير للمخروط الناقص فتحصل المساحة (٢) [١١٩] .

وأما مساحة فضل المعين المجسم فنضرب ثلث العمود الخارج من رأس المخروط التام الواقع على ضلع من أضلاع المخروط الناقص خارجاً كان أو داخلياً في السطح المستدير الواقع بين القاعدة المشتركة وبين السطح الأعلى للمخروط الناقص ليحصل المساحة (٣) [١٢٠] .

الفصل الخامس : في مساحة الكرة (٥) : فنضرب نصف قطرها في ثلث مساحة سطحها المحيط بها يحصل المساحة .

نوع آخر : فنضرب ثلثي قطرها في مساحة أعظم دائرة تقع فيها .

نوع آخر : نكعب القطر ونأخذ منه أحد عشر جزءاً من أحد وعشرين بالحساب المشهور ، فإنه بحسابنا نضرب مكعب القطر في صفر لاكد نرك [٥٧ ٢٠ ٣١ ٠] رابعه وهو سدس نسبة المحيط على القطر تحصل المساحة (٣) : [١٢١] .

نوع آخر : نضرب سدس مكعب القطر في نسبة المحيط إلى القطر .

نوع آخر : فنضرب ثلثي مكعب القطر في نسبة مساحة الدائرة إلى مربع القطر التي هي صفر م ركو [٤٧ ٢٦ ٠] كما سبق في الباب الرابع .

واعلم أن الكرة تساوى اسطوانة قاعدتها تساوى أعظم دائرة تقع في الكرة ، وارتفاعها بقدر ثلثي قطر الكرة ، وأيضاً تساوى لأربع مخروطات ، قاعدة كل واحدة منها مساوية لأعظم دائرة تقع في تلك الكرة وارتفاعه مساير لنصف قطر تلك الكرة [١٢٢] .

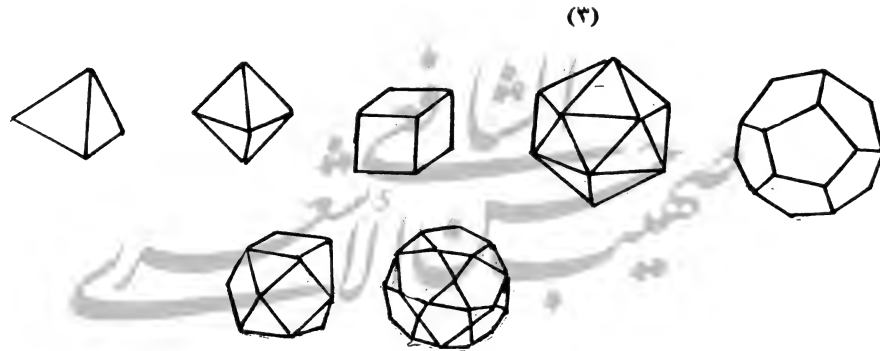
الفصل السادس : في مساحة قطاع الكرة وقطعها : فنضرب نصف قطر الكرة في ثلث مساحة سطحها الأكبر يحصل مساحة القطاع ، ثم ننقص ارتفاع القطعة عن نصف قطر الكرة ، ونضرب ثلث الباقي في سطح

قاعدة القطعة يحصل مساحة (٤) : مخروط القطاع [١٢٣] تنقصه عن مساحة القطاع الذى هو اقل من نصف قطر الكرة ، او زيد عليه إن كان أكثر ، فالباقى أو الحاصل هو مساحة القطعة

الفصل السابع : فى مساحة الأجسام المتساويات (١) أضلاع القواعد يمكن أن يحيط بها محيط كرة تماس زواياها ، ويمكن أن يحيط كل واحد منها بكرة تماس مراكز قواعد ، أو بكرتين متوازيتين تماس احديهما بعض قواعد الجسم والأخرى تماس بواقياها ، وكل واحد منهما كجتميع عن مخروطات مضلعات ، أو متساويات القواعد والارتفاعات ، أو مختلفة القواعد والارتفاعات ، يكون رءوسها متحدة عند مركز الجسم ، وهى سبعة مجسمات [١٢٤] :

أما الأول : فهو ذو أربع قواعد مثلثات متساويات فى الكرة ، وهو مجسم يحيط به أربعة مثلثات متساويات الأضلاع ، وهو مخروط مثلث القاعدة ، فكأنه مؤلف عن أربعة مخروطات قواعد قواعدها ، ورءوسها مركزه والعمل فيه أن نربع قطر الكرة المحيطة به ، ونأخذ جذر ثلثيه ، وكذا جذر نصف مربع القطر ، فالأول ضلع القاعدة والثانى عمود مثلث القاعدة .

نضرب أحدها فى نصف الآخر يحصل مساحة احدى قواعده ، نضربه ١٣٨ فى تسع (٢) قطر تلك الكرة يحصل المساحة (٤) [١٢٥] .



نوع آخر : نضرب قطر الكرة تارة فى صفر ح نط كح به ما خامسة [٤١ ١٥ ٢٣ ٥٩ ٤٨ صفر] يحصل ضلعه ، وتارة فى صفر م كح له ح ن ح خامسة [٥٣ ٣٥ ٢٥ ٤٢ صفر] يحصل عمود المثلث والباقى كما سبق [١٢٦] .

نوع آخر : نأخذ جذر تسع مربع القطر ، ونضربه فى جذر سدس مربع القطر ، فما حصل نضربه فى ثلث القطر يحصل المساحة (٤) ، وإن كان الضلع معلوما ، وقطر الكرة وارتفاع الجسم مجهولين ، نربع الضلع ونأخذ جذر ثلثيه (٥) فهو ارتفاع الجسم يساوى ثلثى قطر الكرة ، ونزيد نصف الارتفاع عليه يحصل قطر الكرة .

(٢) فى ت تسع

(٤) المقصود حجم

(١) فى ت المتساويات

(٣) الرسوم غير موجودة فى المتن .

(٥) فى ت ثلثيه وفى ل ثلثه .

نوع آخر : ضرب الضلع في صفر مح نط كح به ما خامسة [٤١ ١٥ ٢٣ ٥٩ ٤٨ صفر] يحصل ارتفاع الجسم وهو ثلثا قطر الكرة .

وأما الثاني فهو ذر ثمانى قواعد مثلثات متساويات الأضلاع في الكرة والعمل فيه ان ضرب قطر الكرة التي يحيط به في نصف القطر ، ثم الحاصل في ثلث القطر ، أو ضرب مربع القطر في سدس القطر فما حصل فهو [١٢٧]المساحة .

نوع آخر : ضرب القطر في صفر م ك ه له ح ن ح خامسة [٥٣ ٣ ٣٥ ٢٥ ٤٢ صفر] تحصل المساحة .
نوع آخر : وإن كان ضلع قاعدته من أضلاعه معلوما وقطر الكرة المحيطة مجهولا ، فضعف مربع الضلع وتأخذ جذره فهو قطر الكرة .

نوع آخر : ضرب الضلع في ا ك د ن ا س ر م و خامسة [٤٦ ٧ ١٠ ٥١ ٢٤] يحصل القطر ، ثم ضرب مربع الضلع في ثلث القطر يحصل المساحة [١٢٨] .

وأما الثالث : فهو المكعب الذى في الكرة ، والعمل فيه أن تأخذ ثلث مربع قطرها ، ويحصل جذره فهو ضلع المكعب ، يحصل منه مساحته بأن تضربه في نفسه ، ثم تضربه في الحاصل [١٢٩] .

نوع آخر : ضرب قطر الكرة في صفر ل د ح ك ر ل ط ك ط خامسة [٢٩ ٣٩ ٢٧ ٣٨ ٣٤ صفر] يحصل ضلعه ، ولو قسم الضلع عليه يحصل القطر [١٣٠] وظاهر أن قطر الكرة الداخلة فيه يساوى ضلعه .

والمكعب اسطوانة مربعة القاعدة ارتفاعها يساوى ضلع قاعدتها ، وقد ذكرنا مساحة الاسطوانة .

وأما الرابع : فهو ذو عشرين قاعدة مثلثات متساوية الأضلاع في الكرة ، والعمل فيه أن نربع قطر تلك الكرة ، وتأخذ نصف عشرة وتنقص جذره عن نصف قطر الكرة فما بقى نحفظه ونزيد مربعه على خمس مربع القطر ، وتأخذ جذر المجموع فهو ضلع قاعدة الجسم [١٣١] .

نوع آخر : تأخذ خمس مربع قطر الكرة وضرب جذره في ا ي ل ب ح م د خامسة [٤٤ ١٣٤٤ ٣ ٣٢ ١٠ ١]^(١) فما حصل فهو ضلع قاعدة الجسم [١٣٢] .

طريق آخر : ضرب القطر في صفر لا لب ل ر ن د ح خامسة [١٣ ٥٤ ٣٧ ٣٢ ٣١ ٠] وهو وتر لنصف قوس يكون سهمها أربعة أخماس القطر ، على أن القطر واحد ، يحصل ضلع القاعدة [١٣٣] ، فإذا حصل ضلع قاعدته يحصل منه مساحة سطح القاعدة ، ونضربها في عشرين دائما ليحصل مساحة جميع سطح الجسم ، ثم ننقص ثلث مربع الضلع عن ربع مربع القطر ، وتأخذ جذر الباقي فهو نصف قطر كرة يحيط الشكل بها ، أعنى العمود الخارج عن مركز الجسم على سطح القاعدة [١٣٤] .

(١) جميع الأرقام ليست في المتن ولكننا وضعناها هنا لسهولة المقارنة والمراجعة .

نوع آخر : ضرب قطر الكرة في كـ د كـ ب ما كو خامسة [٢٦ ٤١ ٢٢ ٥٠ ٢٣] يحصل نصف قطر الكرة الداخلة ثم ضرب ثلث ذلك العمود في جميع سطح الجسم ، فما حصل فهو مساحة الجسم [١٣٥] ، وإن كان ضلع مثلث القاعدة معلوماً ، وقطر الكرة مجهولاً ، تقسم مقدار الضلع على وتر خمس الدائرة وهو ١ على لب حـ محمد كب سادسة [٢٢ ٥٤ ١٣ ٣٢ ٣ ١٠ ١] على أن نصف قطرها واحد ، فما خرج ضرب مربعه في الخمسة دائماً ، فال حاصل مربع قطر الكرة الخارجة التي يحيط بالجسم .

نوع آخر : تقسم الضلع على صفر لا لب لـ ر ند ح خامسة [١٣ ٥٤ ٣٧ ٣٢ ٣٤ ٠] يخرج القطر .

وأما الخامس : فهو ذو اثني عشرة قاعدة خمسات متساويات الأضلاع والزوايا وقع في الكرة ، والعمل فيه أن نأخذ نصف سدس مربع القطر ، ويحصل جذره ثم ضرب ذلك ، أعني نصف السدس المذكور في خمسة دائماً ، ونأخذ جذر الحاصل ، ونقص منه الجذر السابق ، فما بقي فهو ضلع خمس القاعدة [١٣٦] .

نوع آخر : ضرب القطر في صفر كا كـ د لـ حـ لد بر خامسة [١٧ ٣٤ ٣٣ ٢١٢٤ ٠] يحصل ضلع خمس القاعدة ، نحصل منه مساحة سطح القاعدة كما سبق ، ونضربه في اثني عشر ليحصل مساحة جميع سطح ذي اثني عشرة قاعدة [١٣٧] ، ثم نحصل نصف قطر الكرة الداخلة كما سبق في ذي عشرين قاعدة بعينه ، أعني ننقص ثلث مربع ضلع المثلث في ذي عشرين قاعدة عن ربع مربع قطر الكرة المحيطة ، ونأخذ جذر الباقي ، أو ضرب القطر في كـ د كـ ب ما كو خامسة [٢٦ ٤١ ٢٢ ٥٠ ٢٣] فما حصل فهو العمود الخارج عن مركز الجسم إلى مركز القاعدة .

ضرب ثلثه في مساحة سطح الجسم يحصل مساحة جسمه وهو المطلوب .

وإن كان ضلعه معلوماً وقطر الكرة المحيطة مجهولاً ، نربع الضلع ونزيد على ذلك المربع ربعه ، ونأخذ جذر المجموع ، ونقص عنه نصف الضلع ، فما بقي نزيد على الضلع المعلوم ، ونضرب مربع ما بلغ في الثلاثة دائماً ، فال حاصل هو مربع قطر الكرة التي يحيط بالجسم [١٣٨] .

طريق آخر : تقسم الضلع على صفر كا كـ د لـ حـ د ر خامسة [١٧ ٣٤ ٥٣ ٢٤ ٢١ ٠] يحصل قطر الكرة المحيطة ، ولما كان كل واحد من عدد قواعد هذا الجسم ، وعدد زوايا ذي عشرين قاعدة اثني عشر ، وعدد زوايا هذا وقواعده عشرين ، فيمكن أن يعمل أحدهما في الآخر ، بحيث يماس زوايا مجسم الداخل مراكز أضلاع الخارج ، فيكون الكرة المحيطة بمجسم الداخل المماسه لزواياه هي الكرة الداخلة للمجسم الخارج المماسه لمراكز قواعد ، وكذا الحكم في المكعب ، وذو ثمانية قواعد .

وقد عرفت استخراج قطر الكرة الداخلة مما سبق ، وهي الكرة الخارجة للمجسم الداخل ، فاستخرج به ضلع مجسم الداخل ، ومساحته كما ذكرنا .

وأما السادس : فهو ذو أربع عشرة قاعدة ، ثمانية منها مثلثات متساويات الأضلاع ، والستة الباقية مربعات أضلاعها أضلاع للمثلثات ، وكل واحد منها مساو لنصف قطر الكرة المحيطة به ، والعمل فيه أن تضرب جذر « ١٤١ » نصف مربع القطر في ربع مربع القطر ، أغنى قاعدته المربعة ، ونحفظ الحاصل ثم نأخذ جذر ثلث مربع القطر وكذا سدسه ، ونحصل جذر كل واحد منهما .

فالأول أربعة أمثال العمود الخارج عن مركز مثلث القاعدة إلى منتصف ضلعه ، والثاني العمود الخارج عن مركز الجسم إلى مركز المثلث ، فنضرب نصف قطر الكرة ، وهو ضلع المثلث في أحدهما ، ثم الحاصل في الآخر ، فما حصل نزيده على المحفوظ ، فما بلغ فهو مساحة الجسم .

طريق آخر : نضرب القطر في صفر ٤ لو كح مه نج خمسة [٠ ١٠ ٣٦ ٢٣ ٤٥ ٥٨] والحاصل في مربع القطر ، فما حصل فهو المحفوظ ، ثم نضرب القطر في صفر ٥ ب ط مر مه نج خمسة [٠ ١٦ ١٩ ٤٧ ٤٥ ١٣] ومربع القطر في صفر ٦ ح ه مد لر خمسة [٠ ٢٤ ٣٧ ١٨ ٥٠] ثم نضرب الحاصل الأول في الحاصل الثاني ، فما حصل نزيده على المحفوظ ليحصل المساحة (١) [١٣٩] .

وأما السابع : فهو ذو اثنتين وثلاثين قاعدة يكون عشرون منها مثلثات متساويات الأضلاع واثنتا عشرة منها مخمسات أضلاعها أضلاع تلك المثلثات ، فكل واحد منها مساو لضلع المعشر الواقع في أعظم دائرة ، وقعت في الكرة ، والعمل فيه أن نقسم مربع قطر الكرة على ستة عشر ، ونأخذ جذر الخارج من القسمة في خمسة ونأخذ جذر الحاصل وننقص منه الجذر السابق ، فما بقي فهو ضلع قاعدة الجسم [١٤٠] ، يحصل منه مساحة قاعدته ، أغنى الخمس والمثلث كما سبق في مساحة السطوح ، ونضرب مساحة قاعدة الخمس في اثني عشر ليحصل جميع سطوح المجسمات ، ونضرب مساحة قاعدته المثلث في عشرين ليحصل جميع سطوح مثلثاته ، ثم ننقص ثلث مربع الضلع عن ربع مربع القطر فما بقي نأخذ جذره ، ونضرب ثلثه في جميع السطوح المثلثات ، ونحفظ الحاصل ، ثم نقدم الضلع على ١ ٤ ل ح محمد خامسة [٤٤ ٤٣ ، ٣٢ ١٠ ١] فما خرج ننقص مربعه من ربع مربع القطر ، ونأخذ جذر الباقي ، ونضرب ثلثه في جميع السطوح المجسمات ، فما حصل نزيده على المحفوظ ليحصل مساحة الجسم .

نوع آخر : نضرب قطر الكرة في صفر ٦ ك ر م ه خامسة [٠ ١٨ ٣٢ ٢٧ ٤٠ ١٥] ليحصل الضلع نحصل منه مساحة سطحي خمسة ومثلثة ، وجميع مخمساته تارة ، ومثلثاته أخرى كما سبق ، ثم نضرب القطر تارة في صفر ٧ ل ك ح كان خامسة [٠ ٢١ ٢٣ ٣٠ ٨] والحاصل في جميع مجسماته ، ونحفظ الحاصل . وتارة في صفر ٨ ط ك ل ب ح خامسة [٠ ١٨ ١٢ ٢٠ ١٠ ٩] والحاصل في جميع مثلثاته . ونزيد الحاصل على المحفوظ ليحصل المساحة (٢) [١٤١] ولإن كان الضلع معلوماً . والقطر مجهولاً نأخذ

(١) المقصود الحجم .

(٢) المقصود الحجم .

الدرجة	الدقائق	الثواني	الثواني	الدقائق	الثواني
صفر	ح	ط	ك	هـ	ما
»	ثمان وأربعون	تسع وخمسون	ثلاث وعشرون	خمسة عشر	أحد وأربعون
»	م	كه	له	ح	نح
»	اثنان وأربعون	خمسة وعشرون	خمسة وثلاثون	ثلاث	ثلاث وخمسون
٢	كد	با	ع	ر	مو
واحد	أربع وعشرون	إحدى وخمسون	عشرة	سبع	مئة وأربعون
صفر	لد	لح	كر	لط	كط
صفر	أربع وثلاثون	ثمان وثلاثون	سبع وعشرون	تسع وثلاثون	تسع وعشرون
٢	ع	ب	ح	ح	مد
واحد	عشر	اثنان وثلاثون	ثلاث	ثلاث عشرة	أربع وأربعون
صفر	لا	لب	لر	نه	لح
»	إحدى وثلاثون	اثنان وثلاثون	سبع وثلاثون	أربع وخمسون	ثلاث عشرة
»	ك	ن	ك	ها	كو
»	ثلاث وعشرون	خمسون	اثنان وعشرون	إحدى وأربعون	مئة وعشرون
»	كا	كد	لح	لد	مر
»	إحدى وعشرون	أربع وعشرون	ثلاث وثلاثون	أربع وثلاثون	سبع عشرة
»	ع	لو	ك	مه	نح
»	عشر	مئة وثلاثون	ثلاث وعشرون	خمسة وأربعون	ثمان وخمسون
»	نو	نط	مر	مه	نح
»	مئة عشرة	تسع عشرة	سبع وأربعون	خمسة وأربعون	ثلاث عشرة
»	كه	نح	ن	مد	لر
»	خمسة وعشرون	ثمان وخمسون	خمسون	أربع وأربعون	سبع وثلاثون
»	ح	ب	كر	م	نه
»	ثمان عشرة	اثنان وثلاثون	سبع وعشرون	أربعون	خمسة عشرة
»	ح	ل	ك	كا	ن
»	ثمان	ثلاثون	ثلاث وعشرون	إحدى وعشرون	خمسون
»	ط	ك	ر	ب	ع
»	تسع	عشرون	ثلاثون	اثنى عشر	ثمان عشرة

ضلع ذى أربع قواعد مثلثات على أن قطر الكرة واحد وارتفاعه على أن ضلعه واحد

عمود مثلث ذى أربع قواعد وضلع ذى ثمانية قواعد على أن القطر واحد

قطر كرة ذى ثمانية قواعد على أن الضلع واحد

ضلع المكعب على أن قطر الكرة واحد

نسبة ضلع المخمس إلى ضلع المربع

ضلع ذى عشرين قاعدة على أن القطر واحد

العمود الخارج منه مركز ذى عشرين قاعدة أو ذى اثنتى عشر قاعدة الواقع على سطح قاعدة على أن القطر الواحد

ضلع ذى اثنتى عشر قاعدة على أن القطر الواحد

نصف العمود الخارج منه مركز ذى أربع عشرة قاعدة على سطح مربعه على قطر الكرة واحد

الثلثان منه العمود الخارج منه مركز ذى أربع عشرة قاعدة إلى سطح مثلثه على أن القطر واحد

نسبة مساحة المثلث إلى مربع ضلعه

ضلع ذى اثنين وثلاثون قاعدة

ثلث العمود الخارج منه مركز ذى اثنين وثلاثين قاعدة إلى سطح الخمسة على أن القطر واحد

ثلث العمود الخارج منه مركز ذى اثنين وثلاثين قاعدة إلى سطح مثلثه على أن القطر واحد

ربع مربع الضلع . ونأخذ جذره . ونزيد الربع المذكور على مربع الضلع . ونأخذ جذر المجموع . وتنقص منه الجذر السابق . فما بقي نزيده على الضلع . فضعف الحاصل هو قطر الكرة المحيطة به [١٤٢] .

نوع آخر : تقسم الضلع على ح لذكر م به خامسة [١٥ ٤٠ ٢٧ ٣٤ ١٨] يحصل القطر . ومساحة هذه الأجسام المتساويات أضلاع القواعد لا يورد أصحاب هذا الفن في كتب المساحة فاستخرجتها من الأصول ووضعت الأرقام المستعملة فيها في جدول مع كتابة أسماء تلك الأعداد والجدول هذا [١٤٣] (الصفحة السابقة)

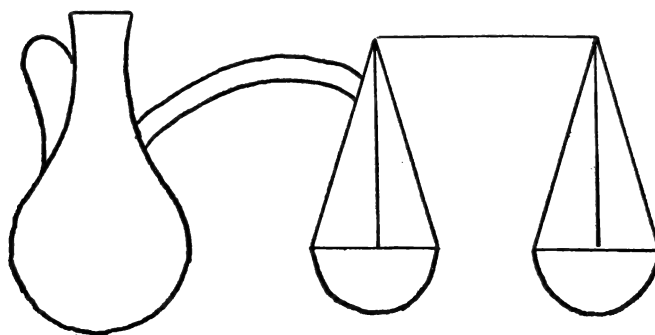
الفصل الثامن : في مساحة سائر الأجسام .

أما المركبة مما ذكرنا مثلاً أسطوانة زيد عليه مخروط أو نقص منه ، وامثال ذلك فنمسح كل واحد منها ثم نجمعها ، أو نأخذ التفاضل على ما يقتضى ، وأما ما عدا ذلك فإن أمكن وضعه في إناء أو حوض يكن مساحة تجويفه ، نضعه فيها ، ونصب عليه الماء إلى أن جاوز الماء عن رأسه ، ونعلم على الفصل المشترك بين سطح الماء والاناء أو الحوض علامة ، ثم نخرج الجسم من الماء ونمسح الهواء الواقع في الموضع الذى انخفض عنه الماء فهو المطلوب .

الباب الثامن

في معرفة مساحة بعض الأجسام عن وزنه وبالعكس ، وهى موقوفة على معرفة هذه المقدمة :
إذا كان جسمان متساويين في الحجم مختلفتين في الوزن ، فإن نسبة وزن الأول إلى وزن الثانى عند تساوى حجمهما كنسبة حجم الثانى إلى حجم الأول عند تساوى وزنهما .

مثلاً : يكون نسبة وزن الحديد إلى وزن الخشب عند تساوى حجمهما كنسبة حجم الخشب إلى حجم الحديد عند تساوى وزنهما ، والحيلة في معرفة هذه النسبة بين الأجسام المتطرفة ، وغيرها ان نأخذ ققمة يكون أنبوبتها منحنية مائلة الرأس إلى أسفل ، ونملأها ماء صافياً ، ونضع كفة ميزان تحتها ، فإذا أسقطنا أو أزلنا فيها شيئاً من الفلزات أو الجواهر أو غير ذلك ، وينبغي ان يكون مصمتاً لا مجوفاً ، فخرج من الأنبوبة بقدر حجم ذلك الجسم ماء ، وإذا أسقطنا فيها جسماً آخر يكون وزنه مساوياً لجسم الأول فخرج منها مقدار آخر من الماء ، فيكون نسبة وزن الماء الأول إلى وزن الماء الثانى كنسبة حجم الماء الأول ، بل حجم الجسم الأول إلى حجم الماء الثانى بل حجم الجسم الثانى ، وكذا يكون النسبة بين وزن الجسم الثانى إلى وزن الجسم الأول عند تساوى حجمهما .



فإذا اسقطنا في القمقة مائة مثقال مثلاً من كل واحد من الأجسام التي سنوردها في الجدول ، وزن ماء كل واحد يحصل لنا نسبة حجم بعضها مع بعض عند تساوى الوزن ، بل نسبة وزن بعضها مع بعض عند تساوى الحجم بالتكافى .

ولاستخراج نسب المايعات ، ينبغي أن نأخذ إناء ، ونعرف كم يسع ماء ، وهكذا كم يسع كل مايع لنعرف نسبة وزن الماء إلى وزن كل واحد منها عند تساوى الحجم ، وقد عرفت نسبة وزن الماء إلى وزن أحد من الفلزات عند تساوى حجمهما ، فتعرف نسبة وزن ذلك الفلز إلى وزن كل واحد من المايعات عند تساوى الحجم .

ولو أردنا معرفة وزن مكعب ذراع من كل واحد منها ، نطلب بركة يكون جدرانها إما مستوية أو مستديرة قائمة على سطح الأفق ، وكل واحد من أبعادها الثلاثة أكثر من ذراع ، وكلما كانت البركة أعظم يكون العمل بها أصح .

ثم نملؤها ماء ، ونعلم الفصل المشترك بين سطح الماء وجدران البركة ، ثم نخرج منها بعضاً من الماء بقدر ما نحفظ به سطح الماء من العلامة ذراعاً واحداً ، ونزن ما يخرج منها ، ثم نقسم وزن الماء الذى أخرجه على مساحة سطح الماء يحصل وزن مكعب ذراع من الماء ، ونستخرج منه وزن مكعب كل جنس نريد على نسبة وزنها عند تساوى الحجم .

وقد أورد الحكيم المحقق عماد الدين الخوام البغدادى تغمده الله [تعالى] بغفرانه فى الرسالة [١٤٤] البهائية جدولين فى نسب الفلزات والجواهر ، وبعض المائعات متخرجين عن كتاب ميزان (١) الحكمة [١٤٥] وهما غير صحيحين فى كثير من النسخ التى طالعها بسهو الناسخين ، ولم يتعرض لذلك أحد من شارحيه .

وقال الفاضل المحقق كمال الدين الحسن (٢) الفارسى [١٤٦] فى الشرح أن لا سبيل لنا إلى تصحيح الجداول ونحن صححناها عن كتاب ميزان الحكمة ، وذكرنا كيفية استخراجها أيضاً لمن أراد امتحانها . وأوردنا جدولاً فيه أوزان الأجسام المتساوية الحجم على أن وزن الأثقل هو الذهب مائه سواء كانت مثقالاً أو أوقية أو رطلاً أو غيرها [١٤٧] ، وكذا على أن وزن الذهب الفان وأربعائة إذ هو مجنس طساسيج المائة الصحيحة مع أوزان مياه الأجسام .

على أن وزن كل واحد إما مائة وإما الفان وأربعائة ، ونحولها إلى أرقام الجمل أيضاً لأن إذا وقع بالانتساخ منه غلط فى واحد سهل تصحيحه من آخر .

وكذا أوردنا وزن مكعب ذراع اليد بالمثاقيل والرطل أيضاً .

وهذه كلها على الأمر الأوسط والجداول هذه .

(١) ميزان الحكمة من تأليف (الخازن)

(٢) كمال الدين الحسن الفارسى من علماء القرن (الثالث عشر) الميلادى

الذهب	أوزان مياه ما يساوي مجم مائة مثقال أو غيره من كل قسم ومجس طسا سيج					أوزان الذهب ما يساوي مجم مائة مثقال أو أوقية أو غيره ومجس طسا سيج					مرفوعه إلى حساب الجمل		
	الشاقل والأوق	رنا نقيا	طسا سيج	مجنس طسا إلى	مرفوعه إلى حساب الجمل	الشاقل والأوق	رنا نقيا	طسا سيج	مجنس طسا إلى	مرفوعه إلى حساب الجمل	مرفوع مرفوع مرفوع	مرفوع مرفوع مرفوع	مرفوع مرفوع مرفوع
	الشاقل والأوق	رنا نقيا	طسا سيج	مجنس طسا إلى	مرفوعه إلى حساب الجمل								
الذهب	٥	٢	١٢٦	١٢٦	١٢٦	ق	صفر	صفر	٠	٤	٠	٠	صفر
الرئيع	١	٥	١٧٧	١٧٧	١٧٧	ع	صفر	٢	١٧	١	١٧	١٧	صفر
الأربع	ح	هـ	٢١٢	٢١٢	٢١٢	ظ	صفر	١	٢١	٢	٢١	٢١	صفر
الفضة	ط	د	٢٣٣	٢٣٣	٢٣٣	ك	صفر	١	٢٣	٣	٢٣	٢٣	صفر
الصفير	با	ص	٢٧٢	٢٧٢	٢٧٢	م	صفر	١	٢٧	٢	٢٧	٢٧	صفر
النحاس	ما	ح	٢٧٦	٢٧٦	٢٧٦	مه	صفر	١	٢٧	٢	٢٧	٢٧	صفر
الشبة	نا	د	٢٨٥	٢٨٥	٢٨٥	هـ	صفر	١	٢٨	٢	٢٨	٢٨	صفر
الحديد	س	هـ	٣١٠	٣١٠	٣١٠	م	صفر	١	٣١	٣	٣١	٣١	صفر
الرصاص	ك	د	٣٢٨	٣٢٨	٣٢٨	ك	صفر	١	٣٢	٣	٣٢	٣٢	صفر
الياقوت الكحل	م	ص	٦٠٦	٦٠٦	٦٠٦	ك	صفر	١	٦٠	٦	٦٠	٦٠	صفر
الطينا	كه	صفر	٦١٠	٦١٠	٦١٠	ك	صفر	١	٦١	٦	٦١	٦١	صفر
الياقوت الأحمر	كو	صفر	٦٢٤	٦٢٤	٦٢٤	ك	صفر	١	٦٢	٦	٦٢	٦٢	صفر
اللفل	كر	هـ	٦٧٠	٦٧٠	٦٧٠	ك	صفر	١	٦٧	٦	٦٧	٦٧	صفر
الزمرد	لو	ص	٨٧٢	٨٧٢	٨٧٢	ك	صفر	١	٨٧	٦	٨٧	٨٧	صفر
اللاهور	لر	صفر	٩٩٢	٩٩٢	٩٩٢	ك	صفر	١	٩٩	٦	٩٩	٩٩	صفر
اللولؤ	لح	صفر	٩٩٤	٩٩٤	٩٩٤	ك	صفر	١	٩٩	٦	٩٩	٩٩	صفر
العقيق	لظ	صفر	٩٩٦	٩٩٦	٩٩٦	ك	صفر	١	٩٩	٦	٩٩	٩٩	صفر
البسد	لظ	صفر	٩٩٩	٩٩٩	٩٩٩	ك	صفر	١	٩٩	٦	٩٩	٩٩	صفر
البلور	م	صفر	٩٩٠	٩٩٠	٩٩٠	ك	صفر	١	٩٩	٦	٩٩	٩٩	صفر
الزجاج	م	صفر	٩٩٤	٩٩٤	٩٩٤	ك	صفر	١	٩٩	٦	٩٩	٩٩	صفر
الأبنوس	مو	هـ	١١٢٦	١١٢٦	١١٢٦	ك	صفر	١	١١٢	٦	١١٢	١١٢	صفر
العاج	سا	صفر	١٤٦٤	١٤٦٤	١٤٦٤	ك	صفر	١	١٤٦	٦	١٤٦	١٤٦	صفر
العسل	ص	صفر	١٤٦٤	١٤٦٤	١٤٦٤	ك	صفر	١	١٤٦	٦	١٤٦	١٤٦	صفر
جلي البقر	ص	صفر	١٤٦٤	١٤٦٤	١٤٦٤	ك	صفر	١	١٤٦	٦	١٤٦	١٤٦	صفر
فيل البحر	ص	صفر	١٤٦٤	١٤٦٤	١٤٦٤	ك	صفر	١	١٤٦	٦	١٤٦	١٤٦	صفر
الخمر	ص	صفر	١٤٦٤	١٤٦٤	١٤٦٤	ك	صفر	١	١٤٦	٦	١٤٦	١٤٦	صفر
الحمار	ص	صفر	١٤٦٤	١٤٦٤	١٤٦٤	ك	صفر	١	١٤٦	٦	١٤٦	١٤٦	صفر
الشع	ص	صفر	١٤٦٤	١٤٦٤	١٤٦٤	ك	صفر	١	١٤٦	٦	١٤٦	١٤٦	صفر
الزيت	ص	صفر	١٤٦٤	١٤٦٤	١٤٦٤	ك	صفر	١	١٤٦	٦	١٤٦	١٤٦	صفر
عود الخلف	ص	صفر	١٤٦٤	١٤٦٤	١٤٦٤	ك	صفر	١	١٤٦	٦	١٤٦	١٤٦	صفر

وزن مكعب ذراع اليد بالمثاقيل ودقائقها										الاسم
الاسم	الذراع	الاصابع	المخالب	الانصاف	عشر انصاف	شاه انصاف	دقائقها	مربع مائة	مربع مائة	
عود الخراف	١	٢	٥	١	١	١	مد	صفر	٢	١
الزيت	٩	٣	٣	٦	٢	٢	مد	صفر	٢	١
الشع	٢	٠	٢	٧	٢	٢	مد	صفر	٢	١
الحاء	٥	٠	٦	٨	٢	٢	مد	صفر	٢	١
الخمر	٨	٤	٢	٩	٢	٢	مد	صفر	٢	١
فيل الخمر	٠	٧	٣	٩	٢	٢	مد	صفر	٢	١
عليه البقر	٦	١	٩	١	٣	٣	مد	صفر	٢	١
العسل	٦	١	٦	٩	٣	٣	مد	صفر	٢	١
الرصاص	٨	٠	٣	٩	٢	٢	مد	صفر	٢	١
الحديدات	٣	٠	٤	١	٢	٢	مد	صفر	٢	١
الشبه	١	٩	١	٥	٤	٤	مد	صفر	٢	١
النحاس	٧	٤	٨	٧	٤	٤	مد	صفر	٢	١
الصفر	٣	٠	٤	٢	٥	٥	مد	صفر	٢	١
الاسرب	٨	٣	٨	٣	٢	٢	مد	صفر	٢	١
وزن مكعب الذراع بالطلع البغدادي										
الاسم	الذراع	الاصابع	المخالب	الانصاف	عشر انصاف	شاه انصاف	دقائقها	مربع مائة	مربع مائة	الاسم
عود الخراف	٨	٢	١	٠	١	١	مد	٢	١	الاسم
الزيت	٢	٩	٢	٢	٩	٥	مد	٢	١	الاسم
الشع	٢	٠	٣	٢	٢	٢	مد	٢	١	الاسم
الحاء	٧	١	١	٥	٧	٧	مد	٢	١	الاسم
الخمر	٤	٢	٢	٨	٨	٨	مد	٢	١	الاسم
فيل الخمر	٦	٢	٢	٠	٣	٣	مد	٢	١	الاسم
عليه البقر	٤	٥	٣	٦	٥	٥	مد	٢	١	الاسم
العسل	٠	٤	٤	٠	٦	١	مد	٢	١	الاسم
الرصاص	٥	٢	٣	٢	٨	٥	مد	٢	١	الاسم
الحديد	٠	٦	٤	٣	٠	٠	مد	٢	١	الاسم
الشبه	٤	٢	٧	١	٣	٣	مد	٢	١	الاسم
النحاس	٣	٥	٧	٧	٧	٧	مد	٢	١	الاسم
الصفر	٤	٠	٨	٢	٣	٤	مد	٢	١	الاسم
الاسرب	٨	٩	٥	٣	١	١	مد	٢	١	الاسم

ثم إذا كان مجسم معلوم الوزن ونريد مساحته ، نقسم وزنه على وزن مكعب ذراع منه ، يحصل المساحة ، وإذا كانت مساحته معلومة ونريد الوزن نضربها في وزن مكعب ذراع منه يحصل وزنه .

الباب التاسع

في مساحة « ١٥٠ » الأبنية والعمارات ، ولم يذكر فيها أصحاب هذا الفن سوى الطاق والأزج ، وذلك أيضا ليس على ما ينبغي ، فأوردتها على ما ينبغي مع سائرهم لأن الاحتياج بمساحة العمارات أكثر من سائرهما ، وجعلتها مشتملة على ثلاثة فصول :

الفصل الأول : في مساحة الطاق والأزج :

عرفهما المتقدمون بأنهما نصف أسطوانة مستديرة مجوفة ، ولا نشاهد مثله في العمارات القديمة والجديدة ، وما شاهدناه كان أكثره محدد الوسط ، وقليل منه أقل من نصف الأسطوانة المستديرة المجوفة بكثير ، فاعلم أن الطاق على ما ينبغي وهو ما نسميه بالطاق الحقيقي هو مسقف مبنى على قاعدتين ، هما في سطح واحد بين خطين متوازيين ، كأنه مؤلف من خمس قطع ، اثنتان منها قطعاً فلكية واحدة أو حلقة واحدة أو د في واحد لا يكون قطر مقعرها أصغر من وسعة الطاق ، أعني البعدين : قاعدتي الطاق أحدهما في اليمين والأخرى في اليسار ، مبنيان على القاعدتين ، وقطعتان أخريان هما قطعاً فلكية أو حلقة أو د في يكون قطر مقعرها أعظم من قطر مقعر الفلكة الأولى ، وغلطها مثل غلط القطعتين الأوليين بعينه .

وهما مبنيان على فوق القطعتين الأوليين متصلان على خط هو محدد الطاق ، ويكون محوري قطعتي الأيمن في سطح واحد ، وكذلك الأيسر في سطح واحد آخر ، وقطعة واحدة يحيط بها لوزتان متشابهتان متساويتان متوازيتان ، وأربعة سطوح مستويات .

فمجموعها هو مجسم يحيط به مسطحان مستويان متساويان متوازيان ، هما وجهاه وسطحان مستديران لا على محور ، وأحدهما محدد به ومقعر ، ويقال للبعد بين وجهيه عرض الطاق ، والفرق بين الطاق والأزج ، أن عرض الطاق لا يكون أكثر من وسعته ، وللأزج يكون أكثر منها ، وقد يكون (١) في الطاق عرضه . يدعو في الأزج طوله .

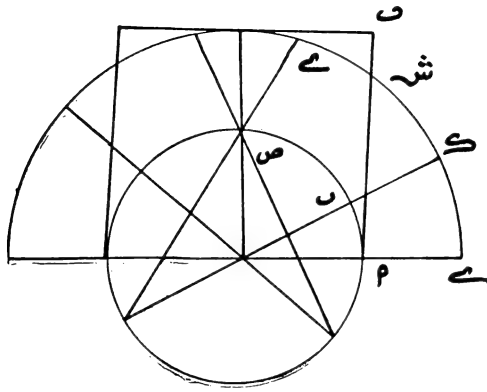
وطريق رسمه على ما رأيناه خمسة :

الأول : أن ندير دائرة $ا ب ح د$ على أن قطرهما يكون بقدر وسعة الطاق ونقطة $هـ$ مركزها ، ونقسمها ستة أقسام متساويات على نقطة $ا ب ح د ر ح$ ، ونصل أقطار $ا ب ر ح د ر ح$ ونخرجها عن أطراف $ا ب ح د$ على الاستقامة إلى نقطة $هـ$ كل $م$ بقدر ثخن الطاق ، حسب ما نريد .

ثم ندير على مركزه قوسى $هـ ك م ل$ ، وندير على نقطة $ح$ يبعد $ح ك$ قوس $ح ط و$ على نقطة $ر$ يبعد $ر ب ط$ ، ونصل $ح ط ر ط$ ونخرجها إلى $س ع$ بقدر ثخن الطاق ، وندير على نقطة $ح$

(١) في ت وما يدعو في الطاق .

قوس ل ع ، وعلى نقطة ر قوس ك س ، ونخرج عمود س د على ط س ، وعمود د ع على ط ع فحصلت القطعات الخمس وهي قطعات ا ك ك ط ط ل ل و جميعها وجه الطاق .
ولما جعلنا س د ع د مستقيما لا مستديرا لفائدة سنذكرها ، وصورتها هكذا .

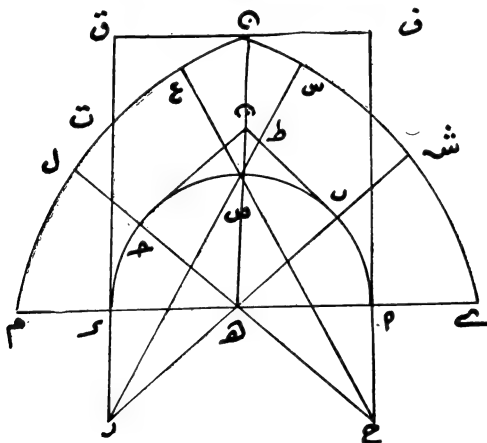


ويجوز أن نرسم قسي ب ط ط ح ك س
ع ل حول نقطتين أخريين ، على خطي ه ر ه ع ،
إما داخل نصف الدائرة التحتاني ، وإما خارجه
وهو الأحسن (١) ، ونسمي سطح ا ب ط ح ك
مجوف الطاق ، ويدعوه البناءون بأسبرة .
وإذا أخرجنا من نقطة د في الجانبين عمودي
د ف د ت على ه ط د مساويين ل د ه ونصل
ا ف ا و نقطتان محدب الطاق على تقطعي ش ت ،

فسطحا ش ف د د ت هما كتفا الطاق و ا ش ع د ت م ما وقع من الطاق في الجدار وخط ط ه
ارتفاع محده الأسفل ، ه د ارتفاع محدة الأعلى ، وهذا الوجه يليق حيث كانت وسعة الطاق إلى
خمس أذرع .

وقد شاهدنا في بعض العبادات أن ب ط ط ح كانا خطين مستقيمين ، وكذا ك د ل .

الوجه الثاني : هو أن ندير نصف دائرة ا ب ح د على أن خط ا د القطر وهو وسعة الطاق ، ونخرجه
في الجهتين إلى تقطعي ع م بقدر نخن الطاق حسب ما نريد ، ونقطة ه مركزها ، ونقسمها أربعة أقسام
متساويات على نقطة ا ب ص ح د ونصل نصف قطري ب ه ح د ونخرجهما ، ونقرز منهما ه ع ه ر
بقدر ا ص و ثر الربع ر ح ل ب ك بقدر نخن الطاق أغنى و م .

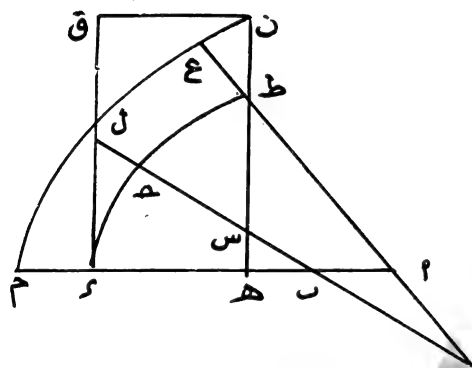


وندير على مركزه قوسي ع ك م ل
وندير على نقطة ح يبعد ح قوس ح ط ،
وعلى نقطة ر يبعد ر قوس ر ط ، ونصل
ح ط ر ط ، ونخرجهما إلى تقطعي ع س بقدر
نخن الطاق ، وندير على نقطة ح قوس ل ع ،
وعلى نقطة ر قوس ك س ، ونخرج عمودي
س د ع د على خطي ط س ط ع ، فمجموع
قطعات ا ك ، ك ط ، ط ل ، ل و ،
وجه الطاق وتتم سطح ا ف و المتوازي الأضلاع .

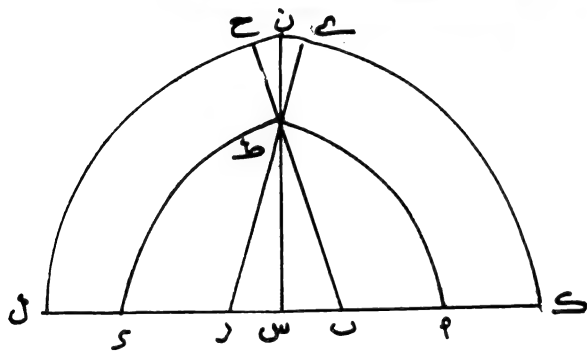
(١) والأحسن ما سبق (ت)

الوجه الثالث : هو أن يخرج عن منتصف $أ$ وسعة الطاق $هـ$ ، ونفرز منه $هـ$ ص مثل $أهـ$ ونفرز عن $هـ$ $أهـ$ ب بقدر $أهـ$ وندير على نقطة $ب$ يبعد $ب$ $أ$ قوس $أ$ ح . ثمن المحيط ، وكذا قوس $أ$ ل ونصل $ب$ ح ونخرجه من جهة $ب$ إلى نقطة $ح$ بقدر $أ$ ص وندير على مركز $ح$ يبعد $ح$ قوس $ح$ ط إلى أن انتهت إلى عمود $هـ$ ط على نقطة $ط$.

وهكذا يكون العمل في النصف الآخر ، وهذا الوجه يليق بالطاقات العظيمة التي يكون وسعها أكثر من عشر (٢) ساعات .

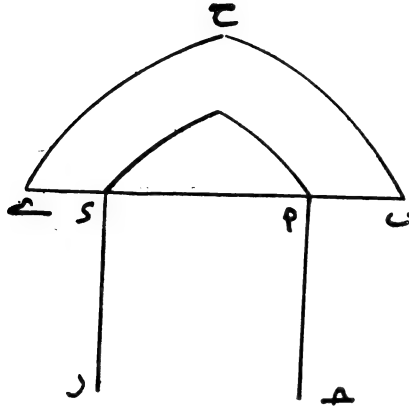


وندير علی ب یعد ل قوس ل ح ، وعلی نقطۃ ر و یعد ر ک قوس ی ک ے ونخرج من نقطۃ ح ے عمودی ح ے ے علی خطی (۴) ط ح ے فجموع قطعات ط ک ط ے ط ل الثلاث وجه الطاق هكذا .



- (١) في مخطوط ل (طلاق) خطأ
- (٢) مخطوط ل عشرة .
- (٣) مخطوط ت ا د .
- (٤) غير موجود في ت .

وتر القائمة ، اعني بعد ا ر قوس ا ط ط وكذا قوس ب ح — ع بعد إخراج خطي ا ب من الجهتين
يعد واحد.



فيكون شكل ا ب ح ي ر ط وجه الطاق هكذا ، فاذا
فرغنا عن تعريف الطاق والأزج فنشرع الآن في كيفية مساحته
وقد استخرجنا نسب بعض مقاديره إلى وسعته . وبعضها إلى
ثخنه ، ووضعناها في جدول مع شرح العمل بها .

وسنورد كيفية استخراج تلك المقادير ، وأيضاً حولناها
إلى الأرقام الهندية ، ووضعناها في الجدول أيضاً ، وهو هذا .

فاذا حصل مساحة وجه الطاق من الجدول الثاني ، فضربها في عرض الطاق يحصل مساحة مجسمته ، وأما
مساحة ما يدخل من الطاق في الجدار الذي بني عليه ، ومساحة كتفه ، فنضرب نصف قطر مقعر القطعة الأولى
منه ، وهو نصف وسعته في الوجهين الأولين ، ونصفها ونصف ثمنها في الوجه الثالث ، وثلاثها في الوجه الرابع
في نصف قطر محدبها منحنطاً ، وهو مجموع ثخنه مع نصف قطر مقعرها ، ونقوس الحاصل في الجيب ، ونأخذ
تمامها ، فهو قوس من محدب الطاق يدخل في الجدار من أحد جانبيه بما به المحيط ثلاثمائة وستون .

ثم نضرب نسبة المحيط إلى القطر في مجموع وسعة الطاق ، وضعف ثخنه في الوجهين الأولين ، ويزيادة
ثمن الوسعة في الثالث ، ويزيادة ثلثها في الرابع ، فما حصل تضربه في القوس المذكورة ، ونقسم الحاصل على
ثلاثمائة وستين ، فما خرج فهو مقدار القوس المذكور . بما به وسعة الطاق ممسوحاً .

نضربه في نصف قطر محدب القطعة الأولى ، فما حصل نحفظه ، ثم نأخذ جيب تلك القوس ، ونضربه
في نصف القطر المذكور منحنطاً ، فما حصل نضربه (١) [١٤٩] في نصف قطر مقعر القطعة الأولى ، فما حصل
ننقصه من المحفوظ ، فما بقي هو مجموع سطح القطعتين اللتين تدخل في الجدار .

ننقصه عن مساحة وجه الطاق فما بقي نزيده على مساحة مجوفة ، وننقص المجموع عن مضروب وسعة الطاق
في ارتفاع محدبه الأعلى ، فالباقي هو مساحة سطح كتفه ، ثم نضرب سطح كل واحد مما يدخل في الجدار من
الطاق و سطح كتفه في عرض الطاق ليحصل مساحة مجسمه .

والأولى في مساحة العمارات أن نمسح الجدران إلى ثلثي الطاق أولاً ، ثم نمسح الطاق ومجوفه ، ثم نضرب
مجموع وسعة الطاق وضعف ثخنه في ارتفاع محدبه الأعلى ، وننقص من الحاصل مجموع مساحة وجه الطاق
وسطح مجوفه ، فما بقي هو مساحة سطح كتفيه ، مع ما وقع فوق قاعدته لثلاثاً نحتاج إلى مساحة ما يدخل
في الجدار من الطاق .

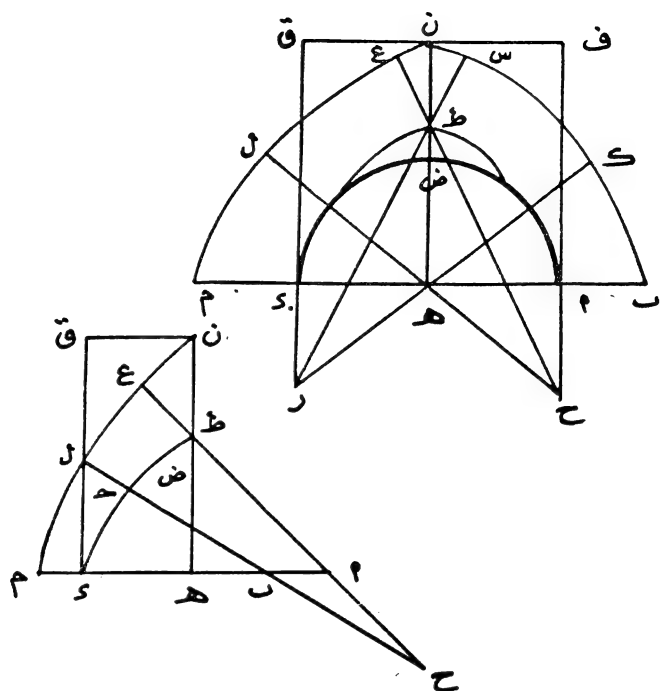
وأما إيراد ما وعدناه في كيفية استخراج مقادير النسب الموضوع في الجدول [١٥٠] ، فأعدنا الأشكال
الثلاثة الأولى ، وفرضنا وسعة الطاق اثنين وضربناه في نسبة المحيط إلى القطر حصل و ب و نط كح أخذنا .

(١) صحتها نقسمه .

	إذا ضربنا سرعة الطائرة في هذا حصلت مقعر وجه الطائرة	أجزاء رقائق ثوابك
	إذا ضربنا ثخن الطائرة في هذا وزيدنا حاصل على مقعر وجه الطائرة رضخرب المجمع في ثخن الطائرة حصلت مساحه وجهه	أجزاء رقائق ثوابك
	نضرب سرعة الطائرة في هذا حصل ارتفاع محديه الأرسل	أجزاء رقائق ثوابك
	نضرب ثخن الطائرة في هذا نضرب محربه نزيده على ارتفاع محديه الأرسل حصل ارتفاع محربه الأجزاء	أجزاء رقائق ثوابك
	نضرب مربع سرعة الطائرة في هذا حصل مساحة سطح مجموعته الذريه يرتفعه البناؤون بأسيريه	أجزاء رقائق ثوابك
بالوجه الأول	أ ل ر ك و	أ ل ر ك و
بالوجه الثاني	أ ط ب ظ	أ ل ه نه مب
بالوجه الثالث	أ ب م د ح	أ ل و كا مر
بالوجه الرابع	أ م ه كو نر	أ ل د ل د مر

وذلك المقادير بالرقوم الهندية

	ثالث الأجزاء ثاني الأجزاء الأجزاء	ثالث الأجزاء ثاني الأجزاء الأجزاء	ثالث الأجزاء ثاني الأجزاء الأجزاء	ثالث الأجزاء ثاني الأجزاء الأجزاء	
بالوجه الأول	١٦٢٤	١٥٩٤	٥٦٩	١٠٣٣	٤٠٨
بالوجه الثاني	١٦٥١	١٥٩٩	٥٩٨	١٠٩٩	٤١٩
بالوجه الثالث	١٧١٢	١٦٠٦	٦٣٨	١١١٥	٤٥١
بالوجه الرابع	١٧٥٧	١٥٧٦	٦٤٥	١٠٩٠	٤٧٨

[illegible]

ولما كان فضل محيط على محيط آخر على أن الفضل بين نصف قطرهما واحد وموَّظ كح نسبته إلى ح
ثم ثمانية وستين كنسبة فضل ع ل على ط هـ إذا كان البعد بينهما واحداً إلى زاوية ط ع هـ ولهي

[illegible][illegible]

<p>تم ضربنا نصف نصف قطر المقطعة الثانية التي تكون في قوس مد و فضل نصف مساحة القطاع</p>			<p>ا هـ و ب هـ ر ج هـ ط</p>	<p>ا هـ و ب هـ ر ج هـ ط</p>	<p>ا هـ و ب هـ ر ج هـ ط</p>
<p>تم ضربنا نصف قطر المقطعة الثانية في قوس ط هـ التي هي</p>			<p>ا هـ و ب هـ ر ج هـ ط</p>	<p>ا هـ و ب هـ ر ج هـ ط</p>	<p>ا هـ و ب هـ ر ج هـ ط</p>
<p>يصل ضعف مساحة قطاع ط ح هـ</p>			<p>ا هـ و ب هـ ر ج هـ ط</p>	<p>ا هـ و ب هـ ر ج هـ ط</p>	<p>ا هـ و ب هـ ر ج هـ ط</p>
<p>ثم ضربنا المحر الخارج من قاعدة هـ مربع مثلث ح ط هـ على قطر هـ فخرج المثلث آخر</p>			<p>ا هـ و ب هـ ر ج هـ ط</p>	<p>ا هـ و ب هـ ر ج هـ ط</p>	<p>ا هـ و ب هـ ر ج هـ ط</p>
<p>في قاعدة المثلث وهو</p>			<p>ا هـ و ب هـ ر ج هـ ط</p>	<p>ا هـ و ب هـ ر ج هـ ط</p>	<p>ا هـ و ب هـ ر ج هـ ط</p>

عمل ضعف مسام المثلث		
1	2	3
4	5	6
نقصناه عن ضعف مسام قطاع ط ح ه. بقي ضعف مسامية		
7	8	9
10	11	12
نرناؤه على ضعف قطاع		
13	14	15
16	17	18
حصلت مسام سطح مجوف الطاقه		
19	20	21
22	23	24
فإذا جعلنا مربع وسعه الطاقه واحدًا يكون ذلك المسامية هذه		
25	26	27
28	29	30

وهو العدد الموضوع في الجدول الخامس فإذا عرفت استخراج تلك النسب في الوهمه الثلاث

لا يكون متناسباً بتزايد نخنه ما أوردناه في الجدول ، ولذلك جعلنا الضلعين العاليتين من اللوزة في الوجوه المتقدمة خطين مستقيمين ليكون متناسباً فيها ، وهذا [١٥٣] ما وعدناه .
وأما مساحة سطحى الداخل والخارج من الطاق ، أعنى المنحنيين فنضرب عرض الطاق في مقعر وجهه ، ليحصل مساحة سطحه الظاهر (١) ، وقد اطنبنا في مقاصد هذا الفصل .

الفصل الثانى : فى مساحة القبة ، وهى :

إما على هيئة نصف كرة مجوفة ، وإما على هيئة قطعة كرة مجوفة ، وإما على هيئة مخروط مضلع ، إما على هيئة يحصل عن توهم إدارة وجه الطاق أى طاق من الطيقان المذكورة على خط ارتفاعه ، أعنى خطأ وصل بين محده ومنتصف ما بين قاعدتيه .

وأما مساحة النوعين الأولين ، فقد ذكرنا كيفية مساحة الكرة ، وقطعتها .

وأما مساحة النوع الثالث فذكرنا مساحة المخروط .

وأما مساحة النوع الأخير فللمساحة سطحه نجعل قطبه مركزاً ، وندير على سطحه محيطات دوائر كثيرة بحيث لا يعتد التفاوت بين الخطوط المنحنية الواقعة بين كل اثنتين منها ، وبين المستقيمة التى هى (٢) كأوتار تلك المنحنية ، وأظن أن يكتفى بسبعة أو ثمانية من تلك المحيطات .

ثم نمسح من رأس القبة إلى محيط كان أقرب إليه ، ونضربه فى نصف ذلك المحيط ، ثم نمسح كل واحد من المحيطات ، ونمسح نصف مجموع كل متجاورين فيما بينهما ، ونجمع حواصل الضرب ليكون مساحة سطح القبة .

وأما مساحة مجسمه ، فنفرض ما بين رأس القبة وسطح الدائرة القرية به من الدوائر المرسومة عليها ، مخروطاً تاماً ، وما بين كل دائرتين من تلك الدوائر مخروطاً ناقصاً ، ونمسحها كما ذكرنا ، ونجمعها ثم نمسح مخروطات الهواء الحالية ، أعنى مجوف القبة ، وننقصها منها ، فاما بقى فهو مساحة (٣) مجسم القبة [١٥٤] .

وقد عملناها فى القبة التى عملت يسجر رسم كرسى مقعر الطاق بالوجه الرابع ، واستخرجنا نسبة المساحة إلى مربع قطر القاعدة ليسهل منه العمل .

وطريقه أن نضرب مربع قطر مقعر قاعدة القبة فى ١ مولد ثمانية أو فى ١٧٧٥ على أن أول مراتبه ثالث الأعشار ، يحصل مساحة سطح مقعر القبة ، ولو نضرب مربع قطر محدب القاعدة فيه يحصل مساحة سطح محدبها ، لأنهما غير متوازيين ، ولو نضرب كل واحد من مكعب قطر مقعر قاعدتها ، ومكعب قطر محدبها فى صفر ح كح ثمانية أو فى ٣٠٤ على أن أول مراتبه ثالث الأعشار ، ونأخذ التفاضل بين الحاصلين ، فهو مساحة مجسم القبة المجوفة .

(١) فى مخطوط لى الباطن وفى محدبه لمحصل مساحة سطحه الظاهر .

(٢) فى لى هى وليست موجودة فى ت (٣) يقصد حجم

بالهنديّة	بالسنينية	
١٧٧٥	١٧٧٥	
١٧٧٥	١٧٧٥	نسبة سطح القبة إلى مربع قطرها
٠.٣٠٦	صفر مح كح	نسبة مجسم القبة مصمماً إلى كعب قطرها

الفصل الثالث : في مساحة سطح المقرنس ، وهو مسقف كدرج ذات أضلاع وسط كل ضلع منه يتقاطع مع ما يجاوره على زاوية ، إما على قائمة أو نصف قائمة أو مجموع قائمة ونصف ، أو غيرها ، وهما قائمتان في الوهم على سطح مواز للأفق ومبنى على ما فوقهما سطح مستو غير مواز للأفق أو سطحين (١) مستويين أو منحنيين هما مسقفهما ، ويقال لهما مع مسقفهما بيت واحد ، ويقال للبيتين المتجاورة التي قواعدهما على سطح واحد مواز للأفق طبقة واحدة ، ويقال لمقدار قاعدة أعظم الأضلاع مقياس المقرنس ، وما شاهدناه فأربعة أنواع :

المقرنس الساذج الذي يدعوه البنّاعون ببرومبر والمطين والقوس والشيرازي .

أما الساذج فهو ما يكون سطوح أضلاع بيوت معينات وشبهات بالمعين ومستطيلات لاغير ، وسطوح أعلاها أعنى سقوفها مربعات ومعينات ولوزجات وأنصاف مربعات ومعينات وذوات الرجلين ، وهي تمام اللوزة ، وقليل من جودانجات ، ويكون أضلاع المربعات والمعينات والضلعان الأطولان من اللوزجات (٢) .



وذوات الرجلين ، وساقا نصف المعين والمربع والضلعان الأقصران للجودانجات كلها متساوية ومتساوية للمقياس ولا يكون الجودانجات إلا على الطبقة العليا .

وطريق مساحته أن نمسحه أولاً بمقياسه ، ثم إن أردنا نحولها إلى مقياس آخر . كذراع أو غيره وذلك أن نعد أضلاع كل طبقة كم يكون مبنياً على ضلع مربع أو ضلع يساويه أو ضلع المربع عليه . وكم على أحد

(٢) في ل اللوزجات

(١) في ت سطرين

الضلعين الأقصرين للوزة أو تمامها . أى ذات الرجلين أو هو عليه . وكم على قاعدته (١) نصف المعين أو هو عليه .

ونأخذ لكل ما هو على ضلع المربع أو المعين واحداً وما هو على أحد الضلعين الأقصرين للوزة أو تمامها صفر كدنا على ح أربعة أو ١٤ ٢ ١٤ ٤ سادس الأعشار ، وما هو على قاعدة نصف المعين صفر مه نه نط نه أربعة أو ٧٦٥٣٦٧ سادس الأعشار ، ونجمعها ونضرب المجموع فى صمك تلك الطبقة ، أى صمك الأضلاع ، وهو فى أكثر الأحوال بقدر المقياس ، ليحصل مساحة أضلاع تلك الطبقة ، أى جدرانها بمقياس المقرنس ، ثم نأخذ للمربع وقع على السقف واحداً وللمعين صفر م ك ه له ٧ ١٠ ٧ ٧٠ سادس الأعشار .

وللوزة صفر كدنا على ح أربعة أو ١٤ ٢ ١٤ ٤ سادس الأعشار ، ولنصف المعين صفر ك ب م ر ك أربعة أو ٣٥٣٥٥٣ سادس الأعشار ، ولتمام اللوزة صفر ر لد كد نو أربعة أو ٩٣ ٢٠ ٩٣ ٢٩٢٠ سادس الأعشار ، ولنصف المربع نصفاً ، وبجمع الجميع فالمجموع مساحة مسطوح سقف تلك الطبقة بمقياس ذلك المقرنس ، ثم نجمع مساحة جميع الطبقات يحصل مساحة سطح المقرنس ، ولو نمسح السطح الذى عليه المقرنس يحصل مساحة جميع سقف المقرنس .

ثم إن أردنا أن نحولها إلى الذرعان ، نقسمها على مربع ما فى ذراع واحد من أمثال المقياس وأجزائه فما خرج فهو المطلوب .

وأما المقرنس المطين فقد شاهدناه فى عمارات قديمة بإصفهان ، وأكثره على هيئة المقرنس الساذج ، إلا أن ارتفاعات طبقاته غير متساوية ، وربما وقعت طبقتان أو ثلاث (٢) فيه سقوف لا أضلاع لها ، ومساحته على قياس مساحة الساذج .

أما المقرنس القوس فهو كمقرنس ساذج جعل سقوف بيوته منحنية ، ويتخلل بين سقفي كل بيتين متجاورين سطح منحن على هيئة مثلث أو مثلثين ، يكونان معاً كذى رجلين ، وربما وقع فى بعض سقوفه مثلثات منحنيات ، بمثل المثلث المذكور ، وعليه لوزجات أو جودانجات منحنية ، ويكون أضلاع البيوت مربعات أو مستطيلات لا غير .

وقواعد تلك السطوح إما بقدر مقياس ذلك المقرنس أو بقدر نصف قطر مربعه أو بقدر فضل قطره على ضلعه ، أو بقدر ضلع مئمن يكون نصف قطره الأطول مساوياً للمقياس ولا تزيد على هذه الأربعة .

وطريق مساحته : أن نعد الأضلاع كم يكون مبنياً على قواعد متساوية للمقياس ، وكم على نصف قطر مربعه ، وكم على فضل قطره على ضلعه وكم على ضلع المئمن الذى يكون نصف قطره الأطول مساوياً للمقياس ونأخذ لكل واحد من الأول واحداً وللثانى صفر م ك ه له ٧ ١٠ ٧ ٧٠ سادس الأعشار ، وللثالث صفر كدنا على ح أربعة أو ١٤ ٢ ١٤ ٤ سادس الأعشار ، وللرابع صفر مه نه نط نه أربعة أو ٧٤٥٣٤٧ سادس الأعشار ونجمعها ، ونضرب المجموع فى ١٢ لحمة مارابعة أوفى واحد و ٥٠٤٥٧٢٦ سادس الأعشار ليحصل مساحة سطوح جميع البيوت بمقياس المقرنس .

(١) فى ت قاعدة

(٢) فى ت ٧٤٥٣٤٧ وفى ل ٧٦٥٤٦٧

وقد سمينا هذا العدد بالتعديل ، ثم نعدكم مثلثات منحنيات أو ذوات رجلين منحنية ، يتخلل بين السقوف ،
 نأخذ الشكل مثلث صفر لد ١ ح نه رابعة أو ٥٦٧١٢٩ سادس الأعشار ، ولشكل ذى الرجلين الصغير صفر
 لو ل ر رابعة أو ٦١٠٣٢٨ سادس الأعشار ، ولشكل ذى الرجلين^(١) الكبير أو واحد صفر ن ه
 بط رابعة أو ١٦٦٧٣ سادس الأعشار ، ولشكل لوزة منحنية صفر ل ١ كا ح رابعة أو ٦٣٣٧٠٩
 سادس الأعشار .

وإن وقع في اعاليه جودانجات نضرب ما في قطره الأطول من أمثال المقياس في نصف قطره الأقصر ،
 ونضرب الحاصل في عددها كم كانت ، ثم نجتمع سطوح البيوت والمثلثات وذوات الرجلين واللوزجات التي
 تتخلل بين سقوف البيوت والجودانجات ليحصل مساحة سطح المقرنس .

وأما المقرنس الشيرازى فهو كمقرنس القوس إلا أن مقادير قواعد أضلاع بيوت القوس لا تزيد على أربعة
 مقادير التي سبق ذكرها ، وللشيرازى لا يحصى مقاديرها ، ووقع في سقوفها غير السقوف المنحنية للبيوت
 والمثلثات وذوات^(٢) الرجلين المتخلله بينها مثلثات ومربعات وخمسات ومسدسات وذوات شرفات وغيرها^(٣)
 مسطحة ومنحنية ، وربما وقع فيه ضلع ليس له سقف في تلك الطبقة رسم عليه محراب .

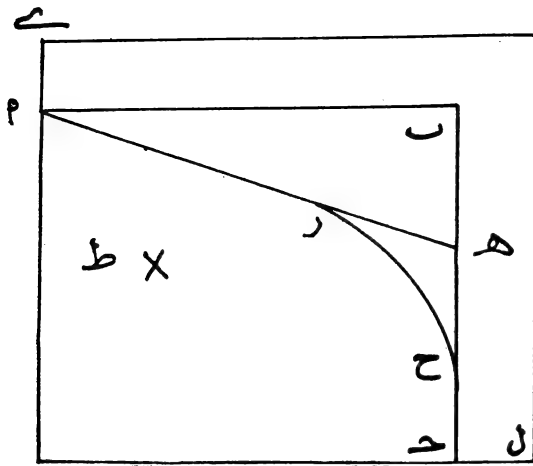
وطريق مساحته : أن نعمل مسطرة بقدر مقياسه ، ونجزئه باجزاء صغار ، والأولى أن نجزئه بستين
 إن حسبنا بالرقوم الستينية ، وبعشرة إن حسبناها بالرقوم الهندية ونمسح به قواعد أضلاع جميع البيوت لجميع
 الطبقات سوى ما ليس لها سقف ، ونضربه في التعديل وهو ١ ح ل ح مه ما رابعة أو في ٥٤٠٦٠٤١٧٢ سادس
 الأعشار ، فما حصل فهو مساحة سطوح^(٤) جميع البيوت ، ثم نمسح كل واحد من الأعمدة الخارجة من زوايا
 الخارجة لذوات الرجلين على أحد ضلعها الأطول ، ونجمعها ونضرب المجموع في صفر مه نه ب كر رابعة
 أو في ٧٦٥٢٩٠ سادس الأعشار ، ليحصل مساحة جميع ذوات الرجلين .

ثم نمسح جميع السطوح الواقعة فيه غير سطوح البيوت وذوات الرجلين كالمثلثات والمربعات والخمسات
 والمسدسات والأضلاع التي لا سقف لها وغيرها ، بذلك المسطرة على ما ذكرنا كيفية مساحتها ، ونجمعها مع
 مساحة سطوح البيوت ، وذوات الرجلين ليحصل مساحة سطح ذلك المقرنس .

تذنيب : اعلم أن البنائين يرسمون مستطيلاً يكون عرضه مقياس المقرنس وطوله ضعف العرض كمستطيل
 ا ب ح د ويخرجون من إحدى زواياه كزاوية ا مثلاً خط ا ه بحيث يحيط مع ا ب بزاوية هى ثلث
 قائمة ، ويقسمون ا ه خمسة أقسام ، ويأخذون من نقطة ه ه ر بقدر القسمين منها ه ح أيضاً مثل ه ر
 ويديرون على كل واحدة من نقطتي ر ح يبعد ر ح قوسين يتقاطعان^(٤) داخل المستطيل على نقطة ط ،
 ويديرون على نقطة ط قوس ر ح فهي لا محالة يكون سدس المحيط .

ويخرجون خطي ا د و ا ح على الاستقامة مقداراً يسيراً إلى نقطتي ل ع ويخطون ل ك موازياً إلى
 ب ح م ع ك موازياً إلى ا ب ثم يعملون من الجص ألواحاً كثيرة بحيث ينطبق كل واحد منها على سطح
 ك ع ا ر ح ل على أن ر ح قوس .

(١) في ل ذوى (٢) في ل مسطرة (٣) في ل جميع السطوح للبيوت (٤) في ل متقاطعين



ك ويجعلون كل اثنين منها محيطا بيت واحد ، بحيث يكون ضلع حـ ح منه شاقوليا ، فاستخرجنا مقادير ا ر - ح - ر ح على أن ا ب واحد فوجدنا مستقيم ا ر صفر مد لد ط با [١١ ٩ ٣٤ (١) ٤٤ ٠] وقوس ر ح - صفر هـ نه مد [٤٤ ٥٥ ١٥ ٠٥٠] وخط حـ ح - صفر ن ر ح مح د [١٤ ٤٣ ٣٨ ٥٧ ٠] فجمع ا ر ح - ب ك ط ك ح ع ط ، وجمع ا ر ح - ا ل هـ و نه نصفه صفر مه نه ب ك ر

[٢٧ ٢ ٥٥ ٤٥ ٠] وجمع ح ح ونصف ا ر ح - ا مح ح مه ما [١ ٤٣ ٤٣ ٤٥ ٤١ ٠] . وذلك ما سميناه بالتعديل واستعملناه في المساحة ، وربما تقصر (٢) وأرجل اللوح ، أغنى من خط ح ح أو طولوه ، وذلك إذا وضعوه خلف الطاق يحتاجون إلى ذلك ليصح عليه . ففي مساحة أمثاله ينبغي أن تنقص عن التعديل أو تزيد (٣) عليه ما نقص أو زيد في رجل اللوح ، فابقي أو حصل نستعمله مكان التعديل ، وقد وضعنا المقادير المستعملة في هذا الفصل في جدول لينضبط ، وهو هذا .

بالرقوم الهندية										بالرقوم الجمل									
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
٠	٤	١	٤	٢	١	٤	ح	ع	نا	صفر	ك	د	نا	ع	ح	٤	١	٤	٠
	٧	٦	٥	٣	٦	٧	نه	نظ	نه	صفر	مه	نه	نظ	نه	٧	٦	٥	٣	٧
	٧	٠	٧	١	٠	٧	٥	ك	هـ	صفر	ص	ك	هـ	٥	٧	٠	٧	١	٧
	٣	٥	٣	٥	٥	٣	ب	مر	ب	صفر	ب	كا	ب	مر	ب	٣	٥	٣	٣
	٠	٢	٩	٢	٠	٩	٣	نو	ك	صفر	ر	ل	ك	نو	٣	٩	٢	٠	٠
	١	٧	٢	٦	٠	٤	٥	ما	هـ	١	مح	ح	هـ	ما	٥	٤	٦	٢	١
	٠	٧	٦	٥	٢	٩	٠	كر	ب	صفر	مه	نه	ب	كر	٠	٩	٥	٢	٠
	٠	٥	٦	٧	١	٢	٩	نه	ح	صفر	ل	ا	ح	نه	٩	٢	٧	٦	٥
	٠	٦	١	٠	٣	٢	٨	نو	ع	صفر	لو	ل	ع	نو	٨	٣	١	٠	٠
	١	٠	١	٤	٤	٧	٣	نظ	هـ	١	صفر	ب	هـ	نظ	٣	٤	٤	١	١
	٠	٦	٣	٣	٧	٠	٩	ح	كا	صفر	ل	ا	كا	ح	٩	٣	٣	٦	٠

(١) أضفنا الحساب الستيني لتوضيح رقوم الجمل . (٢) في ت قصر . (٣) في ل ي زاد .

« المقالة الخامسة »

في استخراج المجهولات بالجبر والمقابلة والخطأين وغيرها من القواعد الحسابية .
وهي مشتملة على أربعة أبواب .

الباب الأول : في الجبر والمقابلة ويشتمل على عشرة فصول .

الفصل الأول : في التعريفات وذكر اصطلاحات علم الجبر والمقابلة : [١٥٥]

هو علم بقانون يعرف منه كثير من المجهولات العددية من معلوماتها المخصوصة بوجه مخصوص ، وتلك المعلومات إما أن تكون معلومة بأعيانها كالأعداد ، أو معلومة بالاعتبارات المخصوصة ، كجذر كذا وضلع كذا ونسبة كذا وغيرها من المعارف الحسابية والهندسية ، على ما يعرف من كلام السائل ؛ فلا بد عن تسمية المجهول بشيء أو دينار أو درهم أو نصيب أو سهم أو غيرها [١٥٦] .
والمعهود في الأكثر أن نسميه شيئا ، وإذا ضرب المجهول أى المسمى بالشئ في نفسه يقال للحاصل مال ولأن الشئ هاهنا بمثابة الجذر .

وفي المال كعب ، وفي الكعب مال مال ، وقس عليه سائر ، كما ذكرنا في الباب الخامس من المقالة الأولى ، وتسمى هذه المراتب بمراتب^(١) المجهولات ، والأجناس المجهولات لأن ضلعها الأول هو الشئ المجهول .
فاذا سئل عن مسألة نفرض المجهول منها شيئا ، ومربع المجهول مالا ، ونعمل عليه ما فهم عن كلام السائل ، ونسوقه بشروط المسألة على ما يقتضى الحساب إلى أن يعرف مقدار منها ، باعتبارين يقال لهما المتعادلان :
مثلا : نريد عددا يكون مجموع ضعفه ونصفه ثلاثين .

لنفرض ذلك العدد شيئا . فيكون مجموع ضعفه ونصفه شيئين ونصفا . معادل ثلاثين ، وهو مقدار واحد عرفنا أنه ثلاثون ، وعرفنا أنه شيئان ونصف .
مثال آخر : نطلب عددا يكون جذره مثل ثلثه .

نفرض جذره شيئا فيكون ذلك العدد مالا ، وثلثه ثلث المال وهو يعادل شيئا ، فمقدار واحد عرف تارة أنه شيء ، وتارة أنه ثلث مال ، وإذا انتهى العمل إلى التعادل ، يقال له المسألة الجبرية ، وإن كان في أحد المتعادلين أو في كليهما استثناء ، نطرح المستثنى برأسه حتى يبقى المستثنى منه وحده ، أى يصير تاما ، ثم نزيد مثل المستثنى المطروح على الآخر ، ويعادل بين الباقي والمجموع ، فهو معنى الجبر .

مثلا : مال إلا شيئين يعادل خمسة عشر ، وبعد الجبر يصير مال معادلا لخمس عشرة وشيئين ، وإذا كان جنس واحد موجودا ، [وأخذ^(٢) في كل] من المتعادلين نسقط المشترك من كل منهما ، ويعادل بين الباقيين .
مثلا : شيء وعشرة يعادل أربعين :

نسقط العشرة من كل واحد من المتعادلين يبقى شيء معادلا لثلاثين ، وهذا معنى المقابلة وإذا كان المال في أحد المتعادلين أكثر من واحد نرده إلى الواحد ، وإن كان أقل منه نكمل به ، وتأخذ سائر

(١) في ت بالمراتب .

(٢) في ت موجود في كل .

الأجناس التي معه فيهما على تلك النسبة بأن تقسم عدد كل جنس على عدد الأموال ، ليخرج من المال مال واحد ولسائر على تلك النسبة .

مثلا : خمسة أموال وعشرة أشياء تعادل ثلاثين .

قسمنا كلامنا من الخمسة والعشرة والثلاثين على الخمسة خرج مال واحد ، وشيئان معادل لستة ، ويسمى هذا بعمل الرد وإن كان نصف مال ، وخمسة أشياء يعادل سبعة ، قسمنا النصف والخمسة والسبعة على النصف خرج مال واحد ، وعشرة أشياء معادل لأربعة عشر .
ويسمى هذا بعمل التكميل .

الفصل الثاني : في جمع الأجناس أى العدد والشيء والمال والكعب وغيرها .

وقد يسمى الجنس الذي استثنى منه الزائد ، والذي استثنى الناقص ، فنضع الأجناس الزائدة للمزيد في جدول والناقصة في جدول آخر في جنبه ، ونضع للمزيد عليه محاذياً له ، الزائدة للزائدة والناقصة للناقصة ، ثم نجمع الأجناس الزائدة من المزيد مع الأجناس الزائدة من المزيد عليه ، ونجمع الأجناس الناقصة من المزيد مع الأجناس الناقصة من المزيد عليه ، بأن نجمع عدد كل جنسين متماثلين ، ونجمع المختلفين بواو العطف ، ونضعهما في تحتها بعد أن نخط بينهما خطاً .

وإن وضع أجناس المزيد والمزيد عليه ، بحيث يكون كل جنس محاذياً لجنسه إن كان ، وإلا فيوضع منفرداً ، ونضع في الجداول الخالية صفراً لكان أولى ، ثم نطرح من المستثنى والمستثنى منه ما هو مشترك فيهما ، فما بقي من المستثنى والمستثنى منه فهو المطلوب .

مثاله :

أردنا أن نجمع خمسة أموال ومائة عدد إلا عشرة أشياء وكعباً مع كعب وثلاثة أموال وستة أشياء إلا جزء مال وخمسة أعداد ، وضعناهما هكذا [١٤٧] .

الأجناس الزائدة				الأجناس الناقصة			
المزيد	صفر	خمس أموال	صفر	ومائة عدد	صفر	صفر	عشرة أشياء وكعب
المزيد عليه	كعب واحد	وثلاثة أموال	وسبعة أشياء	صفر	إلا جزء مال	فخمسة أعداد	صفر
مجموعهما	كعب واحد	وثمانية أموال	وسبعة أشياء	ومائة عدد	إلا جزء مال	فخمسة أعداد	وعشرة أشياء وكعب واحد
المجموع بعد طرح المشترك	.	ثمانية أموال	.	خمس وتسعون عدداً	إلا جزء مال	صفر	وربعة أشياء

فكان المجموع ثمانية أموال وخمسة وتسعون عدداً إلا جزء مال وأربعة أشياء .

الفصل الثالث : في التفريق فإن لم يكن في المنقوص والمنقوص منه استثناء نضع أجناس المنقوص منه في

جدول والمنقوص تحته أو فوقه ، والأولى أن نضع كل جنس تحت جنسه ، ثم ننظر إلى كل جنس من المنقوص ، هل يوجد في المنقوص منه ذلك الجنس أم لا ، فإن وجد وكانا متساويي العدد نظرتهما بأن نخط تحت

(١) في ت جزء مال إلا

كل واحد منهما خطأ ، وإن كانا مختلفي العدد ، نطرح الأقل مطلقا ومن الأكثر مثل الأقل ونضع الباقي تحته بعد الخط الفاصل ثم نستثنى ما بقي في الجدول المنقوص مما بقي في جدول المنقوص منه .

مثاله :

أردنا أن تنقص خمسة أموال وستة أشياء وعشرون عددا من كعب وستة أموال ومائة وجزء شيء عملنا هكذا :

المنقوص	صفر	خمس أموال	ستة أشياء	وعشرون عددا
المنقوص منه	كعب	دستة أموال	صفر	ومائة عدد
		ومال واحد		ثمانون عددا

بقي كعب ومال وثمانون عددا وجزء شيء إلا ستة أشياء . وإن كان في المنقوص منه استثناء فقط نضع أجناس المستثنى في يسار المستثنى منه في جدول ، بحيث يكون المستثنى والمستثنى منه في صف واحد ، ونضع أجناس المنقوص تحته أو فوقه ، ونعمل كما سبق ، فما بقي في صف المنقوص نزيده على المستثنى من المنقوص منه ، ونستثنى المجموع من الأجناس المستثنى منه من المنقوص منه .

مثاله :

أردنا أن تنقص مالا وشيئين وخمسة أعداد من كعبين وثلاثة أشياء واثنين وجزء مال إلا مالا ، وضعناها هكذا :

المنقوص	صفر	مال	وشيئين	خمس أعداد	صفر
المنقوص منه	كعبان	صفر	وثلاثة أشياء	واثنان	جزء مال
			شي واحد		

فبقي في صف المنقوص مال وثلاثة أعداد ، وفي صف المنقوص منه كعبان وشيء وجزء مال إلا مالا ، زدنا ما بقي في صف المنقوص على المستثنى للمنقوص منه ، وهي مال بلغ مالاين وثلاثة أعداد ، استثناءها من الأجناس الزائدة الباقية في صف المنقوص منه ، فصار كعبان وشيء وجزء مال إلا مالاين وثلاثة أعداد وهو المطلوب .

وإن كان في المنقوص والمنقوص منه معا استثناء ، فتجمع الأجناس الناقصة للمنقوص مع الأجناس الزائدة للمنقوص منه لينجبر المنقوص ، ويزيد في المنقوص منه بقدر جبر المنقوص ، ثم تنقص الأجناس الزائدة للمنقوص من الأجناس الزائدة الحاصلة والناقصة للمنقوص منه بمثل ما مر .

الفصل الرابع : في ضرب هذه الأجناس بعضها في بعض والمطلوب فيه معرفة كمية الحاصل وجنسيته :

أما الأول فكما سبق ، وأما الثاني فقد ذكرنا في الباب الخامس من المقالة الأولى أن لهذه الأجناس سلسلتين في طرفي الصعود والنزول ، وابتدأواها من الواحد ، وجميعها متناسبة على الولاء ، وعدد منزلة الواحد صفر وللشيء وجزء الشيء واحد وللمال ، وجزء المال اثنان ، وللكعب وجزء الكعب ثلاثة ، وللمال وجزء مال المال أربعة وهكذا بالغاما بلغ وهاهنا يكون العدد في حكم الواحد .

ولو كان أكثر منه أو أقل ، لأن العدد كم كان هو كمية جنس الواحد ، كما أن خمسة أشياء هي كمية

وهو هذا :

192

وإن كان أحد المضروبين جنسا واحداً ، والآخر أكثر منه ، نضرب كميته أى عدده فى كمية كل واحد من من أجناس المضروب فيه ، فيكون كل واحد من الحواصل كمية جنس الحاصل ، وهو ما وقع فى ملتقى المضروبين فى الجدول .

أو نحصل بما ذكرنا ، وإن كان كل واحد من المضروبين أكثر من جنس واحد نرسم ذا اربعة أضلاع ونقسمها فى الطول بعدة أجناس أحد المضروبين بخطوط ، وفى العرض بعدة أجناس الآخر ، لينقسم الشكل بمربعات ، ونكتب أحد المضروبين على أعلى الشكل ، كل جنس منه محاذيا لجدول ، والآخر على يمين الشكل .

والأولى أن تقدم أعظم المنازل ثم أعظم الباقية إلى أن يتم ، أو بالعكس ثم نضرب كل واحد من أجناس المضروب فى كل واحد من أجناس المضروب فيه ، ونعرف جنسية الحاصل ، وكميته ، ونكتبهما فى ملتقى المضروبين إلى أن يتم .

ثم نجتمع كمية كل ما كان متجانسا ، ونجمعها مع سائر المختلفة بالعطف .

مثاله :

أردنا أن نضرب شيئين وخمسة اموال فى شيئين وخمسة اموال .

عملنا هكذا :

	شيئان	خمسة اموال
الآن	أربعة اموال	عشرة كعاب
ثم	عشرة كعاب	خمسة وعشرون مال مال

فالحاصل أربعة اموال وعشرون كعبا وخمسة وعشرون مال مال .

مثال آخر :

	ثلاثة أعداد	وأربعة أشياء	وثلاثة اموال
ثم	خمسة عشر شيئا	عشرون مالا	خمسة عشر كعبا
والآن	ستة اموال	ثمانية كعاب	ستة اموال مال

فالحاصل خمسة عشر شيئاً وستة وعشرون مالا وثلاثة وعشرون كعباً وستة أموال مال .
وإن كان مع أحد المضروبين أو مع كليهما استثناء ، نفرض بين مربعات الأجناس الزائدة والناقصة
في الشبكة بخطة مثناة ثم نجمع حواصل ضروب الأجناس الزائدة في الزائدة والناقصة في الناقصة معاً على حدة
ونجمع حواصل ضروب الأجناس الزائدة في الناقصة ، ونستثنيها من الأول ، لأن حاصل ضرب الزائدة
في الزائدة زائد ، وحاصل ضرب الناقص في الناقص أيضاً زائد وحاصل ضرب الزائد في الناقص وبالعكس
ناقص ، ثم نطرح ما كان مشتركاً في المستثنى منه والمستثنى .

مثال : ضرب ما فيه استثناء :

المضروب	خمس أعشار	وثنيتان	وكعب	إلا مالا	وجزء شيء
مالان	عشرة أموال	أربعة كعاب	مالا كعب	مالا مال	وثنيتان
وكعب	خمس كعاب	مالا مال	كعب كعب	مال كعب	مال
إلا أربعة	عشرون عدداً	أربعة أشياء	أربعة كعاب	أربعة أموال	أربعة أجزاء شيء
أشياء	خمس أشياء	مالان	مال مال	كعب	واحد

فحصل كعب كعب ومالا كعب ومالا مال وعشرة كعاب وأربعة عشر مالا وواحد ، وأربعة أجزاء شيء
إلا مال كعب وثلاثة أموال مال وأربعة كعاب وثلاثة أموال وأحد عشر شيئاً وعشرون عدداً .
وبعد إسقاط المشترك^(١) حصل كعب كعب ومال كعب وستة كعاب واحد عشر مالا وأربعة أجزاء شيء
إلا مال مال واحد عشر شيئاً وتسعة عشر عدداً وهو المطلوب ، وقد أورد بعض أصحاب هذا الفن كيفية ضرب
ما فيه قسمة كضرب شيء مقسوم على شيء في شيء .
مثلاً ضرب مائة مقسومة على خمسة في ستين . أعني ضرب خارج قسمة مائة على خمسة ، وهو عشرون
في ستين ، ولأن لاختفاء فيها تركناها .

الفصل الخامس : في قسمة هذه الأجناس بعضها على بعض

إذا أردنا أن نقسم جنساً واحداً على جنس واحد ، نقسم كمية جنس المقسوم على كمية جنس المقسوم عليه ،
فما خرج فهو عدد جنس خارج القسمة الذي يكون عدد منزلته بقدر الفضل بين عددي منزلة المقسومين ، إن
كانا في طرف واحد ، أو بقدر مجموعهما إن اختلفا وهو من طرف الصعود إن كان مرتبة المقسوم فوق مرتبة
المقسوم عليه ، وإلا فن طرف النزول ، وهو الذي وقع في ملتقى المقسومين في الجدول الذي سبق ، ويحصل
جنسيته خارج القسمة من ذلك الجدول أيضاً بطريق آخر .

(١) في ما كان مشتركاً

وهو أن يطلب المقسوم في طول جدول يكون على راسه جنس المقسوم عليه ، فالجنس الذي وقع بازاء المقسوم على الحاشية فهو المطلوب .

مثاله :

قسماً ثلاثة أشياء على ستة كعاب خرج نصف جزء مال .

مثال آخر :

قسماً عشرة كعاب على مائتين خرجت خمسة أشياء ، وإن أردنا أن نقسم أجناساً كثيرة على جنس واحد فنقسم كل جنس من المقسوم على المقسوم عليه ، ونجمع بين الحواصل بوأو العطف ، وإن كان في المقسوم استثناء نقسم المستثنى منه أولاً عليه ، فما خرج نستثنى منه خارج قسمة المستثنى على المقسوم عليه .

وإن أردنا أن نقسم جنساً واحداً أو أكثر على جنسين^(١) أو أكثر ، فإن أمكن أن نجد ضرب في المقسوم عليه ساوى المقسوم فهو المطلوب . وإلا فتعذر .

الفصل السادس : في استخراج جذر هذه الأجناس والضلع الأول من سائر المضلعات .

إذا أردنا جذر جنس واحد ننظر إن كان عدد منزلته زوجاً كالمال ومال المال وكعب الكعب ومال كعب الكعب ، نأخذ جذر عدد الجنس وتنصف عدد منزلته ، فالجذر الحاصل من الجنس المسمى لذلك النصف هو المطلوب .

مثلاً : جذر تسعة أموال ثلاثة أشياء ، وجذر أربعة أموال كعب كعب مالا مال .

وإن كان عدد منزلة ذلك الجنس فرداً فلا جذر له في الأجناس ، وإن كان في نفس الأمر مجذوراً لكنه في حكم مالا جذر له ، وكذا لم يوجد جذر جنسين أو أربعة أجناس ، وأما الثلاثة أجناس ، فإن وجد لكل واحد من جنسي الأعلى والأدنى في الرتبة جذر بالعدد والجنس معاً والجنس الأوسط ، يكون مساوياً لحاصل ضرب أحد الجذرين في ضعف الآخر ، فيكون مجموع الجذرين جذر تلك الأجناس ، كأربعة أموال وعشرين كعباً وخمسة وعشرين مال مال يكون جذره شيئان وخمسة أموال ، وامتحانه وتيسير تصوره يحصل من هذه الشبكة [١٥٩] .

شيئان	شيئان	خمسة أموال
شيئان	أربعة أموال	عشرة كعاب
خمسة أموال	عشرة كعاب	خمسة وعشرون مال مال

(١) غير موجودة في ت

فالحاصل أربعة أموال وعشرون كعبا وخمسة وعشرون مال مال .
وأما الخمسة أجناس فإن وجد لجنسى الأعلى والأدنى جذر بالعدد والجنس معا ، وكذا وجد لجنس الأوسط بعد حذف حاصل ضرب أحد جذرى الطرفين فى ضعف جذر الآخر منه جذر ، ويكون الجنس الواقع بين الأدنى والأوسط مساويا لحاصل ضرب جذر الأدنى فى ضعف جذر باقى الأوسط بعد حذف ما ذكر .
والواقع بين الأوسط والأعلى مساويا لحاصل ضرب جذر الأعلى فى ضعف جذر باقى الأوسط بعد حذف ما ذكر ، فيكون مجموع الجذور الثلاثة جذر مجموع تلك الأجناس الخمسة ، ويسهل تصوره عن هذه الشبكة .

	شئان	خمسة أموال	وأربعة كعاب
شئان	أربعة أموال	عشرة كعاب	ثمانية أموال ومال
وخمسة أموال	عشرة كعاب	خمسة عشر مال مال	عشرون مال كعب
وأربعة كعاب	ثمانية أموال مال	عشرون مال كعب	سنة عشر كعب كعب

فصل أربعة أموال وعشرون كعبا واحد وأربعون مال مال وأربعون مال كعب وستة عشر كعب كعب .
وأما الستة أجناس ، فإن وجد لكل واحد من الأعلى والأدنى واحد الأوسطين جذر بالعدد والجنس معا ، ويكون الأوسط الآخر مساويا لحاصل ضرب (١) أحد جذوى الطرفين فى ضعف جذر الآخر ، وكل واحد من الجنسين الباقين ، يكون مساويا لحاصل ضرب (٢) جذر أحد الأقربين إليه فى ضعف جذر الآخر المجذور ، أى الأوسط (٣) الآخر .
فمجموع الجذور الثلاثة يكون جذر مجموع تلك الأجناس الستة ، ويسهل تصوره عن هذه الشبكة .

	اثنان من العدد	وخمسة أشياء	وخمسة كعاب
اثنان من العدد	أربعة أعداد	سنة أشياء	عشر كعاب
وخمسة أشياء	سنة أشياء	سعة أموال	خمسة عشر مال مال
وخمسة كعاب	عشرة كعاب	خمسة عشر مال مال	خمسة عشر كعب كعب

فصل أربعة أعداد واثنان عشر شيئا وتسعة أموال وعشرون كعبا وثلاثون مال مال وخمسة وعشرون كعب كعب .
وأما لسبعة أجناس فليتصور من هذه الشبكة .

(١) غير موجود فى ت

(٢) غير موجود فى ت

(٣) غير موجود فى ت

	شيان	دخمة أموال	وأربعة كعاب	وثلاثة أموال مال
شيان	أربعة أموال	عشرة كعاب	ثمانية أموال مال	سبعة أموال كعب
دخمة أموال	عشرة كعاب	خمسة وعشرون مال مال	عشرون مال كعب	خمسة عشر كعب كعب
وأربعة كعاب	ثمانية مال مال	عشرون مال كعب	سبعة عشر كعب كعب	اثني عشر مال مال كعب
وثلاثة أموال مال	سبعة أموال كعب	خمسة عشر كعب كعب	اثنا عشر مال مال كعب	سعة مال كعب كعب
٩	٤	٢٠	٤١	٥٢
مال كعب كعب	أموال	كعبا	مال مال	مال كعب
جزره	جزره	جزره	جزره	جزره
ثلاثة أموال مال	شيان	دخمة أموال	أربعة كعاب	خمسة عشر كعب كعب

وأما لثمانية أجناس فلننصوره من هذه الشبكة .

	اثنان ماله عدد	دخمة أموال	وثلاثة كعاب	وأربعة أموال مال
اثنان ماله عدد	أربعة أعداد	عشرة أموال	سبعة كعاب	ثمانية أموال مال
دخمة أموال	عشرة أموال	خمسة وعشرون مال مال	عشرون مال كعب	خمسة عشر كعب كعب
وثلاثة كعاب	سبعة كعب	خمسة عشر مال كعب	سبعة كعاب كعب	اثنا عشر مال مال كعب
وأربعة أموال مال	ثمانية أموال مال	عشرون كعب كعب	اثنا عشر مال مال كعب	سبعة عشر مال مال كعب
٩	٤	٢٠	٤١	٥٢
أعداد	مال	كعب	مال مال	مال كعب
جزره	جزره	جزره	جزره	جزره
اثنان	اثنان	دخمة أموال	ثلاثة كعاب	أربعة أموال مال

وإن لم نجد تلك الشرايط ، فلا يوجد جذره في الأجناس .

وأما المضلع الأول من سائر المضلعات ، فإن كان ذلك المضلع جنسا واحدا ، ويوجد لعدد منزلة ذلك كسر عمي لعدد منزلة ذلك المضلع ، فنأخذه جنسا يكون عدد منزلته بقدر ذلك الكسر .

(١) في ل اثني عشر مال كعب الكعب وفي ت اثني عشر مال مال كعب

مثاله :

أردنا ضلع أول مال مال لكعب مكرر أربع مرات وعدد منزلة هذا الجنس اثنا عشر ، وعدد منزلة المضلع ، أعنى مال المال أربعة ، وسميها الربع ، وربع اثني عشر ثلاثة وهي عدد منزلة الكعب ، وهو ضلع مال المال لكعب مكرر أربع مرات .

وإن لم يوجد لعدد منزلته كسر ممي لعدد منزلة المضلع المطلوب ، فلا يوجد ضلعه الأول .
وأما إن كان الجنس أكثر من واحد فلأن الاحتياج إليه قليل والمباحث فيه كثيرة ، فأيراده يليق بغير هذا الكتاب .

الفصل السابع : في ذكر المسائل الجبرية فإذا انتهى العمل إلى التعادل لا يخلو من أن يكون جنس واحد أو أكثر [معادلا لجنس^(١) واحد أو أكثر] ولأن الأجناس غير متناهية فيكون المسائل أيضاً غير متناهية بل تكون أنواع غير متناهية ، وفي كل نوع سائل غير متناهية كما يعادل جنس واحد جنسا واحداً أو جنسين أو ثلاثة أو أربعة إلى مالا نهاية له أو يعادل جنسان أو ثلاثة أو أربعة هكذا إلى مالا نهاية له جنسين أو ثلاثة أو أربعة هكذا إلى مالا نهاية له .

ولم يبين المتقدمون كيفية استخراج المجهول إذا كانت المعادلة بين غير العدد والشيء والمال من الأجناس الأخرى إلا ما سنشير إليه ، فينحصر عملهم^(٢) في ست مسائل :

وهي إما أن يعادل جنس واحد من الثلاثة جنساً واحداً منها يسمى بالمفردات ، وهي ثلاثة مسائل :

الأولى عدد معادل للأشياء ، والثانية أشياء معادلة للأموال والثالثة عدد معادل للأموال .

وأما أن يكون جنس واحد من الأجناس الثلاثة معادلة للجنسين الباقيين يسمى بالمقترنات وهي أيضاً ثلاث مسائل : الأولى عدد يعادل أشياء وأموالا ، والثانية أشياء تعادل عدداً وأموالا ، والثالثة أموال تعادل عدداً وأشياء .

وإن كان التعادل بين أجناس أخرى يكون المناسبة بينها كالمناسبة بين أجناس المسائل الست المذكورة ، أعنى يكون المعادلة بين جنسين متوالين أو ثلاثة أجناس متوالية ، فإذا بدلت بأجناس المسائل الست المذكورة كل لنظيره لصارت أيضاً من الست المذكورة .

وأما إن كانت التعادل بين أربعة أجناس متوالية كعدد وشيء ومال وكعب ، أى يعادل بعض من هذه الأربعة بعضاً آخر منها ، كما يعادل جنس واحد منها جنساً آخر منها أو جنسين أو ثلاثة ، أو يعادل جنسان منها جنسين آخرين ، فهي منحصرة في خمس وعشرين مسألة ، وتكون ستة منها ما سبق .

وبقي تسع عشرة مسألة ، وقد أورد شارح البهائية ، [وهو عماد الدين^(٣) الكاشي] ، أن الامام شرف الدين المسعودي استخراج تسع عشرة مسألة غير الست المشهورة ، وبين كيفية استخراج المجهول

(١) غير موجود في ت

(٢) في ل عندهم وفي ت عملهم .

(٣) غير موجودة في ت

منها ، فيمكن أن تكون هي [١٦٠] وإن كانت الأجناس المتعادلة بعضها مع بعض خمسة ، اعنى من العدد إلى مال المال فينحصر في خمس وتسعين مسألة ، ويكون خمسة وعشرون منها ما سبق ذكرها ، وبقي سبعون [١٦١] .

ولم يبين المتقدمون كيفية استخراج المجهول منها ، فضلا عما جاور الأجناس الخمسة ، وقد استنبطنا كيفية استخراج المجهول بالمسائل السبعين التي لم يتعرضها أحد من المتقدمين والمتأخرين ، وكذا بالتسع عشرة التي استخرجها الامام شرف الدين المسعودي .

وليت شعري أهذا أبسط مما استخرجه أو هو او كانا متوافقين أولا .

وأیضا استنبطنا مسائل كثيرة غيرها ، كما كان احد المتعادلين جنسا واحدا والآخر جنسا أو جنسين أو ثلاثة ، ولو كانا متباعدين في الرتبة ، ولكثرة الأعمال والمباحث فيها لا يليق بهذا المختصر ، وسنوردها في كتاب مفرد إن شاء الله تعالى ، ونورد في هذا الكتاب منها ما يكون (١) أسهل في العمل .

الفصل الثامن : في كيفية استخراج المجهول بالمسائل الست المشهورة المذكورة :

أما المسألة الأولى من المفردات ، فهي عدد يعادل أشياء ، نقسم العدد على عدد الأشياء فما خرج فهو مقدار الشيء المجهول الذي فرض شيئا ، كعشرة أعداد تعادل شيئين :
قسما العشرة على الاثنين خرجت خمسة ، فالشيء المجهول خمسة .

واما المسألة الثانية فهي أشياء تعادل أموالا :

نقسم عدد الأشياء على عدد الأموال فما خرج فهو مقدار الشيء المجهول ، وهذا العمل مثل عمل الرد والتكيل يحصل منه كمية مال واحد من الأشياء ، بل كمية شيء واحد من العدد .

مثاله : عشرون شيئا تعادل خمسة أموال ، قسمنا العشرين على الخمسة خرجت أربعة ، وهي مقدار الشيء المجهول .

واما المسألة الثالثة منها فهي عدد يعادل أموالا : نقسم العدد على عدد الأموال فما خرج فهو المال المجهول نأخذ جذره فهو الشيء المجهول ، وهذا أيضا كعمل الرد والتكيل ، يحصل منه كمية مال واحد من العدد .
مثاله :

عشرون عدداً تعادل خمسة أموال ، قسمنا العشرين على عدد الأموال ، وهو خمسة خرجت من القسمة أربعة وهي مقدار المال المجهول ، أخذنا جذرها ، فكان اثنين وهما مقدار الشيء المجهول ؟

وأما المسألة الأولى من المقترنات فهي عدد يعادل أشياء وأموالا ، وبعد الرد والتكيل يصير إلى عدد معادل الأشياء ومال واحد .

ربع نصف عدد الأشياء ، ونزيده على العدد ، ونأخذ جذر المجموع ، وننقص منه نصف عدد الأشياء ، فما بقي فهو مقدار الشيء المجهول :

(١) ما كان منها يكون أسهل عمل .

مثاله : احد وعشرون عدداً يعادل أربعة أشياء ومالا واحدة .

حصلنا مربع نصف عدد الأشياء فكان أربعة ، زدناها على العدد بلغت خمسة وعشرين ، أخذنا جذره وكان خمسة نقصنا منها نصف عدد الأشياء وهو إثنان بقيت ثلاثة ، وهى الشئ المجهول ، وضعنا هذا العمل فى الجدول ليسهل فهمه وضبطه وهو هذا .

٤	كان عدد الأشياء
٢	فيكون نصفه
٤	مربعه
٢١	وكان العدد
٢٥	مجموع العدد ومربع نصف عدد الأشياء
٥	أخذنا جذره فكان
٢	نقصنا منه نصف عدد الأشياء بقى الشئ المجهول

وأما المسألة الثانية من المقترنات فهى أشياء معادلة لعدد واموال ، وبعد الرد والتكميل يصير إلى أشياء معادلة لعدد ومال واحد .

نربع نصف عدد الأشياء ، ونقص منه العدد ، وما بقى نأخذ جذره ، ونزيده على نصف عدد الأشياء أو تنقصه منه ، أيهما أردنا ، فما بلغ أو بقى فهو الشئ المجهول ، وإن كان العدد أكثر من مربع نصف عدد الأشياء فالمسألة مستحيلة ، وإن كان مساوياً له فنصف عدد الأشياء هو الشئ المجهول .

مثاله : عشرة أشياء تعادل مالا واحداً ، واحد وعشرين عدداً حصلنا مربع نصف عدد الأشياء فكان خمسة وعشرين ، نقصنا منه العدد وهو أحد وعشرون بقيت أربعة أخذنا جذرها فكان إثنان زدناها على نصف عدد الأشياء تارة بلغت سبعة فهى الشئ المجهول ، [ونقصنا منها تارة بقيت ثلاثة وهى أيضاً الشئ المجهول ، نأخذ أيهما أردنا يصح المطلوب من كل منهما .

وضعنا هذا العمل فى الجدول هكذا .

١٠	كان عدد الأشياء
٥	فيكون نصفه
٢٥	مربعه
٢١	وكان العدد
٤	نقصنا العدد من مربع نصف عدد الأشياء
٢	أخذنا جذره الباقى فكان
٧	زدنا الجذر على نصف عدد الأشياء وحصل الشئ المجهول
٣	ونقصناه منه أخرى يحصل أيضاً الشئ المجهول

وأما المسألة الثالثة من المقترنات فهي أموال معادلة الأشياء وعدد ، وبعد الرد والتكيل يصير إلى مال واحد معادل لأشياء وعدد ، نربع نصف عدد الأشياء ، ونزيده على العدد ، ونأخذ جذر المجموع ، ونزيده على نصف عدد الأشياء ، فما بلغ فهو الشيء المجهول

مثاله :

مال واحد يعادل ستة أشياء ، واربعين عددا ، حصلنا مربع نصف عدد الأشياء ، فكان تسعة زدناها على العدد وهو أربعون بلغت تسعة واربعين ، أخذنا جذره فكان سبعة زدناها على نصف عدد الأشياء ، وهو ثلاثة بلغت عشرة وهو الشيء المجهول ، وضعنا هذا العمل في الجدول .

٦	كان عدد الأشياء
٣	فيكون نصفه
٩	مربعه
٤٠	وكان العدد
٤٩	مجموع العدد ومربع نصف عدد الأشياء
٧	أخذنا جذر المجموع فكان
١٠	مجموع ذلك الجذر ونصف عدد الأشياء وهو الشيء المجهول

الفصل التاسع : في كيفية استخراج المجهول فيما تكون (١) المناسبة بينها كالمناسبة بين أجناس المسائل المذكورة .

إذا انتهى العمل إلى التعادل بين أجناس تكون المناسبة بينها ، كالمناسبة بين أجناس المسائل الست المذكورة ، نأخذ بمثل عدد ما كان عدد منزلته أقل عددا ، ويمثل عدد ما يليه أشياء ، ثم يمثل عدد ما يليه إن كان أموالا ، لينتهي بمسألة من المسائل الست المذكورة فيستخرج منه المجهول كما ذكرنا [١٦٢] .

مثلا :

إذا كانت ستة كعاب يعادل ثمانية أموال مال ومال كعب نأخذ [جذر] بدل ستة كعاب ستة أعداد ، وبدل ثمانية أموال مال ثمانية أشياء ، وبدل مال كعب مالا يكون ستة أعداد معادلة لثمانية أشياء ومال وهو المسألة الأولى من المقترنات .

الفصل العاشر : فيما وعدنا إيراده من المسائل التي استنبطناها .

إذا انتهى العمل إلى معادلة جنس واحد جنسا واحدا ، ولو كانا متباعين فيكون مسائل هذا النوع غير متناهية ولم يذكرها المتقدمون ، وأنا استنبطت قاعدة يخرج منها جميعها ، وهي ان تقسم عدد ما كان عدد منزلته أقل على عدد ما كان عدد منزلته أكثر ، فما خرج نحفظه ، ونأخذ التفاضل بين عددي منزلتي الجنسين المتعادلين ، نأخذ الضلع الأول من المحفوظ على انه من مضلع يكون عدد منزلته بقدر التفاضل بين عددي منزلتي الجنسين المتعادلين ، فهو الشيء المجهول (١٦٣) .

مثاله :

أربعة وستون مالا يعادل أربعة كعاب كعب ، قسمنا عدد الأموال وهو أربعة وستون على عدد كعاب

(١) في ت نأخذ بدل ستة كعاب . . إلخ .

الكعب وهو أربعة خرجت [١٨٨] من القسمة ستة عشر ، أخذنا ضلعه^(١) الأول على انه مال مال لأن التفاضل بين عدد منزلة المال وعدد منزلة كعب الكعب أربعة ، وهى عدد منزلة مال المال ، فكان إثنين وهما الشيء المجهول .

مثال آخر :

أربعون عددا تعادل خمسة كعاب . قسمنا الأربعين على الخمسة فخرجت ثمانية ، أخذنا كعبها لأن التفاضل بين منزلتي العدد والكعب ثلاثة ، وهى عدد منزلة الكعب .

مثال آخر :

إذا كان مائتان وثلاثة وأربعون عدداً معادلاً لثلاثة أموال مال ، قسمنا العدد على عدد مال المال خرج أحد وثمانون ، أخذنا ضلعه الأول على أنه مال مال ، فكان ثلاثة وهى الشيء المجهول . هذا ما وعدنا بإيراده فى هذا الكتاب ، وهو شامل للمفردات الثلاثة أيضاً ، وسنورد سائر ما استنبطناه فى هذا الباب فى كتاب مفرد ، وأما أمثلة استخراج المجهولات بالجبر والمقابلة ، فسنوردها فى الباب الرابع إن شاء الله تعالى

الباب الثانى

فى استخراج المجهول بالخطأين [١٦٤]

وهو يصح إذا سئل عن مجهول عمل عليه كذا وكذا صار عدداً معيناً ، مثل أن نصف أو ضعف أو زيد عليه أو نقص منه نصفه أو ضعفه ، أو ضرب فى عدد معلوم غير المجهول ، وإن أوتى فى المسألة ضرب مجهول فى مجهول آخر أو قسمة مجهول على مجهول آخر ، واحتيج إلى استخراج جذر أو كعب أو مثلهما لا يصح به : [١٦٥] . وهو أن نفرض المجهول أى عدد شئنا ، ونعمل عليه ما فهمنا من كلام السائل حتى يحصل حاصل ، فإن وافق العدد المعلوم فهو المطلوب ، وإلا نأخذ التفاضل بين ما حصل من عملنا والعدد المعلوم وهو المسمى بالخطأ الأول .

ثم نفرض المجهول عدداً آخر ، ونعمل عليه كما عملنا حتى يحصل حاصل ثان ، فإن وافق المعلوم فهو المطلوب ، وإلا فنأخذ التفاضل بينه وبين المعلوم وهو المسمى بالخطأ الثانى ثم نستخرج من هذين الخطأين صواباً بأن نضرب المفروض الأول فى الخطأ الثانى ، وكذا المفروض الثانى فى الخطأ الأول ، فإن كان الخطآن زائدين معاً على المعلوم أو ناقصين معاً منه ، فنقسم التفاضل بين حاصلى الضربين على التفاضل بين الخطأين فما خرج فهو المجهول المطلوب .

وإن كانا مختلفين فى الزيادة والنقصان ، نقسم مجموع الحاصلين على مجموع الخطأين فما خرج فهو المطلوب .

(١) فى ت ضلع أوله .

مثاله :

أردنا عدداً إذا ضرب في ثلاثة وزيد على الحاصل عشرة ثم ضعف المجموع وزيد عليه عشرة صار تسعين ، فضربناه خمسة ضربناها في الثلاثة حصلت خمسة عشر ، زدنا عليها العشرة بلغت خمسة وعشرين ضعفناها صارت خمسين زدنا عليه عشرة يبلغ ستين ، وهو ناقص من التسعين المعلوم عليها بثلاثين .

وهو الخطأ الأول :

ثم نفرضه سبعة وعملنا عليها ما سبق ، حصل الخطأ الثاني ثمانية عشر ، وهو ناقص أيضاً فضربنا المقروض الأول وهو الخمسة في الخطأ الثاني وهو ثمانية عشر حصل تسعون ، ثم ضربنا المقروض الثاني وهو سبعة في الخطأ الأول ، وهو ثلاثون حصل مائتان وعشرة .

ولما كان الخطآن ناقصين معاً ، أخذنا التفاضل بين الحاصلين فكان مائة وعشرين ، قسمناها على التفاضل بين الخطأين ، وهو اثنا عشر خرجت عشرة فهي المطلوب .

الباب الثالث

في إيراد بعض القواعد الحساية التي يكون الاحتياج إليها^(١) في استخراج المجهولات كثيراً ، وهو خمسون قاعدة .

القاعدة الأولى :

إذا أردنا أن نضرب جذر عدد في جذر عدد آخر ، أو جذر جنس في جذر جنس آخر ، ولم نعرف ذلك الجذر ، لتعذر أو لاستحالة فنضرب أحد ذينك العددين أو الجنسيتين في الآخر ، ونأخذ جذر الحاصل فهو المطلوب .

مثاله :

أردنا أن نضرب جذر تسعة في جذر خمسة وعشرين ، ضربنا التسعة في الخمسة والعشرين حصل مائتان وخمسة وعشرون . أخذنا جذره فكان خمسة عشر وهو المطلوب .

وكذا يكون جذر تسعة أموال في جذر خمسة وعشرين مال مال خمسة عشر كعباً .

مثال آخر :

أردنا ضرب جذر اثنين في جذر ثمانية ، ضربنا الاثنين في الثمانية حصلت ستة عشر ، أخذنا جذرها . فكان أربعة وهو المطلوب .

وكذا يكون ضرب جذر كعبين في جذر ثمانية أموال كعب ضربنا أحد الجذورين في الآخر حصلت ستة عشر مال كعب كعب ، أخذنا جذره فكانت أربعة أموال مال ، وكذا الحكم في ضرب ضلع أول كل

(١) في ت به .

مضلع في ضلع أول ذلك المضلع أيضاً بجنسين متفقين أو مختلفين ككعب جنس في كعب جنس آخر ، أو ذلك الجنس أو ضلع مال مال جنس في ضلع مال مال جنس آخر أو ذلك الجنس [١٦٦] .

مثاله :

أردنا أن نضرب كعب ثلاثة أعداد في كعب تسعة كعاب ، ضربنا ثلاثة أعداد في تسعة كعاب حصلت سبعة وعشرون كعباً ، أخذنا كعبه فكان ثلاثة أشياء وهو المطلوب .

وأما إن أردنا أن نضرب ضلع أول مضلع من جنس في ضلع أول مضلع من ذلك الجنس أو من جنس آخر ، على أن المضلعين يكونان مختلفين كجذر مثلاً في كعب أو جذر في مال مال ، فيرتقى أحد الجنسين أو كليهما بأن نضرب أحد الجنسين في نفسه ، ثم في الحاصل ثم في الحاصل الأول أو الثاني .

وكذا نعمل بالآخر إلى أن يصيرا مضلعين متفقين فنضرب أحدهما في الآخر ، ونأخذ ضلع أول الحاصل على أنه ذلك المضلع المتفق فهو المطلوب [١٦٧] .

مثاله :

أردنا أن نضرب جذر تسعة في كعب ثمانية ضربنا التسعة في نفسه حصل أحد وثمانون فيكون الجذر المذكور ضلع مال ماله ، ثم ضربنا التسعة فيه حصل سبعة وتسعة وعشرون ، فيكون الجذر المذكور ضلع كعب كعبه ، فإذا بلغ كل واحد منهما إلى مضلع واحد وهو كعب كعب ضربنا أحدهما في الآخر ، أعني أربعة وستين في سبعة وتسعة وعشرين حصل ٦٦٥٦ ، أخذنا ضلع أوله على أنه كعب كعب ، فكان ستة وهي المطلوب .

وإذا أردنا أن نضرب جذر تسعة أموال مال في كعب ثمانية من العدد ، ضربنا تسعة أموال مال في نفسه حصل أحد وثمانون مال كعب كعب ، فيكون الجذر المذكور ضلعه الأول على أنه مال مال ، ولو أن ذلك الجنس مال كعب كعب ، ثم ضربنا تسعة أموال المال المذكور في الحاصل حصل سبعة وتسعة وعشرون كعب كعب كعب كعب ، فيكون الجذر المذكور ضلعه الأول على أنه كعب كعب كعب ، ولو أن ذلك الجنس كعب مكرر أربع مرات .

ثم ضربنا الثمانية المذكورة من العدد في نفسها حصلت أربعة وستون عدداً ، فيكون الكعب المذكور ضلع أوله على أنه كعب كعب . ف ضربناه في كعب كعب تسعة أموال المال المذكور ، وهو سبعة وتسعة وعشرون كعباً مكرراً أربع مرات حصل ٦٦٥٦ كعباً مكرراً أربع مرات ، أخذنا ضلعه الأول على أنه كعب كعب فكانت ستة أموال وهو المطلوب .

وكذا يكون الحكم في القسمة ، أعني إذا أردنا أن نقسم جذر عدد أو جنس على جذر عدد أو جنس آخر ، نقسم مجذور المقسوم على مجذور المقسوم عليه ، ونأخذ جذر خارج القسمة فهو المطلوب [١٦٨] .

القاعدة الثانية : إذا أردنا أن نستخرج جذر أجناس المجهولات بالتعيين لا على الطريق الذي مر ، فإن الجذر هناك كان مجهولاً أيضاً ، فالطريق فيه أن نطلب مجذوراً ، أما إذا قوبل بالجنس المطلوب جذره ،

أو بالأجناس المطلوب جذرها ، انتهى العمل إلى معادلة جنس لجنس آخر يليه كعدد لشيء أو شيء لمال أو مال لكعب أو جزء مال لجزء شيء ، ثم نقسم عدد الجنس الأدنى على عدد الجنس الأعلى ، فما يخرج فهو مقدار شيء واحد ، نحسب منه مقدار الأجناس المطلوب جذرها ، بأن نأخذ لمال واحد مربع مقدار ذلك الشيء ، أي مربع خارج القسمة ولكعب واحد مكعبه ولمال مال مال ماله ، وعليه القياس ، ثم نضرب عدد كل جنس من الأجناس المطلوب جذرها في مقدار ذلك الجنس ، ونجمع الحواصل ونزيد العدد عليه إن كان مع الأجناس المطلوب جذرها ، ونأخذ جذر المجموع فهو المطلوب [١٦٩] .

مثاله :

أردنا جذر ثلاثة كعاب ، قابلناه بمجذور ثلاثة أشياء ، وهو تسعة أموال فيكون المقابلة على الشرط المذكور ، فقسمنا عدد الجنس الأدنى وهو التسعة على عدد الجنس الأعلى وهو الثلاثة خرجت من القسمة ثلاثة ، وهي مقدار ١٩٢ شيء واحد ، يكون ماله تسعة ، وكعبه سبعة وعشرين ، وثلاثة كعابه أحدا وثمانين أخذنا جذره فكان تسعة ، وهي جذر ثلاثة كعاب .

مثال آخر :

أردنا جذر ستة أشياء وستة أموال ، قابلناها بمجذور ثلاثة أشياء ، وهو تسعة أموال ، وبعد حذف ستة الأموال (١) المشتركة صارت ستة أشياء ، معادلة لثلاثة أموال ، قسمنا الستة على الثلاثة خرج من القسمة اثنان . وهو مقدار شيء واحد من الأجناس المطلوب جذرها ، أعنى ستة أشياء وستة أموال ، فأخذنا ستة أمثال الاثنين لستة الأشياء حصل اثنا عشر وستة أمثال مربع الاثنين لستة الأموال حصلت أربعة وعشرون مجموعهما ستة وثلاثون ، وهو مقدار ستة الأشياء وستة الأموال ؛ على أن شيئاً واحداً اثنان أخذنا جذره فكان ستة ، وهي جذر ستة الأشياء وستة الأموال .

مثال آخر :

أردنا جذر ستة عشر عدداً وعشرين شيئاً وثلاثة أموال ، قابلناه بمجذور أربعة أعداد وشيئين وهو ستة عشر عدداً أو ستة عشر شيئاً وأربعة أموال ، وبعد حذف المشترك ، وهي ستة عشر عدداً وثلاثة أموال آلت إلى معادلة أربعة أشياء لمال واحد ، قسمنا الأربعة على الواحد ، خرجت من القسمة أربعة ، وهي مقدار شيء واحد فيكون عشرون : أمثاله ثمانون وثلاثة أمواله ثمانية وأربعين وهما مع ستة عشر عدداً مائة وأربعة وأربعون عدداً ، وهو مقدار ستة عشر عدداً وعشرون شيئاً وثلاثة أموال الذي أردنا جذره . فأخذنا جذره فكان اثنا عشر وهو الجذر المطلوب .

على أن شيئاً واحداً أربعة ولا يجب أن يكون جذر ذلك الأجناس ما حصل بعينه ، بل يمكن أن يوجد لها جذور غير متناهية .

مثلاً : لو قابلنا الأجناس المذكورة ، وهي ستة عشر عدداً وعشرون شيئاً ، وثلاثة أموال بمجذور

(١) في ل ستة أموال مشتركة

شيئين إلا أربعة اعداد ، وهو أربعة اموال وستة عشر عدداً إلا ستة عشر شيئاً ، وبعد الجبر والمقابلة صارت ستة وثلاثون شيئاً معادلاً لمال واحد ، قسمنا عدد الأشياء على عدد الأموال خرجت من القسمة ستة وثلاثون بعينه لا غير ، لأن المقسوم عليه واحد ، وهو مقدار شيء واحد فيكون عشرون شيئاً سبعة وعشرين ، ويكون ثلاثة أموال ٣٨٨٨ ، وهما مع ستة عشر يكون ٤٦٢٤ أخذنا جذره فكانت ثمانية^(١) وستون ، وهو جذر الأجناس المذكورة ، على أن شيئاً واحداً ستة وثلاثون .

واعلم أن استخراج الجذر لهذا الطريق يحتاج إلى الاستقراء ، ويمكن استخراجه أيضاً بأن نطلب عدداً بالاستقراء ، إذا فرضنا مقدار شيء واحد ، وحسبنا به مقدار الأجناس المطلوب جذرها ، كان مجزوراً وربما كان هذا الطريق في بعض المواد أسهل من الأول .

القاعدة الثالثة :

إذا أردنا أن نجمع الأعداد المتوالية من الواحد إلى أي عدد شئنا بالنظم الطبيعي ، نزيد الواحد على العدد الأخير ، ونضرب المجموع في نصف العدد الأخير ، أو نضرب العدد الأخير في نصف ذلك المجموع .

مثاله :

أردنا أن نجمع من الواحد إلى العشرة ، زدنا الواحد على العشرة بلغ احد عشر ، ضربناه في نصف العشرة حصلت خمسة وخمسون .

وإن أردنا أن نجمع من غير الواحد إلى أي عدد شئنا ، نجمع الطرفين ، أعني أقل تلك الأعداد وأكثرها ، ونضرب المجموع في نصف عدد تلك الأعداد ،

مثاله :

إن أردنا أن نجمع من ثلاثة إلى عشرة جمعناهما بلغت ثلاثة عشر ، ضربناها في نصف عدد تلك الأعداد وهو أربعة حصل اثنان وخمسون وهو المطلوب .

[هامش^(٢) : كذلك الجع من كسر إلى عدد مفروض ، وذلك على وجهين أحدهما أن نجعل ذلك العدد من جنس كسره ، ثم نجمع من واحد إلى ذلك المبلغ ، ثم نقسم ما بلغ على مخرج الكسر ، والوجه الثاني أن نجمع من الطرفين ونضربه في نصف ذلك العدد ، فما بلغ نضربه في مخرج ذلك الكسر .

مثاله :

أردنا أن نجمع من دانق إلى عشرة جمعناهما بلغت عشرة ودانق ضربنا في نصف العشر بلغ خمسين وخمس دوانيق ، ضربناه في مخرج الدوانيق وهو ستة بلغ ثلاثمائة وخمسة : وهو المطلوب .

(١) في ل ثلاثة وهو خطأ

(٢) الهامش غير موجود في ل

القاعدة الرابعة :

إذا أردنا جمع الأفراد المتوالية دون الأزواج ، نزيد على الفرد الأخير واحدا ، ونضرب نصف المجموع وهو عدد تلك الأفراد في نفسه يحصل المطلوب [أقول بوجه^(١) آخر : نضرب نصف عدد الأفراد في مجموع المفرد الأخير مع واحد يحصل المطلوب] .

مثاله :

أردنا أن نجتمع الأفراد المتوالية من الواحد إلى التسعة ، زدنا عليها واحدا بلغت عشرة ، حصلنا مربع نصفها كان خمسة وعشرون وهو المطلوب .

القاعدة الخامسة :

إذا أردنا جمع الأزواج المتوالية دون الأفراد نضرب نصف الزوج الأخير وهو عدد تلك الأزواج فيما يليه ، أى فيما يزيد عليه بواحد يحصل المطلوب^(٢) .

مثاله :

أردنا أن نجتمع الأزواج المتوالية من الاثنين إلى العشرة ، ضربنا الخمسة في ستة حصل ثلاثون فهو المراد .

القاعدة السادسة :

إذا أردنا جمع أزواج الأفراد المتوالية نضرب عددها في نفسه ، ونضعف الحاصل فهو المطلوب .

مثاله :

أردنا أن نجتمع عشرة أعداد هى أزواج الأفراد متوالية ، على أن أولها اثنان ، فربعنا العشرة صارت مائة ، ضعفناها صارت مائتان وهو المطلوب .

وإن لم يعد الاثنين من أزواج الأفراد ، وجعل زوج الفرد الأول ستة ، فزيد على عددها واحدا ، ونعمل ما ذكرنا ، ثم نقص من الحاصل اثنين بقی مطلوبه ، وأما جمع أزواج الأزواج سندكره في القاعدة التاسعة .

القاعدة السابعة :

إذا أردنا جمع الأعداد المتزايدة ١٩٦٥ من الواحد وغيرها بتفاضلات متساويات ، وهذه القاعدة مما استنبطناه : تنقص من عددها واحدا أبدا ، فما بقى نضربه في مقدار ما يتزايد به ، ونزيد على الحاصل العدد الأقل من تلك الأعداد ، سواء كان واحدا أو أكثر ، فما بلغ فهو العدد الأكثر ، نزيد عليه العدد الأقل ثانيا ، ونضرب ما بلغ في نصف عدد تلك الأعداد فما حصل فهو المطلوب [١٧٠] .

(١) هذه الجملة غير موجودة في ت .

(٢) توجد حاشية في ل وهى : بوجه آخر إن كان عدد الأزواج فردا نضرب الزوج الأوسط في الفرد الذى تحته يحصل المطلوب ونضربه في نفسه ونسقط من الحاصل ، وإن كان زوجا نضرب أحد الوسطى في الآخر ونسقط الأقل من الحاصل أو نضرب الوسط الأقل في الفرد الذى قبله يحصل المطلوب .

وهذه القاعدة شاملة للقاعدة الثالثة أيضا .

مثال ذلك :

أردنا أن نجمع ستة أعداد متزايدة بثلاثة ثلاثة من الواحد ، وهي واحد — أربعة — سبعة — عشرة — ثلاثة عشر — وستة عشر ، نقصنا من الستة التي هي عدتها واحداً بقيت خمسة ، ضربناها في الثلاثة التي يتزايد بها الأعداد ، حصلت خمسة عشر ، زدنا عليها واحداً لأنه أقل تلك الأعداد بلغت ستة عشر ، وهو العدد السادس زدنا عليه واحداً مرة أخرى بلغ سبعة عشر ، ضربناها في نصف الستة التي هي عدتها حصل أحد وخمسون ، وهو مجموع تلك الأعداد .

مثال آخر :

أردنا أن نجمع أربعة أعداد ، ولها سبعة متزايدة بثلاثة ثلاثة ، وهي سبعة عشر — ثلاثة عشر — ستة عشر — نقصنا واحداً من الأربعة التي هي عدتها بقيت ثلاثة ضربناها في الثلاثة التي يتزايد بها تلك الأعداد ، حصلت تسعة زدنا عليها السبعة التي هي أقل تلك الأعداد بلغت ستة عشر ، وهو أكثر تلك الأعداد ، زدنا عليه العدد الأقل ثانياً بلغ ثلاثة وعشرين ، ضربناه في الاثنين اللذين هما نصف عددها حصلت ستة وأربعون وهو المطلوب^(١) (حاشية) .

القاعدة الثامنة :

إذا أردنا جمع الأعداد المتزايدة من الواحد ، وتفاضلاتها المتوالية متزايدة ، إما بواحدة واحدة أو اثنين اثنين أو ثلاثة ثلاثة ، وعلى ذلك القياس ، أما ما كانت تفاضلاتها متزايدة بواحدة واحدة فكانوا حد والثلاثة والستة والعشرة وخمسة عشر ، وما كانت تفاضلاتها متزايدة باثنين اثنين ، وهو المربعات المتوالية كالواحد والأربعة والتسعة والستة عشرة ، وما كانت تفاضلاتها متزايدة بثلاثة ثلاثة كالواحد والخمسة والاثنى عشر والاثنين والعشرين والخمسة والثلاثين ، وعليه القياس .

والعمل في جميع تلك الأنواع أن نقص من عددها واحداً دائماً ، ونضرب الباقي في مقدار ما يتزايد به التفاضلات ، ونأخذ ثلث الحاصل دائماً ، ونزيد عليه واحداً ، فما بلغ نضربه في جميع تلك الأعداد بالنظم الطبيعي فالحاصل هو المطلوب [١٧١] .

مثاله :

أردنا أن نجمع عشرة أعداد متزايدة بثلاثة ثلاثة أولها واحد ، نقصنا من العشرة واحداً بقيت تسعة ضربناها في الثلاثة التي يتزايد بها التفاضلات حصلت سبعة وعشرون ، أخذنا ثلاثة فكان تسعة نزيد عليها

(١) في ل حاشية هي : أقول بوجه أسهل وأبين إما أن يكون عدة الأعداد زوجاً أو فرداً فإن كانت زوجاً نضرب نصف عدة الآحاد في مجموع الأول والأخير فالحاصل هو المطلوب : مثلاً في أول مثالية ضربنا الثلاثة في واحد وستة عشر أي سبعة عشر حصل ٥١ وفي ثانيهما ضربنا اثنين في ثلاثة وعشرين حصل ٤٦ وهو المطلوب ، وإن كانت فرداً ضربنا العدد الأوسط في تمام العدد فالحاصل هو المطلوب ، وبرهان هذين الحكمين في رسالة واستقلاوس في المطالع من المتوسطات .

واحدا بلغت عشرة ، ضربناها في الخمسة والحسين الذي هو مجموع الأعداد من الواحد إلى العشرة بالنظم الطبيعي حصل خمسمائة وخمسون وهو المطلوب .

القاعدة التاسعة :

إذا أردنا أن نجمع الأعداد الحاصلة من تضاعيف الواحد وغيره ، وهذه أيضا مما استنبطنا . وطريقه إذا كان العدد الأخير معلوما أن تنقص من ضعفه واحداً ، فالباقي هو مجموع تلك الأعداد ، وإن لم يكن العدد الأخير معلوما ننظر إلى عدد مرات التضعيف ، هو عدد منزلة أى مضلع ، فيحصل ذلك المضلع ، على أن ضلعه الأول اثنان .

وطريق تحصيله أن ننظر إلى عدد تلك المرات ، وإن كان قابلاً للتصنيف إلى الواحد ، ننظر أنه كم مرة تقبل التصنيف إلى الواحد ، أو نعرف أنه أى مضلع للاتنين ، وكم يكون عدد منزلته .

نربع الاتنين مرة بعد أخرى بعدة ذلك العدد ، أى نضرب الاتنين في نفسه ، ثم الحاصل في نفسه ، ثم الحاصل الثاني في نفسه هكذا بعدة ذلك العدد ليحصل العدد الأخير ، نضاعفه وتنقص منه واحداً ابداً ليحصل مجموع تلك الأعداد .

ولو نزيد أولاً واحداً على عدد مرات التضعيف ، ويكون المجموع قابلاً للتصنيف ، نعمل به ما عملنا يحصل عدد المجموع بزيادة واحدة .

مثاله :

أردنا أن نضع الواحد ثمانية مرات ، وهي قابلة للتصنيف إلى الواحد بثلاث مرات وكعب الاتنين ، وعدد منزلة الكعب أيضاً ثلاثة ، ربعاً الاتنين ثلاث مرات ، فكان المربع الأول أربعة ، ومربع الثاني ستة عشر والثالث مائتين وستة وخمسين ، وهو العدد الأخير ، ضعفناه صار ٥١٢ نقصنا منه واحداً صار ٥١١ وهو المطلوب .

وإذا نقصنا منه واحداً آخر بقي ٥١٠ وهو مجموع ثمانية أزواج متواليات ، وذلك ما وعدناه في القاعدة السادسة .

مثال آخر :

أردنا أن نضع واحداً في بيت من بيوت الشطرنج ، والاتنين في بيت آخر والأربعة في بيت آخر وهكذا يتضاعف لسائر البيوت ، إلى أن يتم جميع البيوت ، فيكون عدد التضاعيف ثلاثة وستين ، ويصير بالتضعيف الأخير فجمع جميع الأعداد الموضوعة فيها أربعة وستين ، وهو قابل للتصنيف إلى الواحد بست مرات . فربعاً الاتنين ست مرات هكذا . [الجدول في الصفحة التالية]

ثم نصفنا المربع السادس صار ٩٢٢٣٣٧٢٥٣٦٨٥٤٧٧٥٨٠٨ وهو العدد الموضوع في البيت الأخير من بيوت الشطرنج .

المربع الأول	المربع الثاني	المربع الثالث	المربع الرابع	المربع الخامس				المربع السادس						
٤	١٦	٢٥٦	٦٥٥٣٦	٢٩٦	٩٩٧	٢٩٤	٤	٩١٦	٥٥١	٧٥٩	٥٧٣	٧٤٤	٤٤٦	١٨
أربعة	سبعة عشر	مائة وان	خمسة وستون ألفاً وخمسة وستون	مائة وان	أربعة وستون ألفاً وخمسة وستون	مائة وان	أربعة آلاف ألف	أربعة آلاف ألف	أربعة آلاف ألف	أربعة آلاف ألف	أربعة آلاف ألف	أربعة آلاف ألف	أربعة آلاف ألف	ثمانية عشر ألف مكررة مائة
تضعيف الثاني وهو موضوع الاثنين	تضعيف الثاني وهو موضوع الاثنين	تضعيف الثاني وهو موضوع الاثنين	تضعيف الثاني وهو موضوع الاثنين	تضعيف الثاني وهو موضوع الاثنين	تضعيف الثاني وهو موضوع الاثنين	تضعيف الثاني وهو موضوع الاثنين	تضعيف الثاني وهو موضوع الاثنين	تضعيف الثاني وهو موضوع الاثنين	تضعيف الثاني وهو موضوع الاثنين	تضعيف الثاني وهو موضوع الاثنين	تضعيف الثاني وهو موضوع الاثنين	تضعيف الثاني وهو موضوع الاثنين	تضعيف الثاني وهو موضوع الاثنين	تضعيف الثاني وهو موضوع الاثنين

وأما إن لم يكن عدد مرات التضعيف قابلاً للتصنيف إلى الواحد ثم من الباقي وهكذا إلى أن لا يبقى شيء ، أو بقي واحد ، فينقسم إلى تلك الأعداد .

مثلاً : إذا كان عشرة نجعلها بقسمين ، هما ثمانية واثنان كل منهما قابل للتصنيف إلى الواحد ، [نأخذ (١) منها أكثر عدد هو قابل للتصنيف إلى الواحد ، ثم من الباقي هكذا إلى أن لا يبقى شيء ، أو بقي واحد فينقسم إلى تلك الأعداد .

مثلاً : إذا كان عشرة نجعلها بقسمين هما ثمانية واثنان كل منهما قابل للتصنيف إلى الواحد] .

وإن كان مائة نجعلها ثلاثة أقسام كما قلناه ، وهي أربعة وستون ، واثنان وثلاثون وأربعة ، ثم ننظر إلى كل واحد منها كم مرة تقبل التصنيف إلى الواحد ، فنضع هذه الأعداد في جدول ، ونسميها بأقسام العدد ونضع بازاء كل واحد منها عدد مرات تنصيفه في جدول آخر ، ونسميها بإعداد المرات وإن كان أحد من عدة (٢) أقسام العدد واحد ، فنضع بازائه في جدول أعداد المرات صفراً ، ثم نربع الاثنين مرة بعد أخرى بعدة أكثر عدد المرات ، ثم نضع المربع الأخير بازاء العدد الأكثر في الجدول .

وكذا نضع بازاء كل عدد من إعداد المرات من المربعات ، ما هو بعدة ذلك العدد ليكون بازاء كل عدد مربع حصل بتريع الاثنين مرة بعد أخرى بعدة ذلك العدد .

وإن كان في جدول المرات صفر نضع بازائه الاثنين بغير تريع ، ثم نضرب المربعات الموضوعة في الجدول

(١) الجلة التي بين قوسين غير موجودة في ل .

(٢) في ل عدد .

بإزاء أعداد المرات بعضها في بعض ، فالحاصل الأخير هو العدد الأخير ، ونضعفه ونقص منه واحدا ليحصل المطلوب .

مثاله :

أردنا أن نجمع تضاعيف الواحد أحد عشر مرة ، وهي مع الواحد اثنا عشر عددا ، ثم أخذنا من أحد عشر أكثر عدد قابل للتصنيف إلى الواحد ، وهو ثمانية ، ثم اثنان وبقي واحد فالثمانية تقبل التصنيف ثلاث مرات والاثنان تقبل مرة ، وكان الجزء الثالث الواحد لا تقبل ، فليس له عدد مرات فحصل في جدول إعداد المرات ثلاثة وواحد وصفر ، فربعنا الاثنين ثلاث مرات للأول ، فكان المربع الثالث ٢٥٦ ومرة للثاني وكان أربعة وأخذنا نفس الاثنين للثالث ، وهو كما وضعنا في هذا الجدول .

أقسام أحد عشر ثمانية	اعداد المراتب ثلاث مرات تقبل التصنيف	تربيع الاثنين بعدد ربعة الاثنين ثم مائة مرات فكان المربع الأخير	٢٥٦
اثنان	مرة واحدة	مربع الاثنين مرة	٤
واحد	صفر	نفس الاثنين	٢

ثم ضربنا ٢٥٦ في الأربعة حصل ١٠٢٤ ، ضربناه في الاثنين حصل ٢٠٤٨ ، وهو التضاعيف الأخير ، ضعفناه ونقصنا منه واحدا صار ٤٠٩٥ وهو المطلوب .

حاشية (١) : من كتاب التكملة في الحساب : إذا أردنا تضاعيف الواحد عشر مرات ، أو عشرين مرة أو ثلاثين مرة أو نحوها ، بعد أن تكمل المرات عشرات : مثلا تضاعيف الواحد عشر مرات ، وضعنا الواحد مع ثلاثة أصفار قبله ، ثم وضعنا الواحد مع صفر تحت ذلك السطر على أن تكون المنزلة الأولى تحت

المنزل الأولى من السطر الأول ، ثم وضعنا الواحد تحت الصفر الأسفل بلا صفر بهذه الصورة :

١٠٠٠
١٠
١

ثم وضعنا الواحد الأسفل ، فصار اثنين ، زدناها على السطر الأوسط فصار اثني عشر ، فضعفناه صار أربعة وعشرين ، زدناه على السطر الأول صار ١٠٢٤ ، فهذا مبلغ التضاعيف الواحد عشر مرات ، لكن العدد الأخير اثبتناه مع ثلاثة أصفار قبله ، واثبتنا مثله تحته مع صفر واحد

١٠٢٤٠٠٠
١٠٢٤٠
١٠٢٤

في السطر الثاني ، ثم اثبتنا مثله في السطر الثالث بلا صفر على هذه الصورة :

(١) هذه الحاشية موجودة في الهامش في ت وليست موجودة في ل وهي الموضحة بين القوسين .

ثم ضعفنا السطر الأسفل ، وزدنا الحاصل ، ثم السطر الأوسط وضعفنا الحاصل فصار ٢٤٠٧٦ فزدناها على السطر الأول حصل ١٠٤٨٥٧٦ ، هذا مبلغ تضعيف الواحد عشرين مرة ، فإن أردنا تضعيف هذا العدد عشر مرات ليبلى مقدار تضعيف الواحد ثلاثين مرة اثبتناه مع ثلاثة أصفار ، في السطر الأول ، ومع صفر واحد في السطر الأوسط ، وبلا صفر في السطر الثالث ، ونعمل كما وضعنا فما بلغ فهو المراد ، وقس عليه ، هذا كل ما نريد تضعيفه عشر مرات والفوائد في التضعيف نفسه مرات [

وإن أردنا تضاعيف عدد غير الواحد مرات معينة ، نحصل أولاً تضاعيف الواحد بعدة تلك المرات على ما سبق ، ثم نضرب العدد الأخير ، أو عدد المجموع أيهما أردنا في ذلك العدد ، أعنى العدد الذى نريد تضاعيفه ليحصل العدد الأخير أو عدد المجموع بحسب ذلك العدد .

مثاله :

أردنا أن نضعف الخمسة أحد عشر مرة ، وكان العدد الأخير ، على أن العدد الأول واحد ٢٠٤٨ كما سبق ضربناه في الخمسة حصل ١٠٢٤٠ وهو العدد الأخير ، على أن العدد الأول خمسة ، فيكون المجموع ، على أن الأول خمسة ٢٠٤٧٥ وهو المطلوب .

القاعدة العاشرة :

إذا أردنا جمع حواصل ضرب كل عدد من الأعداد المتوالية من الواحد فيما يليه ، أعنى أن نضرب الواحد في الاثنين ، والاثنين في الثلاثة ، والثلاثة في الأربعة ، وهكذا إلى ما أردناه : وطريقه أن ننقص من العدد الأخير واحداً ، ونأخذ ثلثى الباقي ونضربه في مجموع تلك الأعداد بالنظم الطبيعي [١٧٢] .

حاشية (١) : [بغير أن نضرب الواحد في الاثنين والحاصل في الثلاثة ، ثم نضرب الاثنين في الثلاثة ، والحاصل في الأربعة ، ثم نضرب الأربعة في الخمسة والحاصل في الستة وعلى هذا القياس] .

مثاله :

أردنا أن نجمع حواصل ضرب كل واحد من الأعداد المتوالية من الواحد إلى الستة ، نقصنا من الستة واحداً ، وأخذنا ثلثى الباقي فكانت ثلاثة وثلث ، ضربناه في مجموع تلك الأعداد ، وهو أحد وعشرون حصل سبعون وهو المطلوب .

القاعدة الحادية عشرة :

إذا أردنا جمع حواصل ضرب كل عدد من الأعداد المتوالية من الواحد فيما يليه ، ثم الحاصل فيما يليه ، بحذف العدد الأخير ، ونجمع الباقية ونضرب المجموع فيما نقص عنه بواحد يحصل المطلوب [١٧٣] .

(١) غير موجودة فى ل .

مثاله :

أردنا مجموع حواصل الضروب لـ ١٠ من الواحد إلى الستة فيما يليه ، ثم الحاصل فيما يليه ، جمعنا من الواحد إلى الخمسة كان خمسة عشر ضربناه في أربعة عشر حصل مائتان وعشرة وهو المطلوب .

القاعدة الثانية عشرة :

إذا أردنا جمع مربعات الأعداد المتوالية من الواحد إلى كم شئنا ، نزيد واحداً على ضعف العدد الأخير ، ونضرب ثلث المجموع في مجموع تلك الأعداد [١٧٤] .

مثاله :

أردنا (١) أن نجمع مربعات الأعداد المتوالية من الواحد إلى ستة ، زدنا على ضعفها واحداً بلغ ثلاثة عشر ، وكان ثلثه أربعة وثلثاً ، ضربناه في مجموع تلك الأعداد وهو احد وعشرون حصل أحد وتسعون ، وهو المطلوب .

حاشية (٢) : [إذا أردنا جمع مربعات الأفراد المتوالية إلى أي فرد شئنا ، نضرب الفرد الأخير في الفرد الذي يليه بعده ، ونضرب الحاصل في ثلث عدد الأفراد ، فهو المطلوب .

مثاله :

أردنا أن نجمع مربعات الأفراد من الواحد إلى التسعة ، ضربنا التسعة في أحد عشر ، حصل تسعة وتسعين ، ضربنا في ثلث الخمسة التي هي عدد الأفراد منه الواحد إلى التسعة حصل ١٦٠ وهو المطلوب .
[وإذا أردنا جمع مربعات الأزواج المتوالية من الاثنين إلى أي زوج شئنا ، نضرب الزوج الأخير في الزوج الذي يليه بعده ونضرب الحاصل في ثلث عدد الأزواج بزيادة سدس واحد يحصل المطلوب] .

القاعدة الثالثة عشرة :

إذا أردنا أن نجمع مكعبات الأعداد المتوالية من الواحد إلى كم شئنا ، نضرب مجموع تلك الأعداد في نفسه يحصل المطلوب [١٧٥] .

مثاله :

أردنا مجموع مكعبات الأعداد المتوالية من الواحد إلى ستة ، جمعنا تلك الأعداد فكان احدى وعشرين ، ضربناه في نفسه حصل أربعة وثمانون (٣) وأربعين ، وهو المطلوب .

القاعدة الرابعة عشرة :

إذا أردنا جميع أموال الأموال للأعداد المتوالية من الواحد ننقص من مجموع تلك الأعداد واحداً ،

(١) غير موجودة في ت .

(٢) الحاشية التي بين قوسين غير موجودة في ل .

(٣) في ل أربعة وثمانون واحد وثمانون

ونأخذ خمس الباقي دائماً ، ونزيده على مجموع تلك الأعداد ، فما بلغ نضربه في مجموع مربعات تلك الأعداد يحصل المطلوب [١٧٦] .

مثاله :

أردنا أن نجتمع أموال الأموال للأعداد المتوالية من الواحد إلى ستة ، أخذنا مجموع تلك الأعداد ، فكان إحدى وعشرين نقصنا منه واحداً بقي عشرون ، أخذنا خمسة فكان أربعة ، زدناها على أحد وعشرين بلغت خمسة وعشرين ، ضربناها في أحد وتسعين الذي كان مجموع مربعات تلك الأعداد ، حصل الفان (١) ومائتان وخمسة وسبعون .

القاعدة الخامسة عشر :

إذا أردنا جمع المضلعات المتوالية لأي عدد كان مع الضلع الأول وهذا مما استنبطناها ، نضرب الضلع الأول في المضلع الأخير ، وننقص من الحاصل الضلع الأول ونقسم الباقي على عدد ناقص من الضلع الأول بواحد ، فما خرج فهو المطلوب .

نوع آخر : ننقص من المضلع الأخير واحداً دائماً ، ونضرب الباقي في الضلع الأول ، ونقسم الحاصل على عدد ناقص من الضلع الأول بواحد فما خرج فهو المراد .

نوع آخر : ننقص من المضلع الأخير الضلع الأول ، ونقسم ما بقي على عدد ناقص من الضلع الأول بواحد فما خرج نزيد عليه المضلع الأخير ليحصل المطلوب [١٧٧] .

مثال النوع الأول : أردنا جمع المضلعات المتوالية للأربعة إلى مال الكعب ، ضربنا الضلع الأول ، وهو أربعة في المضلع الأخير أي مال كعبها وهو ١٠٢٤ حصل ٤٠٩٦ نقصنا منه الضلع الأول وهو أربعة بقي ٤٠٩٢ قسمناه على ثلاثة ، وهو ناقص من الضلع الأول بواحد خرج من القسمة ١٣٦٤ وهو المطلوب مثال النوع الثاني : نقضا من الضلع الأخير وهو ١٠٢٤ واحداً بقي ١٠٢٣ ضربناه في الضلع الأول وهو أربعة حصل ٤٠٩٢ قسمناه على ثلاثة خرج ١٣٦٤ وهو المراد .

مثال النوع الثالث : نقضا الضلع الأول وهو أربعة من المضلع الأخير وهو ١٠٢٤ بقي ألف وعشرون ، قسمناه على ثلاثة وهي ناقص من الضلع الأول بواحد ، خرج من القسمة ثلاثمائة وأربعون ، زدناه على المضلع الأخير وهو ألف وأربعة وعشرون بلغ ١٣٦٤ وهو المطلوب .

وإن كان الضلع الأول كسراً نقص كسر المضلع الأخير عن مخرجه ، ونضرب الباقي في كسر الضلع الأول فما حصل نقسمه على فضل مخرج الضلع الأول على كسره ، فما خرج من القسمة نقسمه على مخرج المضلع الأخير إن كان أكثر منه وإلا ننسبه [إليه] (٢) [١٧٨] .

مثاله :

أردنا أن نجتمع مضلعات ثلاثة أرباع إلى مال المال ، وكان مال ماله ٢٥٦ نقصنا كسره عن مخرجه بقي ١٧٥

(١) ومائتان غير موجودة في ل (٢) ناقصة

ضربناه في كسر الضلع الأول الذي هو ثلاثة حصل ٥٢٥ قسمناه على مخرج المضلع الأخير فخرج من القسمة

$$\begin{array}{r} 2 \\ 13 \\ \hline 256 \end{array}$$

وهو المطلوب

مثال آخر :

أردنا أن نجتمع مضلعات متواليات لثلاثة أسباع إلى الكعب ، وكان كعبها ٠ ، أخذنا فضل مخرجه على

$$\begin{array}{r} 27 \\ 343 \end{array}$$

كسره فكان ٣١٦ ، ضربناه في الثلاثة التي هي كسر الضلع الأول حصل ٩٤٨ ، قسمناه على فضل مخرج الضلع الأول على كسره ، وهو أربعة خرج من القسمة ٢٣٧ نسبناه إلى مخرج المضلع الأخير الذي هو ٣٤٣

فصار هكذا ٢٣٧ وهو المطلوب

$$\begin{array}{r} 343 \end{array}$$

والضابطة الشاملة للصحيح والكسور ، أن نأخذ التفاضل بين الواحد وكل واحد من الضلع الأول والمضلع الأخير ، ونضرب الضلع الأول في التفاضل الثاني ، ونقسم الحاصل على التفاضل الأول ، فما خرج فهو المطلوب أو نقسم التفاضل الثاني على التفاضل الأول ، ونضرب الخارج من القسمة في الضلع الأول يحصل المطلوب .

مثاله :

أردنا جمع مضلعات متواليات لثلاثة أسباع إلى الكعب ، وكان التفاضل الأول أربعة أسباع ، والثاني ٠

$$\begin{array}{r} 316 \\ 343 \end{array}$$

ضربنا الضلع الأول وهو ثلاثة أسباع في التفاضل الثاني حصل

$$\begin{array}{r} 948 \\ 2401 \end{array}$$

قسمناه على التفاضل الأول وهو أربعة أسباع خرج من القسمة

$$\begin{array}{r} 237 \\ 343 \end{array}$$

وأما بالوجه الثاني قسمنا الثاني على الأول خرج من القسمة ١

$$\begin{array}{r} 30 \\ 49 \end{array}$$

ضربناه في الضلع الأول الذي هو ثلاثة أسباع حصل

$$\begin{array}{r} 237 \\ 343 \end{array}$$

وهو المطلوب

القاعدة السادسة عشر :

إذا أردنا أن نحصل مضلع عدد يكون عدد منزلته كسراً من غير أن نحصل جميع مضلعاته المتوالية التي كانت بينهما ، وهذه أيضاً مما استنبطناه . نعرف عدد منزلة ذلك المضلع ، فإن كان قابلاً للتصنيف إلى الواحد نعرف عدد مرات تصنيفه إلى الواحد ، فنربع الضلع الأول بعدته ، يكون المربع الأخير وهو المطلوب .

مثاله :

أردنا مال كعب كعب الخمسة ، وكان عدد منزلته ثمانية وهي تبلغ بثلاثة تنصيفات إلى الواحد ، ربعنا الخمسة ثلاث مرات حصل المربع الأول ٢٥ والثاني ٦٢٥ والثالث ٣٩٠٦٢٥ وهذا مال كعب الكعب للخمسة وإن لم يكن عدد منزلة المضلع المطلوب قابلا للتنصيف إلى الواحد نأخذ منه أكثر عدد قابل للتنصيف إلى الواحد ثم الباقي هكذا إلى أن لا يبقى شيء ، أو بقي واحد ليحصل لنا أعداد مجموعها بقدر عدد منزلة ذلك المضلع ، ويكون كل واحد منها قابلا للتنصيف إلى الواحد ، أو كان أحدها واحداً والباقي قابلاً للتنصيف إلى الواحد ، نضعها في جدول كما سبق في القاعدة التاسعة .

ونعرف عدد مرات تنصيف كل واحد منها إلى الواحد ، ونضعه في جنبه ، ونضع بازاء الواحد صفراً ونسميها بأعداد المرات ، ثم نربع الضلع الأول مرة بعد أخرى بعدة العدد الأكثر منها ، ونضع المربع الأخير بازائه ، وكذا نضع بازاء كل واحد من تلك الأعداد المربع الذي حصل من تربيع الضلع الأول مرات بعدته ونضع بازاء الصفرة الضلع الأول ، ثم نضرب هذه المضلعات الموضوعة في الجدول ، بعضها في بعض فيكون الحاصل الأخير هو المطلوب [١٧٩] .

مثاله :

أردنا أن نحصل مال كعب كعب الكعب للثلاثة ، وعدد منزلته أربعة عشر ، قسمناه إلى ثمانية وأربعة واثمان وضعناها في الجدول وتممنا العمل هكذا :

أقسام أربعة عشر	ثمانية	تنصيفها إلى	يقبل التنصيف ثلاث مرات	تربيع الضلع الأول ثلاث مرات	٦٥ ٦١
	أربعة	الواحد عدد	مرتان	تربيع الضلع الأول مرتان	٨١
	اثنان	مرات	مرة واحدة	تربيع الضلع الأول مرة واحدة	٩

ثم ضربنا ٦٥٦١ في ٨١ حصل ٥٣١٤٤١ ضربناه في التسعة حصل ٤٧٨٢٩٦٩ ، وهو مال كعب كعب كعب للثلاثة ، وقد ذكرنا مضمون هذه القاعدة في القاعدة التاسعة ، على أن الضلع الأول اثنتان خصوصاً واوردناها هاهنا للعموم والتمييز عند الحوالة إليها .

القاعدة السابعة عشر :

كل أربعة أعداد إن كانت متناسبة ، أعني يكون نسبة الأول منها إلى الثاني ، كنسبة الثالث إلى الرابع يكون حاصل ضرب الأول في الرابع مساوياً لحاصل ضرب الثاني في الثالث [١٨٠] ، وقد عبر عن المنسوب والمنسوب إليه بالمقدم والتالي (١) .

(١) في ت حاشيه في الهامش هي النسبة كمي يحصل لمقدار أو عدد بالقياس إلى مثله : مثال النسبة العددية التنصيفية والثلثية والضعفية وما شابهها : مثلاً إذا قسمنا الواحد إلى اثنين عرض له كونه نصفاً لهما ، وإذا قسمنا الاثنين إلى الواحد عرض لهما كونهما ضعفاً له .

القاعدة الثامنة عشرة :

نسبة أعظم المقدارين إلى ثالث أعظم من نسبة أصغرها إليه ، ونسبة الثالث إلى أصغرها أعظم من نسبته إلى أعظمهما .

القاعدة التاسعة عشرة :

إذا كانت مقادير نسبة الأول إلى الثاني كنسبة الثالث إلى الرابع ، ونسبة الخامس إلى الثاني كنسبة الثالث إلى السادس ، فيكون نسبة الأول إلى السادس كنسبة الخامس إلى الرابع .

القاعدة العشرون :

إذا كانت مقادير نسبة الأول إلى الثاني كنسبة الثالث إلى الرابع ، ونسبة الأول إلى الخامس كنسبة السادس إلى الرابع ، فيكون نسبة الثاني إلى السادس كنسبة الخامس إلى الثالث .

القاعدة الحادية والعشرون :

إذا كانت مقادير نسبة الأول إلى الثاني كنسبة الثالث إلى الرابع ، ونسبة الخامس إلى الثاني كنسبة السادس إلى الرابع ، فيكون نسبة مجموع الأول والخامس إلى الثاني كنسبة مجموع الثالث والسادس إلى الرابع .

القاعدة الثانية والعشرون :

إذا كانت مقادير نسبة الأول منها إلى الثاني كنسبة الثالث إلى الرابع ، ونسبة الأول إلى الخامس كنسبة الثالث إلى السادس ، فيكون نسبة الأول إلى مجموع الثاني والخامس كنسبة الثالث إلى مجموع الرابع والسادس .

القاعدة الثالثة والعشرون :

إذا كانت أربعة أعداد متناسبة ، فكما يكون نسبة الأول إلى الثاني كنسبة الثالث إلى الرابع ، فتكون بالعكس أيضا متناسبة ، أعنى أن يكون نسبة الثاني إلى الأول كنسبة الرابع إلى الثالث ، أو نقول نسبة الرابع إلى الثالث كنسبة الثاني إلى الأول ، ويقال لها عكس النسبة .

القاعدة الرابعة والعشرون : (١)

إذا كانت أربعة أعداد متناسبة ، فيكون نسبة المقدم إلى المقدم ، كنسبة التالى إلى التالى ، النظير للنظير ، ويقال لهذه أبدال النسبة .

القاعدة الخامسة والعشرون :

إذا كانت أربعة أعداد متناسبة ، فيكون نسبة الأول إلى مجموع الأول والثاني كنسبة الثالث إلى مجموع الثالث والرابع ويقال لها تركيب النسبة .

(١) توجد حاشية في ب في الهامش ترجع بعض تفسيرات النسبة والتناسب إلى كتاب الأصول لإقليدس

القاعدة السادسة والعشرون :

إذا كانت أربعة أعداد متناسبة ، وكان المقدم أعظم من التالى ، فيكون نسبة الأول إلى فضله على الثانى ، كنسبة الثالث إلى فضله على الرابع ، ويقال لها قلب النسبة .

القاعدة السابعة والعشرون :

إذا كان صنفان من المقادير متساويي العدد ، كل اثنين من صنف على نسبة اثنين من الصنف الآخر ، وانتظمت النسبة ، أعنى يكون على الترتيب مثلاً نسبة الأول إلى الثانى من الصنف الأول كنسبة الأول إلى (١) الثانى من الصنف الآخر ، وكذا يكون نسبة الثانى إلى الثالث من الصنف الأول «٢٠٨» كنسبة الثانى إلى الثالث من الصنف الآخر ، وقس عليه، فيكون نسبة الأول ، إلى الأخير من الصنف الأول كنسبة الأول إلى الأخير من الصنف الآخر ، [١٨١] ويقال لها المساواة المنتظمة .

القاعدة الثامنة والعشرون :

إذا كان صنفان من المقادير متساويي العدد ، كل اثنين من صنف على نسبة اثنين من الصنف الآخر ، لا على الترتيب مثلاً ، تكون نسبة الأول إلى الثانى من الصنف الأول كنسبة الثانى إلى الثالث من الصنف الآخر ، ونسبة الثانى إلى الثالث من الصنف الأول كنسبة الأول إلى الثانى من الصنف الآخر ، فتكون نسبة الأول إلى الأخير من الصنف الأول كنسبة الأول إلى الأخير من الصنف الآخر ، [١٨٢] ويقال لها المساواة المضطربة .

القاعدة التاسعة والعشرون :

إذا توالى أربعة أعداد على نسبة ١٦٨٤٢ ، أى يكون نسبة الأول ٢ إلى الثانى ٤ كنسبة الثانى ٤ إلى الثالث ٨ ، والثالث ٨ إلى الرابع ١٦ ، فيكون حاصل ضرب مربع الأول ٤ فى نفس الرابع ١٦ ، يساوى مكعب الثانى ٦٤ وحاصل ضرب مربع الرابع ٢٥٦ فى نفس الأول ٢ يساوى ٥١٢ مكعب الثالث [١٨٣]

القاعدة الثلاثون :

إذا توالى أعداد متناسبة مبتدئة من الواحد فثالث الواحد مربع ، وكذلك خامسه وسابعه وما بعده ، يترك واحد ويؤخذ واحد ورابع الواحد مكعب ، وكذلك سابعه وعاشره ، وما بعده يترك اثنان ويؤخذ واحد وخامس الواحد مال مال ، وكذلك تاسعه وما بعده يترك خمسة ويؤخذ واحد وسابع الواحد مال كعب ، وكذلك ما بعده يترك خمسة ويؤخذ واحد ، ويكون ضلع أول تلك المضلعات الأعداد المتناسبة على التوالى [١٨٤] .

القاعدة الحادية والثلاثون :

إذا توالى أربعة أعداد على نسبة ، وإذا ضرب الأول ٢ فى الثالث ٨ وكذا الثانى فى الرابع ١٦ ، مم

ضرب الحاصل الأول^(١) وهو ٤ مساو لمربع العدد الثاني ٤ في الحاصل الثاني ٦٤ ، وهو مساو لمربع العدد الثالث ٨ ، يكون جذر الحاصل ١٠٢٤ هذا مساويا لحاصل ضرب العدد الأول ٢ في الرابع ١٦ وهو مساو لحاصل ضرب العدد الثاني ٤ في الثالث ٨ أيضا [١٨٥]

القاعدة الثانية والثلاثون :

إذا نقص من عددين ، أو زيد عليهما عددان على نسبتها كان الباقيان ، أو المجموعان على تلك النسبة أيضاً .

القاعدة الثالثة والثلاثون :

كل عدد يضرب في عددين ، فيكون النسبة بين الحاصلين كالنسبة بينهما .

حاشية : [كضرب^(٢) الثلاثة في الأربعة ، فإن نسبة أحد المضروبين كالأربعة إلى مربعه وهو ١٦ كنسبة المضروب الآخر وهو الثلاثة إلى حاصل الضرب وهو [١٢] .

القاعدة الرابعة والثلاثون :

كل عدد يضرب في عدد آخر يكون نسبة أحد المضروبين إلى مربعه كنسبة المضروب الآخر إلى حاصل الضرب ، فيكون بعد العكس والابدال نسبة حاصل الضرب إلى مربع أحدها كنسبة المضروب الآخر إليه ، أي إلى جذر ذلك المربع فتكون نسبة المربع إلى عدة أجزائه كنسبة الجذر إلى تلك العدة [١٨٦] ، مثلاً نسبة ستة عشر إلى ثلاثة أجزائه وهو اثنا عشر كنسبة الجذر وهو أربعة إلى عدة الأجزاء ، وهو ثلاثة ، فإذا ضرب الأربعة في الثلاثة حصل اثنا عشر ويكون نسبته إلى مربع الأربعة ، وهو ستة عشر كنسبة الثلاثة إلى الأربعة .

القاعدة الخامسة والثلاثون :

كل عدد ٨ ضرب تارة في عدد ٤ وتارة قسم عليه وضرب الحاصل في الخارج من القسمة ، فما حصل فهو مساو لمربع ذلك العدد .

حاشية^(٣) : [قاعدة في خواص الضرب والقسمة : كل عدد يقسم كل واحد منهما على الآخر ، فإن ضرب ما خرج من القسمة أحدها في الآخر يكون واحداً أبداً] .

القاعدة السادسة والثلاثون :

كل عددين قسم كل واحد منهما على الآخر ، وضرب مجموع الخارجين من القسمتين في حاصل ضرب «٢١١» أحد العددين في الآخر ، فما حصل فهو مساو لمجموع مربعي العددين^(٤) .

(١) الأرقام غير موجودة في ل

(٢) هذه الحاشية غير موجودة في ل

(٣) هذه الحاشية غير موجودة في ل

(٤) في ل العدد وهو خطأ

القاعدة السابعة والثلاثون :

إذا قسم أحد العددين على الآخر وكذا الآخر على الأول ، فنسبة أحد الخارجين إلى الآخر كنسبته إلى الواحد مثناة ، وإذا قسم الواحد على أحد الخارجين ، يخرج الآخر ، وإذا ضرب مجموع أحد الخارجين الواحد في المقسوم عليه يحصل مجموع العددين [١٨٧] .

القاعدة الثامنة والثلاثون :

كل عدد قسم على عدد فيكون نسبة الخارج من القسمة إلى مربعه كنسبة المقسوم عليه إلى المقسوم .
فاذا أردنا أن نحصل مجذوراً يكون نسبته إلى جذره كنسبة عدد إلى عدد آخر ، نقسم الأول على الثاني فما يخرج^(١) من القسمة يكون مجذوره العدد المطلوب .

القاعدة التاسعة والثلاثون :

نسبة سعر إلى سعر عند تساوى المسعرين كنسبة مثنى بالسعر الثانى إلى مثنى بالسعر الأول حين تساوى الثمن على التبادل [١٨٨] .

مثاله :

إذا كان مثقال من اللؤلؤ بعشرة دراهم ، ومثقال من الذهب بخمسة دراهم ، فيكون عشرون مثقالاً من الذهب بمائة دينار ، وعشرة مثاقيل من اللؤلؤ بمائة دينار أيضاً ، وكذا يكون النسبة بين الوزنين والمكيلين والذراعين المصطلحين في بلدين ، أو فيما بين طائفتين ، وبين ما يوزن ويكال ويمسح بهما .

حاشية (٢) : [الثمن هو من جنس الدينار أو الدرهم أو الفلاس وأمثالها التي يعطى في عوض شيء أخذ ، والمثنى ذلك الجنس المعوض والسعر هو ثمن مقدار معين مصطلح بين كل طائفة ، والمسعر هو المقدار المصطلح المشهور بين القوم ، كالوقر والمن والرطل والمد والتوب والذراع والجريب والعدد ، وربما كان المسعر أكثر من واحد كما يقال عشرة مثاقيل بسبعة دنانير ، ومائة حبة بدرهمين ، ومائة من الحنطة والشعر بخمسة دنانير] .

مثلاً لما كان ذراع اليد^(٣) ثلاثة أرباع الذراع الهاشمي ، فيكون عدد ذرعان ثوب ممسوح بذراع الهاشمي ثلاثة أرباع عدد ذرعان ذلك الثوب ، إذا مسح بذراع اليد على التبادل .

وأما نسبة مربع ذراع اليد إلى مربع ذراع الهاشمي كنسبة تسعة إلى ستة عشر ، فيكون نسبة مساحة سطح ممسوح بذراع الهاشمي إلى مساحة ذلك السطح بذراع اليد أيضاً ، كنسبة تسعة إلى ستة عشر ، وأما نسبة

(١) في ل فاخرج

(٢) الحاشية غير موجودة في ل

(٣) في ل البلد وهذا خطأ

مكعب ذراع اليد إلى مكعب ذراع الهاشمي ، كنسبة ٢٧ إلى ٦٤ ، فيكون نسبة مساحة لجسم^(١) مسوح بذراع الهاشمي إلى مساحته بذراع اليد أيضاً كنسبة ٢٧ إلى ٦٤ ، وأيضاً يكون نسبة أجرة أجير إلى أجرة أجير إذا تساوت أيام عملهما كنسبة أيام عمل الثاني إلى أيام عمل الأول على تقدير تساوى الأجرتين .

وكذا الحكم إذا كانت عدة من جنس معادلة لعدة من جنس آخر يكون نسبة مقدار جنس واحد من الأعلى إلى مقدار جنس واحد من الأدنى كنسبة عدد الجنس الأدنى إلى عدد الجنس الأعلى [١٨٩] .
مثلاً : إذا كانت عشرة أشياء معادلة لثلاثة أموال ، يكون نسبة مال واحد إلى شيء واحد كنسبة عشرة إلى ثلاثة على التبادل ، لأن المتعادلين مقدار واحد قدر بمقياسين هما شيء واحد ومال واحد .

« القاعدة الأربعون »

مربع كل عدد تساوى مجموع مربع قسميه ؛ وحاصل ضرب أحدهما في ضعف الآخر ، فيكون التفاضل بين كل مربعين بقدر حاصل ضرب مجموع جذريهما في تفاضلهما [١٩٠] .

« القاعدة الحادية والأربعون »

كل عدد نصف وقسم بمختلفين فمجموع حاصل ضرب أحد القسمين في ضعف الآخر ، ومربع الفضل بين النصف والقسم يساوى مربع النصف ، وأيضاً مجموع مربعي القسمين يساوى ضعف مربعي النصف ، والفضل بين النصف والقسم [١٩١] .

« القاعدة الثانية والأربعون »

كل عدد ضرب في أحد قسميه ، وزيد على الحاصل مربع نصف القسم الآخر ، يكون المجموع مساوياً لمربع مجموع ذلك القسم ونصف القسم الآخر [١٩٢] .

« القاعدة الثالثة والأربعون »

نسبة المربع إلى المربع كنسبة الجذر إلى الجذر مثناة ، أعنى إذا كانت نسبة الجذر إلى الجذر نسبة النصف يكون نسبة المربع إلى المربع نسبة نصف النصف أى الربع ، وكل لنظيره ، وكذا يكون نسبة الدائرة إلى الدائرة كنسبة القطر إلى القطر مثناة ، وكذا يكون النسبة بين كل سطحين متشابهين وبين أضلاعهما وأقطارهما النظائر [١٩٣] .

[حاشية : ضلعا كل مسدس ومعتشر يقعان في دائرة ، إذا اتصلا كان الكل مقسوماً على نسبة ذات وسط وطرفين] .

« القاعدة الرابعة والأربعون »

نسبة المكعب إلى المكعب كنسبة الضلع إلى الضلع مثثلة ، وكذا يكون نسبة الكرة إلى الكرة ، كنسبة

(١) في ل مساحة جسم مسوح

القطر إلى القطر مثلثة ، وكذا الحكم بين كل جسمين متشابهين وبين اضلاعهما وبين أقطارهما النظير للنظير ، وكذا يتزايد تكرار نسبة المضلع الأول إلى الضلع الأول بتزايد عدد منزلة المضلعات ، ويكون عدد التكرار مساوياً لعدد منزلة المضلع ، كما تكون نسبة مال الكعب إلى مال الكعب كنسبة الضلع الأول إلى الضلع الأول خمسة [١٩٤] .

« القاعدة الخامسة والأربعون »

إذا أردنا ان نقسم عدداً على نسبة ذات وسط وطرفين ، أى يكون نسبته إلى اعظم قسميه . كنسبة أعظم قسميه إلى الأصغر ، ولابد أن يكون نسبة القسم الأصغر إلى الأعظم ، كنسبة الأعظم إلى مجموعهما .

[حاشية (١) : قال صاحب البلاغ استخراجاً بأقرب تقريب أن ضرب العدد الذى نريد أن نقسمه على نسبة ذات وسط وطرفين فى أحد وعشرين ، ونقسم الحاصل على أربعة وثلاثين فما يخرج من القسمة فهو القسم الأعظم ، وثمانية من العدد المفروض والقسم الأصغر] .

فطريقه ان ضرب ذلك العدد فى نفسه ، ونزيد على الحاصل ربع الحاصل ، ونأخذ جذر ما بلغ ، وننقص منه نصف ذلك العدد ، فما بقى فهو قسمه الأعظم ، وإن كان القسم الأعظم معلوماً والأصغر ومجموعهما مجهولين ، نعمل عليه ذلك العمل بعينه ، يحصل القسم الأصغر ويكون مجموعهما العدد المقسوم على نسبة ذات وسط وطرفين وإن كان أصغر القسمين معلوماً فقط نعمل عليه ذلك العمل بعينه ، فما بقى آخر العمل نزيد عليه الأصغر المعلوم ، فما بلغ فهو القسم الأعظم [١٩٥] .

نوع آخر :

كل عدد نضربه فى ل ر د نه ك كط ل ط سادسة ، وننقص الحاصل من ذلك العدد ، فالحاصل الضرب والباقي هما قسمي ذلك العدد ، لكن العدد على نسبة ذات وسط وطرفين ، وإذا كان القسم الأعظم معلوماً نقسمه على ل ر د نه ك كط ل ط سادسة يخرج من القسمة ، القسم الأصغر ، وإذا كان الأصغر معلوماً نقسمه على فضل الواحد على تلك الرقوم وهى ك ب نه د ل ط ل ك سادسة فما خرج من القسمة فهو القسم الأعظم [١٩٦] .

واعلم أنه كلما كان احد هذه المقادير الثلاثة منطقاً ، فليس الباقيان بمنطقيين وقد استخرجنا هذه القاعدة من الأصول [١٩٧] .

القاعدة السادسة والأربعون :

إذا كان مثلث قائم الزاوية يكون مجموع مربعى ضلعيه المحيطين بها مساوياً لمربع الضلع المتوتر بها [١٩٨] .

القاعدة السابعة والأربعون :

كل مثلث إذا خرج من إحدى زواياه خطوط إلى الضلع المتوتر بها ، ليصير مثلثات تكون نسبة بعضها إلى البعض كنسبة قواعدها من الضلع الذى وصل إليه تلك الخطوط النظير للنظير [١٩٩] .

(١) الحاشية ليست موجودة في ل

القاعدة الثامنة والاربعون :

كل وترين متقاطعين في دائرة ، فيقسم كل واحد منهما بالآخر يكون حاصل ضرب أحد قسمي وتر منهما في القسم الآخر مساويا لحاصل ضرب أحد قسمي الوتر الآخر في القسم الآخر منه [٢٠٠] ، فإذا تقاطع وتر مع القطر على زوايا قائمة تكون حاصل ضرب أحد قسمي القطر في الآخر مساويا لمربع نصف الوتر .

القاعدة التاسعة والأربعون :

إذا أردنا أن نستخرج العدد التام ، وهو الذي يكون اجزأؤه مثله ، أعني يكون مجموع كل عدد يعده يساويه ، كالسنة ، فإن الواحد والاثني والثلاثة يعدها ، ومجموعها ستة . وطريقه ان تجمع أعداد متوالية من الواحد على نسبة الضعف ، وكان عدد المجموع عدداً أولاً ، أى لا يعده غير الواحد ، ثم نضرب المجموع في آخر تلك الأعداد يحصل عدد تام [٢٠١] .

مثاله :

جمعنا الواحد والاثني والأربعة . كان المجموع سبعة ، ولا يعدها غير الواحد ، ضربناها في الأربعة التي هي آخر تلك الأعداد حصلت ثمانية وعشرون ، وهو العدد التام ، لأن مجموع ما يعده يساويه ، أعني مجموع الواحد والاثني والأربعة والسبعة والأربعة عشر .

القاعدة الخمسون :

إذا أردنا أن نستخرج العددين المتحابين وهما عددان يكون مجموع أجزأء كل واحد منهما مساويا للآخر ، نطلب عدداً من تضاعيف الاثني إذا ضربناه تارة في واحد ونصف ، وتارة في ثلاثة ، وننقص من كل واحد من الحاصلين واحداً ، فلا يعد لكل واحد من الباقيين غير الواحد ، فإذا وجد يسمى الباقي الأول الفرد الأول ، والثاني الفرد الثاني .

ولا بد يكون الفرد الثاني زائداً على ضعف الفرد الأول بواحد ، ثم نضرب الفرد الأول في الفرد الثاني ، ونسمى الحاصل بالفرد الثالث ، ثم نضرب العدد الموجود من تضاعيف الاثني تارة في الفرد الثالث وتارة في مجموع الفردين الأول والثاني ، فيكون الحاصل الأول أحد العددين المتحابين وإذا نريد الحاصل الثاني عليه فما بلغ فهو العدد الأخير من المتحابين [٢٠٢] .

مثاله :

أخذنا من تضاعيف الاثني الأربعة وضربناها في واحد ونصف حصلت ستة ، نقصنا منها واحداً بقيت خمسة ، ولا يعدها غير الواحد ، فهي الفرد الأول ثم ضربنا الأربعة أيضاً في ثلاثة حصل اثنا عشر ، نقصنا منه واحداً بقي أحد عشر ، وهو الفرد الثاني أو زدنا على ضعف الفرد الأول واحداً بلغ أيضاً الفرد الثاني ، ضربنا أحد الفردين في الآخر حصلت خمسة وخمسون وهو الفرد الثالث ، ثم ضربنا الأربعة في الفرد الثالث حصل مائتان وعشرون ، وهو أحد المتحابين .

وايضاً ضربنا الأربعة في مجموع الفردين الأول والثاني حصلت أربعة وستون ، زدناه على ذلك بلغ مائتان وأربعة وثمانون ، وهو العدد الثاني من المتحايين ، وقد اوردنا هذا المثال مع مثال آخر في جدول ليسهل فهمه ويكون دستوراً لمن أراد هذا (١) ذلك وهو .

أخذنا عدداً من تضاعيف الأثنين بالصنف المذكورة فكان	ضربناه في واحد ونصفه ونقصنا منه الحاصل بقوى الفرد الأول	زدنا على ضعف الفرد الأول واحداً بلغ الفرد الثاني	ضربنا أحد الفرسين في الآخر حصل الفرد الثالث	حاصل ضرب مجموع الفرسين الأولين في العدد الزوج المذكور من تضاعيف الاثنين	ضربنا الفرد الثالث في العدد المذكور حصل أقل المتحايين	زدنا عليه الحاصل المتقدم بلغ أكثر المتحايين
٤	٥	١١	٥٥	٦٤	٢٢٠	٢٨٤
٨	١١	٢٣	٢٥٣	٢٧٢	٢٠٢٤	٢٢٩٦

وأما استخراج أجزاء كل واحد من المتحايين للامتحان ، أما أجزاء العدد الأقل منها فهي الواحد وتضاعيفه إلى العدد الزوج الذي نعمل عليه ، وكذا كل واحد من الفرد الأول والثاني ، وتضاعيف كل واحد منهما بعدة تضاعيف الواحد إلى الزوج المذكور ، وكذا الفرد الثالث وتضاعيفه بعدة تضاعيف الواحد إلى نصف الزوج المذكور ، فيكون المجموع جميع أجزاء العدد الأقل من المتحايين يساوي العدد الأكثر منهما .
وأما أجزاء العدد الأكثر فهي (٢) الواحد وتضاعيفه إلى الزوج المذكور ، ومجموع الأفراد (٣) الثلاثة وتضاعيفه بعدة تضاعيف الواحد إلى نصف الزوج المذكور [حسب الجدول في الصفحة التالية] .

الباب الرابع في الأمثلة

أعلم أن في استخراج الجهولات العددية من معلوماتها طرقاً مختلفة ، وهي إما محتاجة إلى فرض المجهول شيئاً مهماً ، كعلم الجبر والمقابلة ، وإما لا يحتاج إليه سمي بعلم المفتوحات وهي كمقدمات الحساب التي سبقت أو كما يحصل ببعض من تلك المقدمات ، واستعانة بعض القوانين من النسبة وهو شامل لمسألة الخطأين أيضاً أفرزها (٤) منه لخصوصيتها بفرض المجهول عدداً ، ثم عدداً آخر ، وربما كان السؤال مغلقاً من جهة العبارة لا يفيهم في عرض الحال كيفية المناسبة بين مجهولاته ومعلوماته نظن أن لا يحصل استخراجها بالمفتوحات أو لا يمكن التصرف فيه بالجبر والمقابلة ، أو لا ينتهي بعد التصرف فيه إلى المعادلة ، أو يكون مستحيلة ،

(١) في ل لمن أراد ذلك العمل والجدول هذا .

(٢) في ل على

(٣) في ل الأجزاء

(٤) في ل أفرزت منه .

مثال لجمع أجزاء العددين المتحابين المستخرجة عن الأربعة					
أجزاء العدد الأقل أعني ٢٢٠ مجموعها يساوي الأكثر			أجزاء العدد الأكثر أعني ٢٨٤ مجموعها يساوي الأقل		
الواحد وضعيفه إلى الأربعة	الفرد الأول وضعيف مرتين	الفرد الثاني وضعيف مرتين	الفرد الثالث وضعيفه	الواحد وضعيفه إلى الأربعة	مجموع الأفراد الثلاثة وضعيفه
١ ٢ ٤	٥ ١٠ ٢٠	١١ ٢٢ ٤٤	٥٥ ١١٠	١ ٢ ٤	٧ ١٤٢
مجموع هذه الأعداد ٢٨٤			مجموع هذه ٢٢٠		

مثال لجمع أجزاء العددين المتحابين المستخرجين عن العمانية					
أجزاء العدد الأقل أعني ٢٠٢٤ مجموعها يساوي الأكثر			مجموع أكثرها أعني ٢٢٩ مجموعها يساوي الأقل		
الواحد وضعيفه إلى الثمانية	الفرد الأول وضعيفه ثلاثة مرات	الفرد الثاني وضعيفه ثلاثة مرات	الفرد الثالث وضعيفه مرتين	الواحد وضعيفه إلى الثمانية	مجموع الأفراد الثلاثة وضعيف مرتين
١ ٢ ٤ ٨	١١ ٢٢ ٤٤ ٨٨	٢٣ ٤٦ ٩٢ ١٨٤	٢٥٣ ٥٠٦ ١٠١٢	١ ٢ ٤ ٨	٢٨٧ ٥٧٤ ١٠٤٨
مجموع هذه الأعداد ٢٢٩٦			مجموعها ٢٠٢٤		

فينبغي للمستخرج أن يعين النظر فيه ، ويخلص عبارته ، ويعرف المناسبة بين معلوماته ومجهولاته ، وخواص بعضها مع بعض ولوازمه حتى سهل عليه استخراج المجهول منه ، ويقال لهذا الأمر التحليل والتركيب ، وينبغي أن يكون ماهرا مستحضرا على مقدمات الحساب وسائر قوانينه ، ويكون صاحب ذهن ذكي وحس قوي وطبع سليم .

وبعد يراد هذه المباحث نشر في إيراد أمثلة استخراج بعض المجهولات من معلوماتها بالقوانين المذكورة ليكون منهاجا للمبتدئين في طريق استعمال القوانين السابقة ، وهي أربعون مثالا ، أوردناها في ثلاثة فصول ، وإنما أوتي بعض هذه الأسئلة في البهائية ، لكننا نورد في عمله ما لا يورد فيها مع فوائد كثيرة لا يخفى على من نظر فيه .

الفصل الأول : مشتمل على خمسة وعشرين مثالا .

المثال الأول :

نريد عدداً إذا ضوعف وزيد عليه واحد وضرب المجموع في ثلاثة وزيد على الحاصل اثنان ثم ضرب ما بلغ في أربعة ، وزيد على الحاصل ثلاثة ، بلغت خمسة وتسعين .

طريق استخراج الجبر والمقابلة أن نرض ذلك العدد شيئا ، زدنا على ضعفه واحداً بلغ شيئين وواحد ضربناه في الثلاثة حصلت ستة أشياء وثلاثة ، زدنا عليه اثنين بلغت ستة أشياء وخمسة ، ضربناها في الأربعة حصلت من الأشياء أربعة وعشرون ومن العدد عشرون ، زدنا عليه الثلاثة بلغ أربعة وعشرين شيئا ، وثلاثة وعشرين عدداً ، وهو يعادل خمسة وتسعين ، فأسقطنا المشترك من المتعادلين ، أعنى ثلاثة وعشرين عدداً بقيت أربعة وعشرون شيئا معادلاً لاثنتين وسبعين عدداً ، فانتهد المسألة إلى الأولى من المفردات ، فقسمنها العدد على عدد الأشياء خرجت ثلاثة وهي العدد المجهول [٢٠٣].

والأسهل أن نعمل في استخراج هذه المسألة بالتحليل هكذا :

نقصنا من الخمسة والتسعين المعلوم ثلاثة ، بقي اثنان وتسعون ، قسمناه على الأربعة خرجت ثلاثة وعشرون نقصنا منه الاثنتين بقي أحد وعشرون ، قسمناه على ثلاثة خرجت سبعة ، نقصنا واحداً بقيت ستة ، أخذنا نصفها كانت ثلاثة وهي المطلوب [٢٠٤].

وأما استخراج الجبر بالخطأين :

فرضنا ذلك العدد اثنين خرج أحد وسبعون ، وهو ناقص من خمسة وتسعين بأربعة وعشرين ، وهو الخطأ الأول ، ثم فرضناه (١) خمسة خرجت مائة ثلاثة وأربعون ، وهو زائد من الخمسة والتسعين بثمانية وأربعين وهو الخطأ الثاني ، فضررنا المفروض الأول وهو اثنان في الخطأ الثاني ، وهو ثمانية وأربعون حصلت ستة وتسعون ، وضررنا المفروض الثاني وهو خمسة في الخطأ الأول وهو أربعة وعشرون حصلت مائة وعشرون . ولما كان أحد الخطأين ناقصاً ، والآخر زائداً قسمنا مجموع الحاصلين ، وهو مائتان وستة عشر على مجموع الخطأين وهو اثنان وسبعون خرجت ثلاثة وهي المطلوب .

المثال الثاني :

جماعة دخلوا بستاناً ، وقد اجتني أحدهم رماناً واحداً والناني اثنين والثالث ثلاثة وهكذا ، يتزايد بواحد واحد ، ثم قسموا جميع ما معهم فيما بينهم بالسوية ، فأصاب كل واحد منهم ستة ، فكم يكون عدد الجماعة .

وأسهل استخراج هذه المسألة بالمفتوحات باستعانة القاعدة الثالثة ، وهو أن نقص واحداً من ضعف الستة ، التي هي حصة كل واحد منهم ليبقى أحد عشر وهو عدد الجماعة .

(١) في ل ضربناه .

وأما بالجبر والمقابلة ، فبأن نفرض عدد الجماعة شيئاً ، ونزيد عليه واحداً ، ليصير شيئاً وواحداً ، فنضربه في نصف شيء يحصل نصف مال ونصف شيء ، وهو عدد جميع الرمان الذي اجتنبه بالنظم الطبيعي على ما سبق في القاعدة الثالثة .

ثم نضرب الستة ، وهي نصيب كل منهم في شيء وهو عدد الجماعة تحصل ستة أشياء ، وهو عدد جميع الرمان ، وهي معادلة لحاصل الأول ، وهو نصف مال ونصف شيء ، وبعد حذف نصف الشيء المشترك من المتعادلين يبقى خمسة أشياء ونصف معادلاً لنصف مال ، وقد انتهت المسألة بالثانية من المفردات ، قسمنا الخمسة والنصف على النصف ، خرج أحد عشر ، وهو عدد الجماعة مثل ما سبق .

المثال الثالث :

بحر وعلى ساحله سائران تفارقا في وقت واحد ، وسار أحدهما كل يوم عشرة أميال ، والآخر في خلاف جهة الأول في اليوم الأول ميلاً ، وفي الثاني ميلين ، وفي الثالث ثلاثة وهكذا يتزايد واحد واحد بحيث لم يبعدا عن ساحله ، فإذا لاقيا قطع الأول سدساً من المحيط والآخر خمسة أسداسه ، نريد أن نعرف مقدار المحيط ، ومقدار أيام السير .

فرضنا أيام السير شيئاً ، فيكون مقدار حركة السائر الأول عشرة أشياء ، ومقدار حركة السائر الثاني نصف مال ونصف شيء الذي هو مجموع الشيء^(١) بالنظم الطبيعي ، كما سبق في المثال المتقدم ، ولأنه قطع خمسة أسداس المحيط ، والسائر الأول سدسه ، ضربنا مقدار حركة السائر الأول في خمسة حصل خمسون شيئاً ، وهو معادل لنصف مال ونصف شيء .

وبعد اسقاط نصف الشيء المشترك من المعادلين ، يبقى نصف مال معادلاً لتسعة وأربعين شيئاً ونصف شيء ، قسمنا على عدد الأموال ، وهو النصف بأن ضعفناه صار تسعة وتسعين ، وهو الشيء المجهول اعني أيام السير ، ضربناه في مقدار حركة السائر الأول وهو عشرة أميال حصل تسعمائة وتسعون ميلاً ، وهو سدس المحيط ، فيكون محيط البحر خمسة آلاف وتسعمائة وأربعين ميلاً ، نقصنا منه ما قطع السائر الأول ، بقي أربعة آلاف وتسعمائة وخمسون ميلاً ، وهو ما قطع السائر الثاني ، امتحانه كان أيام السير تسعة وتسعين ، زدنا عليه واحداً بلغ مائة ضربناها في نصف تلك الأيام حصلت أربعة آلاف وتسعمائة وخمسون كما سبق .

وأما بالافتوحات ف ضربنا مقدار سير السائر الأول في يوم واحد وهو عشرة في خمسة حصل خمسون ضعفناه صار مائة ، نقصنا منه واحداً بقيت تسعة وتسعون ، وهو عدد أيام سيرها .

المثال الرابع :

ثوب قيمته مجهول ، وهو عشرة أذرع ، فبيع بعض منه ، يكون عدد ذرعانه سبع قيمة الثوب بسبعة عشر ديناراً ونصف دينار ، نريد أن نعرف قيمة الثوب ، ومقدار المبيع منه .

(١) في ت حاشية : لأن نسبة حاصل الضرب إلى مربع ذرعان المبيع ، كنسبة قيمة الثوب إلى ذرعان المبيع ، وقيمة الثوب سبعة أمثال ذرعان المبيع ، فلماذا يأخذ سبعة .

فبالمفتوحات لما كان نسبة ذرعان الثوب إلى قيمته ، كنسبة ذرعان المبيع إلى ثمنه ، فعلى ما ذكرناه في القاعدة السابعة عشرة ، ضربنا عدد ذرعان الثوب وهو عشرة في ثمن المبيع وهو سبعة عشر ونصف حصلت مائه وخمسة وسبعون ، وبالقاعدة الرابعة والثلاثين أخذنا سبعة^(١) فكان خمسة وعشرين أخذنا جذره فكان خمسة ، وهو ذرعان المبيع ، فيكون قيمة الثوب خمسة وثلاثين .

وبالجبر والمقابلة فرضنا ذرعان المبيع شيئا فيكون قيمة الثوب سبعة أشياء ، وحاصل ضربيهما يكون سبعة أموال ، وهو معادل لحاصل ضرب ذرعان الثوب في ثمن المبيع ، وهو مائه وخمسة وسبعون عددا ، ولما انتهى العمل بالثلاثة من المفردات ، قسمنا العدد على عدد الأموال خرجت من القسمة خمسة وعشرون ، أخذنا جذره فكان خمسة وهي ثمن المبيع وسبعة أمثاله تكون قيمة الثوب ، وهي خمسة وثلاثون .

وبوجه آخر فرضنا قيمة الثوب شيئا ، وقسمنا عليه حاصل ضرب ذرعان الثوب في ثمن المبيع منه ، وهو مائة وخمسة وسبعون عددا ، خرجت من القسمة مائة وخمسة وسبعون جزء شيء ، وهو معادل لسبع شيء ، ولما كانت للنسبة بين جزء الشيء والشيء كالمناسبة بين العدد والمال ، فبدلنا جزء الشيء بالعدد والشيء بالمال فصارت مائة وخمسة وسبعون عددا معادلا لسبع مال ، فأنهى بالثلاثة من المفردات .

قسمنا العدد على عدد المال بأن ضربناه في مخرج السبع حصل ١٢٢٥ وهو الخارج من القسمة ، أخذنا جذره فكان خمسة وثلاثين وهو قيمة الثوب يكون سبعة بخمسة وهو ذرعان المبيع .

النال الخامس :

اشترينا جنسا بعشرة ، وبعناه باثني عشر ربخنا ثلاثة أجزار رأس المال ، فكم يكون رأس المال .

فبالمفتوحات ضربنا عدد الأجزاء وهو ثلاثة في سعر الشئ حصل ثلاثون قسمناه على فضل ما بين المسعرين وهو اثنان خرج من القسمة خمسة عشر ، وهو جذر رأس المال ، لأن نسبة المربع إلى عدة من أجزاره كنسبة الجذر إلى تلك العدة بالقاعدة الرابعة والثلاثين ، فيكون رأس المال مائتين وخمسة وعشرين .

طريق آخر : بالتحليل والتركيب خلاصة كلام هذا السؤال أنا أردنا عددا مربعا تكون ثلاثة أجزاره خمس ذلك العدد ، فإذا ضربنا الثلاثة في مخرج الخمس نحصل خمسة عشر ، فعلم أن ذلك المربع خمسة عشر مثلاً لجذره فيكون ضلعه أيضا خمسة عشر لأن المربع هو تكرار الجذر بعدته .

وبالجبر والمقابلة فرضنا رأس المال مالا لاحتياجنا لجذره فتكون ثلاثة أجزاره معادلا لجنس مال . انتهى

بالثانية من المفردات ، قسمنا عدد الأجزاء وهو ثلاثة على عدد المال وهو خمس خرجت خمسة عشر وهو الشيء المجهول ربخناه صار مائتين وخمسة وعشرين وهو رأس المال مثل ما مر .

[حاشية^(٢) في الهامش : نسبة المربع إلى عدة من أجزاره كنسبة الجذر إلى تلك العدة ، ونسبة المربع إلى عدة من أجزاره كنسبة رأس المال إلى ثلاثة أجزاره ، ومن نسبة العشرة إلى الاثنين كما مر فيكون نسبة

(١) في ل أثناء السير وفي ت ناقصة .

(٢) الحاشية موجودة في ت وليست موجودة في ل

وقيمة مثقال من الذهب أربعة دنانير ومن اللؤلؤ عشرون ديناراً ، ومن الياقوت ثلاثون ديناراً ، نريد أن نعرف وزن كل واحد منها .

وفي استخراجها طرق ثلاثة :

الطريق الأول : نضرب وزن الحلي في السعر الأعلى ، وننقص منه قيمة الحلي فما بقي نقسمه على التفاضل بين سعري الأعلى والأدنى فما خرج نحفظه [٢٠٠] ثم نأخذ وزن الأرخص مقداراً يكون أقل من المحفوظ كم كان وليكن نصف مثقال من الذهب يكون قيمته دينارين ، ننقص الوزن من وزن الحلي وقيمه من قيمته ليتبقى حلياً مركباً من اللؤلؤ والياقوت وزنه مثقالان ونصف ، وقيمه ثمانية وخمسون ديناراً .

نستخرج وزنها كما سبق في المثال المتقدم بأن نفرض وزن اللؤلؤ شيئاً ، يكون قيمته عشرين شيئاً ويبقى وزن الياقوت مثقالان ونصف إلا شيئاً ضربناها في ثلثين حصل ثمن الياقوت خمسة وسبعون ديناراً إلا ثلثين شيئاً يكون مجموع الثمين خمسة وسبعين ديناراً إلا عشرة أشياء وهو معادل لقيمة الحلي المركب من اللؤلؤ والياقوت ، وهي ثمانية وخمسون ديناراً .

وبعد الجبر (١) والمقابلة يكون سبعة عشر ديناراً ، معادلاً لعشرة أشياء فخرج من قسمة العدد على عدد الأشياء وزن اللؤلؤ مثقال وسبعة أعشار ، وبقي وزن الياقوت أربعة أخماس مثقال ، وضعناها مع وزن الذهب وثمن كل منهما في جدول وهو هذا .

الذهب	اللؤلؤ	الياقوت	
نصف مثقال	مثقال وسبعة أعشار	أربعة أخماس مثقال	وزن كل منهما
ديناران	أربعة وثلاثون ديناراً	أربعة وعشرون ديناراً	ثمن كل منهما

الطريق الثاني : أن نجتمع سعري الأرخصين ، وننصف المجموع ليصير كجنس واحد قيمة مثقال منه ذلك ، النصف ، أعني إثني عشر ديناراً ، فكان الحلي مركب من جنسين أحدهما مركب من جنسين قيمة مثقال منه إثنا عشر ديناراً والآخر ياقوت قيمة مثقال منه ثلاثون ديناراً ، وقيمة الحلي ستون ديناراً ، فيستخرج وزن كل منهما كما سبق في المثال السادس : مثلاً ضربنا وزن الحلي وهو ثلاثة في السعر الأعلى وهو الثلاثون حصل تسعون أخذنا التفاضل بينه وبين قيمة الحلي فكان ثلثين قسمناه على التفاضل بين السعريين أعني الإثني عشر والثلاثين وهما ثمانية عشر خرج من القسمة وزن مجموع الأرخصين ، مثقال وثلثان على التناصف بينهما وبقي وزن الياقوت مثقال وثلث كما في هذا الجدول .

(١) في ل وهو مع عشرين شيئاً أي خمسة وسبعون معادل لعشرة ... الخ .

(٢) في ل تسعة بدل من سبعة وهذا خطأ .

الذهب	اللؤلؤ	الياقوت	
خمسة أسوس مثقال	خمسة أسوس مثقال	مثقال وثلاثة	الأوزان
ثمانية دنانير وثلاثة دنانير	سبعة عشر دينار وثلاثة دنانير	أربعون ديناراً	الأمثال

[حاشية (١) : ولو فرض وزن الذهب مثقالاً ، بقي مثقالان من اللؤلؤ والياقوت ، قيمتها ستة وخمسون ، فرضنا اللؤلؤ شيئاً قيمته عشرون شيئاً ، فالياقوت مثقالان إلا شيئاً قيمته ستون إلا ثلثين (ثلاثين) شيئاً . فقيمة المجموع ستون إلا عشرة أشياء تعدل ستة وخمسين ، فالشيء خمسان منها اللؤلؤ قيمته ثمانية دنانير والياقوت مثقال وثلاثة أخماس مثقال قيمته ثمانية وأربعون وهكذا فالمسألة سيالة] .

الطريق الثالث :

أن نفرض وزن الذهب شيئاً ووزن اللؤلؤ أيضاً شيئاً بقي وزن الياقوت ثلاثة مثاقيل إلا شيئين ، فيكون ثمن الذهب أربعة أشياء وثمان اللؤلؤ عشرين شيئاً وثمان الياقوت تسعين ديناراً إلا ستين شيئاً مجموعها تسعون ديناراً إلا ستة وثلاثين شيئاً . وهو معادل لستين ديناراً .

وبعد إسقاط المشترك والجبر يكون ثلاثون معادلاً لسته وثلاثين شيئاً ، فإذا قسمنا العدد على عدد الأشياء خرج وزن الذهب خمسة أسداس مثقال ، وكذا وزن اللؤلؤ وبقي وزن الياقوت مثقال وثلث كما سبق . وإن قيد في السؤال أن وزن أحد من الجواهر ثلث وزن أحد الباقيين أو أربعة (ربعة) أو على نسبة أخرى ، نفرض ذلك الجواهر شيئاً والآخر ثلاثة أشياء أو أربعة أشياء على النسبة المقيدة في السؤال ونتم العمل ، وإن كان الحلي مركباً من أربعة أجناس فبالطريق الأول نضرب وزن الحلي في السعر الأعلى ، وننقص منه قيمة الحلي ، فما بقي نقسمه على فضل السعر الأعلى على نصف مجموع سعري الأرخصين ، أو على ثلث مجموع سعر الأرخص ، وضعف سعر الأرخص الآخر .

وأن نأخذ وزن الأول نصف وزن الثاني ، وقس عليه فما خرج فهو المحفوظ ، ثم نأخذ وزن كل واحد من الأرخصين مقداراً إما متساويين أو مختلفين ، بحيث يكون مجموعهما أقل من المحفوظ ، وينقص وزنهما عن وزن الحلي ، وقيمتهم عن قيمته ، فما بقي من الأول يكون وزني الباقيين معاً ، ومن الثاني يكون قيمتهما معاً ، نستخرجها كما سبق في المثال السادس .

وبالطريق الثاني :

إما أن نفرض كل جنسين منهما جنساً واحداً ليؤدي إلى المثال السادس ، ويحصل جنسان منها متساويا الوزن ، وكذا الجنس الآخران ، أو نفرض ثلاثة أجناس منها جنساً واحداً مركباً من الثلاثة ليحصل الثلاثة متساوية الوزن ، وعلى هذا القياس إن كان مركباً من أجناس كثيرة .

(١) هذه الحاشية ليست موجودة في ت وموجودة في ل .

وبالطريق الثالث :

نفرض وزن كل واحد منها سوى الأعلى شيئاً ، ونستثنى جميع تلك الأشياء عن وزن الحلى ليكون الباقي^(١) وزن الجنس العالى وبقى العمل كما سبق .

المثال الثامن :

أجير أجرته في الشهر ، أعنى ثلاثين يوماً عشرة دنانير وثوب ، عمل ثلاثة أيام ، فاستحق الثوب ، فكم تكون قيمة الثوب .

فرضناها شيئاً فيكون الأجرة في الشهر عشرة دنانير و شيئاً ، أخذنا عشره لأن أيام عمله عشر أيام الشهر ، فكان ديناراً وعشر شيء ، وهو قيمة الثوب يعادل شيئاً ، وبعد المقابلة أى إسقاط العشر المشترك يكون ديناراً ، معادلاً لتسعة أعشار شيء ، فقسمنا الدينار على عدد الأشياء وهو تسعة أعشار خرج من القسمة واحد وتسع وهو المطلوب .

وإن عمل سبعة أيام ، واستحق الثوب فكم يكون ثمنه .

فرضناه شيئاً فيكون الأجرة في الشهر عشرة دنانير و شيئاً ، ونسبته إلى أيام الشهر كنسبه^(٢) الشيء إلى أيام عمله ، وكما مر في القاعدة السابعة عشرة ، ضربنا الثلاثين في الشيء حصل ثلاثون شيئاً ، وضربنا السبعة في عشرة دنانير و شيء حصل سبعون ديناراً وسبعة أشياء معادلاً لحاصل الأول وهو ثلاثون شيئاً ، وبعد إسقاط سبعة الأشياء ، المشتركة فيهما بقي سبعون ديناراً معادلاً لثلاثة وعشرين شيئاً .

قسمنا العدد على عدد الأشياء ، فخرج من القسمة ثلاثة وجزء من ثلاثة وعشرين ، وهو الشيء المجهول ، أعنى الثوب .

اثمناه :

زدناه على العشرة بلغت الأجرة في الشهر ثلاثة عشر وجزء من ثلاثة وعشرين ، ضربناه في السبعة التي هي أيام العمل ، حصل أحد وتسعون وسبعة أجزاء من ثلاثة وعشرين ، قسمناه على أيام الشهر خرج من القسمة ثلاثة وجزء من ثلاثة وعشرين مساوياً لثمن الثوب .

وبالمفتوحات إذا عمل سبعة أيام ، استحق الثوب فإن عمل بقية الشهر استحق عشرة دنانير ، قسمنا العشرة على البقية أعنى ثلاثة وعشرين ، خرج من القسمة عشرة أجزاء من ثلاثة وعشرين ، وهو أجرة يوم واحد ، فيكون أجرة سبعة أيام ثلاثة دنانير وجزء من ثلاثة وعشرين .

[حاشية^(٣) : كل أربعة أعداد متناسبة يكون حاصل ضرب الأول في الرابع مساوياً لحاصل ضرب الثاني في الثالث] .

(١) في ت ليكون وزن الجنس العالى وبقى العمل كما سبق .

(٢) في ل كنسبته .

(٣) هذه الحاشية ليست موجودة في ل .

المثال التاسع :

ثلاثة أجراء — أجرة أحدهم في الشهر خمسة والثاني أربعة والثالث ثلاثة ، عمل كل واحد منهم أياماً وكسوراً مجهولة مجموعها ثلاثون يوماً ، وكانت اجرتهم في أيام العمل متساوية ، نريد أن نعرف أيام عمل كل واحد منهم .

لما كانت نسبة أجرة الأول في الشهر إلى أجرة الثاني فيه كنسبة الخمسة إلى الأربعة ، ونسبة أجرة الأول فيه إلى أجرة الثالث فيه كنسبة الخمسة إلى الثلاثة ، فتكون [نسبة^(١) أيام عمل الأول إلى أيام عمل الثاني كنسبة الأربعة إلى الخمسة] ونسبة أيام عمل الأول إلى أيام عمل الثالث كنسبة الثلاثة إلى الخمسة على التبادل عند تساوى الأجرة كما مر في القاعدة التاسعة والثلاثين . [

[حاشية^(٢) : وهو أن نسبة أجرة أجير إلى أجرة أجير آخر ، تساوت أيام عملهما كنسبة أيام عمل الثاني إلى أيام عمل الأول على تقدير تساوى الأجرتين] .

فترضنا أيام عمل من يأخذ في الشهر خمسة — شيئاً ، ولمن يأخذ في الشهر أربعة^(٣) أشياء وربيع شىء ، لأن الخمسة مثل وربيع للأربعة ، ولمن يأخذ في الشهر ثلاثة أشياء وثلاثى شىء .

جمعناها صارت ثلاثة أشياء وأحد عشر جزءاً من اثني عشر ، وهو معادل لثلاثين ، قسمنا الثلاثين عليه فخرج من القسمة سبعة وأحد وثلاثون جزءاً من سبعة وأربعين جزءاً وهو الشىء المجهول ، أغنى أيام عمل من يأخذ في الشهر خمسة .

أخذنا ربعه فكان واحداً وثلاثة وأربعين جزءاً من سبعة وأربعين ، زدناه عليه بلغت تسعة أيام وسبعة وعشرون جزءاً من سبعة وأربعين . وهذا أيام عمل من يأخذ في الشهر أربعة ، ثم أخذنا ثلثي أيام عمل الأول فكان خمسة وخمسة أجزاء من سبعة وأربعين .

زدناه على أيام عمل الأول بلغ اثني عشر يوماً وستة وثلاثين جزءاً من سبعة وأربعين وهو أيام عمل الثالث ، وإن أخذنا ثلث أيام عمل الأجير الثاني ، ونزيده عليه بلغت أيضاً أيام عمل الأجير الثالث ، وقد وضعنا هذه المقادير في جدول مع امتحانها^(٤) [في الصفحة التالية] [٢٠٦] .

المثال العاشر :

أربعة أجراء : يكون أجرة أحدهم في الشهر ستة والثاني خمسة والثالث أربعة والرابع ثلاثة ، عمل كل واحد أياماً مجهولة مجموعها ثلاثون يوماً .

فترضنا أيام عمل الأول شيئاً ، فيكون للثاني شىء وخمس شىء بما مر في المثال المقدم .

(١) هذه الجملة التى بين قوسين ليست موجودة فى ت .

(٢) هذه الحاشية موجودة فقط فى ت .

(٣) فى ل شيئاً وربيع شىء .

(٤) امتحانها ليست موجودة فى ل .

الأجير الأول	الأجير الثاني	الأجير الثالث	
خمسة دنانير	أربعة دنانير	ثلاثة دنانير	أجرتهم في الشهر
٧ ٣١ ٤٧	٩ ٢٧ ٤٧	١٢ ٣٦ ٤٧	(٤) مدت عمل كل منهم
ضربناه في الخمسة	ضربناه في الأربعة	ضربناه في الثلاثة	
<p>مصل من كل واحد من هذه الضروب قسناه على ثلاثين خرج من القسمة دينار وثلاثة عشر جزاً منه سبعة وأربعين</p>			الامتحان
<p>٣٨ ١٤ ٤٧</p>			(٥)

[حاشية (٤) لأن نسبة أجرة الأول إلى الثاني كنسبة الستة إلى الخمسة ، فيكون نسبة أيام عمل الأول إلى أيام عمل الثاني كنسبة الخمسة إلى الستة وعلى هذا القياس في البواقي]
وللثالث شيء ونصف شيء وللرابع شيئان مجموعها خمسة أشياء وسبعة أعشار شيء معادل لثلاثين . قسناه عليه خرجت من القسمة خمسة ، وخمسة عشر جزءاً من سبعة وخمسين .
فهو أيام عمل الأجير الأول .

فيكون للباقي كما وضعناه في جدول وهو هذا . [الصفحة التالية]

المثال الحادي عشر :

أردنا أن نقسم عشرة بقسمين ، يكون مجموع مربع قسم منهما مع نفس القسم الأخير مربعا .
فرضنا ذلك القسم شيئا والقسم الأخير شيئين وواحداً من العدد ، ليكون مع المال مربعا ، أعني ليكون مجموع مربع الأول وهو مال ونفس الثاني وهو شيئان وواحد ، مالا وشيئين واحداً .
نوجد جذره وهو شيء وواحد ، فجمعنا المقروضين فكانت ثلاثة أشياء وواحداً ، وهو معادل العشرة .
وبعد إسقاط الواحد المشترك منهما يكون ثلاثة أشياء معادلة لتسعة ، قسناها عليها خرجت من القسمة ثلاثة ،

(١) في ت الأجر .

(٢) صحتها مدة .

(٣) ١٤ خطأ وصحته ٨٣ والخطأ في المخطوطين .

(٤) هذه الحاشية موجودة فقط في ت

أجرة الأول	الثاني	الثالث	الرابع	
سنة دنانير	خمسة دنانير	أربعة دنانير	ثلاثة دنانير	أجرهم في الشهر
٥ ١٥ ٥٧	٦ ١٨ ٥٧	٧ ٥١ ٥٧	١٠ ٣٠ ٥٧	أيام عمل كل منهم
ضرباه في السنة	ضرباه في الخمسة	ضرباه في الأربعة	ضرباه في الثلاثة	
<p>محصل من كل واحد من هذه الضروب</p> <p>٣١ قسما على ثمانية ، خرج دينار وثلاثة أجزاء</p> <p>٣٣ من سبعة وخمسين وهو أجرة كل واحد منهم في تلك الأيام</p> <p>٥٧</p>				المحاسبان العمل

وهو الشيء المجهول ، أعنى القسم الأول ، وبقية القسم الآخر سبعة . وهي مع مربع الثلاثة تكون ستة عشر وهو مربع .

وإن أردنا نفرض القسم الأول شيئين والثاني اثني عشر شيئا وتسعة من العدد ، ليكون مربع الأول وهو أربعة أموال مربعا جذره شيان وثلاثة ، فيكون المجموع أربعة عشر شيئا وتسعة وهو معادل للعشرة .

وبعد إسقاط التسعة المشتركة يبقى جميع (١) أربعة عشر شيئا معادلا لواحد قسمناه عليه ، خرج من القسمة نصف سبع ، وهو الشيء الواحد المجهول ، ولما فرضنا القسم الأول شيئين يكون هو (٢) السبع ، والقسم الآخر تسعة وستة أسباع ، وهو مع مربع الأول تسعة وثلاثة وأربعون جزءا من تسعة وأربعين ، وهو مربع إذ يكون جذره ثلاثة وسبعا ، وهو ما فرضناه شيئين وثلاثة .

المثال الثاني عشر :

نريد عددا إذا زدنا عليه ثلاثة ونصف أو نقصنا منه ثلاثة ونصف يكون بعد الزيادة والنقصان مربعا .
وخلاصة الكلام فيه إننا أردنا عددا إذا زدنا على مربعه سبعة كان المبلغ مربعا [فإذا وجد (٣) وزيد على مربعه سبعة كان المبلغ مربعا] فإذا وجد وزيد على مربعه ثلاثة ونصف (٤) يكون بعد الزيادة والنقصان مربعا [٢٠٨] .

(١) جميع ليست موجودة في ت

(٢) هو ليست موجودة في ت

(٣) الجملة بين القوسين ليست في ت

(٤) في ت التعبير التالي : بلغ العدد الذي إذا زيد عليه أو نقص منه ثلاثة ونصف يكون بعد الزيادة والنقصان مربعا

فبالجبر والمقابلة فرضناه شيئاً ، فيكون مربعه مالا ، زدنا عليه السبعة بلغ مالا وسبعة ، قابلناه بمربع وهو مال وشيئان وواحد ، وقد أوردنا شرط هذه المقابلة في القاعدة الثانية وبعد إسقاط المشتركة بقيت ستة معادلة شيئين ، قسمنا الستة على الاثنين خرجت ثلاثة وهو المطلوب .

فإذا زدنا على مربعه ثلاثة ونصفا بلغ اثني عشر ونصفا وهو العدد المطلوب أولا ، أى الذى إذا زيد عليه أو نقص منه ثلاثة ونصف يكون بعد الزيادة أو النقصان مربعا .

وإن قابلناه بمال وأربعة أشياء إلا أربعة ، وبعد إسقاط المشتركة بقيت ثلاثة معادلة لأربعة أشياء ، قسمنا العدد على عدد الأشياء خرجت ثلاثة أرباع ، فإذا زدناه على مربعه وهو تسعة أجزاء من ستة عشر السبعة المذكورة ، بلغت سبعة وتسعة أجزاء من ستة عشر ، وهو مجذور جذره اثنان وثلاثة أرباع .

وبالمفتوحات تنقص أى مربع كان من العدد الذى زيد أن يقع بين المربعين ، ونقسم نصف الباقي على جذر ذلك المربع فما خرج فهو المطلوب أى جذر المربع الأقل ، وهو مع جذر (١) ذلك المربع يكون جذر المربع الأكثر .

مثلا : فى هذه المسألة نقصنا مربعا ، وهو الأربعة من السبعة التى زيد أن يقع ما بين المربعين ، بقيت ثلاثة قسمنا نصفها وهو واحد ونصف على جذر ذلك المربع ، وهو اثنان فخرجت ثلاثة أرباع وهى جذر المربع الأقل وهو المطلوب .

ولو نزع نصف العدد الذى زيد أن يقع بين المربعين ، ونزيد عليه ربع (٢) مربع الواحد دائما ، فإذا زدنا على المبلغ أو نقصنا منه ذلك النصف امكن ما بلغ أو ما بقى مربعا ، وما سبق أعم من هذا .

المثال الثالث عشر :

أردنا أن نقسم عشرين بقسمين ، يكون أحد قسميه مساويا لمربع الآخر .

فرضنا أحد القسمين شيئا ، فيكون القسم الآخر عشرين إلا شيئا ، وهو معادل لمال ، وبعد الجبر صار عشرون معادلا لمال وشيء ، فأنهى العمل بالمسألة الأولى من المقترنات .

أخذنا مربع نصف عدد الأشياء وهو النصف ، فكان ربعا زدناه على العدد وهو عشرون بلغ عشرين وربعا ، أخذنا جذره فكان أربعة ونصفا ، نقصنا منه نصف عدد الأشياء وهو النصف بقيت أربعة وهو المطلوب ، ووضعنا أرقام العمل وشرحه فى جدول لتسهيل ضبطه .

عدد الأشياء	نصفه	مربع نصفه عدد الأشياء	العدد	مجموعها	جذره	نقصنا منه نصف عدد الأشياء بشيء ليجعل
واحدة	١	١	٢٠	٢١	٤	أربعة

(١) فى ل عدد
(٢) ليست موجودة فى ت

المثال الرابع عشر :

أجير أجرته في الشهر تسعون دينارا عمل أياما مجهولة ، فاستحق مقدارا إذا نقص منه ديناران بقي مربع أيام عمله .

وخلاصة كلام هذا السؤال إنا نريد عددا إذا نقصنا من ثلاثة أمثاله اثنين بقي مربع ذلك العدد ، لأن نسبة الأجرة إلى الأيام نسبة ثلاثة إلى الواحد ، ففرضنا أيام عمله شيئا فتكون أجرته ثلاثة أشياء نقصنا منه دينارين بقيت ثلاثة أشياء إلا دينارين ، وهو معادل لمال .

وبعد الجبر يكون ثلاثة أشياء معادلة لمال ودينارين ، فأنتهى بالثانية من المقترنات .

أخذنا نصف عدد الأشياء فكان واحداً ونصفا ، يكون مربعه اثنين وربعا ، نقصنا منه العدد وهو اثنان بقي الربع أخذنا جذره فكان هو النصف ، زدناه على نصف عدد الأشياء تارة بلغ اثنين ونقصناه منه أخرى بقي واحد ، وكل واحد منهما الشيء المجهول أعني أيام عمله ، وضعنا أرقام العمل في جدول لتسهيل فهمه على المتأمل^(١) فيه وهو هذا :

عدد الأشياء	نصفه	مربع نصف عدد الأشياء	العدد	نقصنا منه مربع نصف عدد الأشياء	بقي	بقي	بقي
٣	١ ٢	٢ ٤	٢	١ ٤	١ ٤	١ ٤	١ ٤

امتحانه :

فإن عمل يومين تكون أجرته ستة دنانير ، فإذا نقصناه منه اثنين بقيت أربعة ، وهي مربع الاثنين ، وإن عمل يوما تكون أجرته ثلاثة دنانير ، وإذا نقصنا منه اثنين بقي واحد وهو مربع الواحد أيضاً .

المثال الخامس عشر :

أردنا عدداً إذا نقص من ضعفه واحد ثم ضرب الباقي في ثلاثة ، ونقص من الحاصل اثنان ، وضرب الباقي في أربعة [ونقص من الحاصل^(٢) اثنان وضرب الباقي في أربعة] ، ونقص من الحاصل ثلاثة يكون جذر الباقي مثلي ذلك العدد وثلاث مثله .

فرضنا ذلك العدد شيئا ، ونقصنا من ضعفه واحداً بقي شيئا إلا واحداً ، ضربناه في ثلاثة حصلت ستة أشياء إلا ثلاثة ، نقصنا منه اثنين بقيت ستة أشياء إلا خمسة ، ضربناه في أربعة حصلت أربعة وعشرون شيئا إلا عشرون عدداً ، نقصنا منه ثلاثة بقيت أربعة وعشرون شيئا إلا ثلاثة وعشرين عدداً ، وهو معادل لمربع اثنين وثلاث شيء ، وهو خمسة أموال وأربعة أسباع مال .

(١) غير موجودة في ت (٢) مكررة في ل

جبرنا الاستثناء^(١) صارت أربعة وعشرون شيئاً معادلاً لخمس أموال وأربعة أتساع مال وثلاثة وعشرين عدداً رددنا الأموال إلى مال واحد ، واخذنا الجنسيتين الباقيتين على تلك النسبة ، بأن قسمنا كل واحد منهما على عدد الأموال فصار — بعد الرد — أربعة أشياء وعشرون جزءاً من تسعة وأربعين معادلاً لمال واحد وأربعة أعداد وأحد عشر جزءاً من تسعة وأربعين ، فاتمى العمل^(٢) إلى الثانية من المقترنات ، واستخراج المجهولات ، فأوردناها في هذا الجدول .

عدد الأشياء	نصفه	مربع نصف عدد الأشياء	العدد	نصف العدد من مربع نصف عدد الأشياء	جزءه	زدناه على نصف عدد الأشياء فكان المبلغ الشئ المجهول	وإن أردنا نقصنا الجزء منه نصف عدد الأشياء بقي المجهول
٤	٢	٤	٤	١٥	٣٩	١٥٢	١
٤٩	٢٤	٢٤٠١	١٩	٢٤٠١	٤٩	٢٤٠١	٢٤

المثال السادس عشر :

أردنا ان نقسم عشرة بقسمين ، بحيث إذا نقصنا من العشرة نصف أحد قسميها بقي مربع القسم الآخر .
وخلاصة الكلام فيه إنا أردنا عدداً يكون فضل مربعه عليه مساوياً لفضل العشرة على ذلك المربع .
فرضناه شيئاً ، نقصناه من العشرة بقيت عشرة إلا شيئاً ، وهو ضعف أحد الفضلين ، فيكون نصفه خمسة إلا نصف شيء ، نقصناه من العشرة بقيت خمسة ونصف شيء ، وهو^(٣) معادل لمال واحد ، فاتمى بالتالي من المقترنات .

حصلنا مربع نصف عدد الأشياء وهو الربع فكان جزءاً من ستة عشر ، زدناه على العدد بلغت خمسة وجزءاً من ستة عشر ، اخذنا جذره ، فكان اثنين وربعا ، زدنا عليه نصف عدد الأشياء وهو الربع بلغ اثنان ونصف ، وهو الشئ المجهول الذي يساوى فضل مربعه عليه فضل العشرة على مربعه .
وهو أيضاً أحد قسمي العشرة والآخر سبعة ونصف ؛ إذا نقص سبعة ونصف وهو ثلاثة وثلاثة أرباع بقيت ستة وربع ؛ وهو مربع اثنين ونصف ؛ وقد وضعنا أرقام العمل في جدول وهو هذا :

عدد الأشياء	نصفه	مربعه	العدد	مجموعهما	جزءه	الشئ المجهول
١	١	١	٥	٥	٢	٢
٢	١	١	٥	١٦	٤	٢

(١) في ل الأشياء

(٢) غير موجودة في ت

(٣) في ت معادلاً

المثال السابع عشر :

جنسان ؛ عشرة من أحدها بدينار وخمسة عشر من الآخر بدينار ؛ نريد بدينار واحد منهما بالسوية ؛
فبالمفتوحات طلبنا أقل عدد بعدة كل واحد من المسعرين فوجدناه ثلاثين ؛ قسمناه على العشرة خرجت ثلاثة ،
وعلى خمسة عشر خرج اثنان ، جمعناها كانت خمسة ، جعلناها مخرجا ، ونسبنا كل واحد من خارجي القسمة
إليه ، كان الأول ثلاثة أخماس والثاني خسان ، وهما قسما الدينار .
إذا أخذنا الأول من الجنس الأول والثاني من الثاني كان المأخوذان متساويين ، والمأخوذ هو الستة .

طريق آخر :

جمعنا المسعرين كان خمسة وعشرين ، ولما كانت نسبة السعر الثاني إلى المجموع كنسبة ثلاثة أخماس إلى
الواحد ، أخذنا بثلاثة أخماس دينار من السعر الأول ، وبخمس دينار من السعر الثاني حصلت ستة ، بما مر
في القاعدة التاسعة والثلاثين .

وإن أردنا خمسة دنانير أو بخمس دينار منهما على السوية ، يحصل أولا بدينار منهما على السوية ،
ثم نضرب كل واحد من قسمي الدينار والمأخوذ بهما في الخمسة أو في الخمس ، وعليه القياس .
وبالجبر والمقابلة ، فرضنا أحد القسمين شيئا والآخر دينارا إلا شيئا ، ضربنا الأول في السعر الأول
والثاني في السعر الثاني حصل من الأول عشرة أشياء ، وهو معادل لحاصل ضرب الثاني ، وهو خمسة عشر
دينارا إلا خمسة عشر شيئا .

وبعد الجبر يكون خمسة وعشرون شيئا معادلا لخمسة عشر دينارا ، قسمنا العدد على عدد الأشياء فخرجت
ثلاثة أخماس ، وهو الشيء المجهول ؛ ضربناه في عشرة حصلت ستة وبقي القسم الآخر الخمسان ضربناهما في
خمسة عشر ؛ حصلت أيضاً ستة وهو المطلوب .

وإن أردنا أن نشترى أربعة عشر منهما بدينار ، فعادل (١) بين أربعة عشر وبين مجموع حاصل (٢) الضربين
أعنى خمسة عشر دينارا إلا خمسة أشياء ، وبعد الجبر واسقاط المشتركة تكون خمسة أشياء (٣) معادلة لدينا واحد
قسمناه عليه خرج من القسمة خمس دينار ؛ وهو الشيء المجهول ، ضربناه في عشرة حصل اثنان وبقي القسم
الآخر ؛ أربعة أخماس ؛ ضربناها في خمسة عشر حصل اثنا عشر مجموعهما أربعة عشر وهو المطلوب .

وبالمفتوحات — قسمنا الفضل بين السعر الأكثر — والمطلوب هو واحد — على التفاضل بين المسعرين
وهو خمسة خرج خمس دينار ، أخذنا به السعر الأول كان اثنان ؛ وبالباقى من السعر الأكثر كان اثني عشر
مجموعهما هو المطلوب .

وإن أردنا أربعين (٤) بثلاثة دنانير ، نضرب الثلاثة في السعر الأكثر ؛ ونأخذ فضل الحاصل على الأربعين ،
وهو خمسة نقسمها على الفضل بين المسعرين ؛ وهو أيضاً خمسة خرج واحد ، نأخذ به السعر الأقل حصلت
عشرة ؛ وبالباقى من الأكثر حصل ثلاثون مجموعهما أربعون وهو المطلوب .

(٢) في ل حاصل

(٤) في ت أربعون

(١) في ت من

(٣) في ت معادلا

المثال الثامن عشر :

ثلاثة أجناس ؛ عشرة من الأول دينار ؛ وخمسة عشر من الثاني دينار ؛ وثلاثون من الثالث دينار ؛ وأرنا دينار واحد من تلك الأجناس بالسوية .

فبالمفتوحات — طلبنا أقل عدد بعدة كل واحد من المسعرات الثلاثة ؛ وجدناه ستين [٢٠٩] [والثلاثون^(١)] ايضاً بعدة كل واحد من المسعرات الثلاثة [قسمناه على كل واحد من المسعرات ، خرجت من الأولى ستة ، ومن الثانية أربعة ، ومن الثالثة اثنان .

قسمنا كل واحد من هذه على مجموعها وهو إثنا عشر ، خرج من القسمة الأولى النصف ، ومن الثانية الثلث ، ومن الثالثة السدس ، وهي أجزاء الدينار ، إذا اخذنا بالأول من الجنس الأول ، وبالثاني من الثاني ، وبالثالث من الثالث تكون المأخوذات متساوية ، كما أن نصف العشرة ، وثلث خمسة عشر وسدس الثلاثين تكون خمسة .

وقد وضعنا دستور العمل في جدول ليسهل فهمه على المتأمل فيه ، وعليه القياس إذا كانت الأجناس كثيرة .

من الجنس الأول	من الجنس الثاني	من الجنس الثالث
عشرة دينار	خمس عشر دينار	ثلاثون دينار
أردنا دينار منها بالسوية وطلبنا أقل عدد بعدة كل واحد منها ووجدناه ستين ، قسمناه على كل واحد منها فخرج		
ستة	أربعة	اثنان
يكون مجموعها اثني عشر قسمنا عليه كل منها فخرج		
النصف	الثلث	السدس
أخذنا بكل واحد منها ذلك الجنس فحصل		
خمس	خمس	خمس

وأما بالجبر والمقابلة .

فلما كان خلاصة كلام هذا السؤال ، أنا أردنا أن نقسم دينارا بثلاثة أقسام ، إذا ضرب القسم الأول في عشرة ، والثاني في خمسة عشر ، والثالث في ثلاثين تكون الحواصل متساوية .

(١) موجودة في ت وناقصة في ل

فرضنا القسم الأول شيئا ، والثاني ثلثي شيء ، لأن حاصل ضرب القسم الأول في عشرة^(١) يساوي حاصل ضرب القسم الثاني في خمسة عشر ، فبما مر في القاعدة السابعة عشر ، تكون نسبة القسم الأول إلى الثاني ، كنسبة خمس عشرة إلى عشرة .

هذا بحسب مفهوم خلاصة الكلام ، وأما بحسب مفهوم أصل السؤال ، فلأن نسبة السعر الأول إلى السعر الثاني كنسبة المسعر الثاني إلى المسعر الأول كما سبق في القاعدة التاسعة والثلاثين ، فبقى القسم الثالث ديناراً إلا شيئاً ، وثلثي شيء .

ضربنا الأول في العشرة والثاني في خمسة عشر^(٢) حصلت عشرة أشياء وضربنا الثالث في ثلاثين حصل ثلاثون ديناراً إلا خمسين شيئاً ، وهو معادل لأحد الحاصلين الأولين وهو عشرة أشياء ، وبعد الجبر يكون ثلاثون ديناراً معادلاً لستين شيئاً .

قسمنا العدد على عدد الأشياء خرج من القسمة النصف ، وهو القسم الأول من الدينار ، ويكون القسم الثاني ثلثيه ، أعني الثلث ، والباقي يكون القسم الثالث وهو السدس .

ومن لم يقدر في أمثال هذه المسائل على معرفة كيفية النسبة بين الأقسام ، فعليه بفرض القسم الأول شيئاً والثاني فلساً والثالث ديناراً إلا شيئاً وفلساً ، فإذا حصل له بضرب الأول عشرة أشياء ، وبضرب الثاني خمسة عشر فلساً وبالثالث ثلاثون ديناراً إلا ثلاثين شيئاً وإلا ثلاثين فلساً ، فتبين له أن خمسة عشر فلساً يساوي عشرة أشياء [٢١٠] .

لأن الفرض يساوي حاصل المضروب ، فيكون ثلاثون فلساً مساوياً لعشرين شيئاً ، فيكون الحاصل الثالث ثلاثين ديناراً إلا خمسين شيئاً ، والباقي^(٣) كما سبق بعينه ، وهو معادل لعشرة أشياء وهذا الطريق يليق بالمبتدئين ، ولا يليق بالماهرين في العلم والعمل .

لأن من عمل به يعرف النسبة بين الشيء والفلس في آخر العمل ، وعلى الماهر أن يعرفها قبل الشروع في العمل .

وإن أردنا عشرين منها بدينار ، أي أردنا أن نقسم ديناراً بثلاثة أقسام ، إذا ضرب الأول في عشرة والثاني في خمسة عشر والثالث في ثلاثين يكون مجموع الحواصل عشرين ، ففي استخراجها طرق ثلاثة على قياس ما ذكرنا في المثال السابع في الحلي ، إلا أن المسعر هاهنا الأول^(٤) منهما ، بمثابة السعر هناك ، وبالعكس وكذا الثمن والمثمن والرخيص بمنزلة الغالي وبالعكس فأوردناها لسهولة فهم المبتدئين .

الطريق الأول : أن تنقص السعر المطلوب وهو عشرون عن السعر الأكثر وهو ثلاثون ، ونقسم الباقي وهو عشرة على فضل السعر الأكثر على الأقل ، وهو عشرون فما يخرج وهو النصف نحفظه ؛ ثم نفرض

(١) في ت العشر

(٢) عشر غير موجودة في ل

(٣) في ل الثاني كما سبق

(٤) الأول منهما ليست في ت

القسم الأول من الدينار مقدارا أقل من المحفوظ كم كان ؛ وليكن خمسين ؛ ونشتري به من السعر الأقل ، حصلت أربعة ، تنقص الثمن أعنى الخمسين^(١) من الدينار يبقى ثلاثة أخماس ، وتنقص المئمن أعنى الأربعة عن الأربعة عن السعر المطلوب وهو عشرون بقيت ستة عشر ، فتصير المسألة إلى أن لنا جنسين أحدهما خمسة عشر دينار والآخر ثلاثون دينار ، نريد ستة عشر بثلاثة أخماس دينار ؛ نعمل بها كما عملنا في المثال المتقدم .

والطريق الثاني : أن نأخذ نصف مجموع السعرين الأولين وهو إثنا عشر ونصف ، وندعوه بالسعر المشترك ، ونفرضه سعرا واحداً ، فآلت المسألة إلى جنسين ، من الأول إثني عشر ونصف دينار ، ومن الثاني ثلاثون^(٢) دينار . نريد عشرين منهما دينار ، نعمل بها كما عملنا في المثال المتقدم ، فما حصل من السعر المشترك بنصف الثمن والمئمن ليحصل المطلوب .

والطريق الثالث : أن نفرض القسم الأول من الدينار شيئا ، وثانيها أيضاً شيئاً^(٣) ، وثالثها ديناراً إلا شيئين ، ونضرب كلا منهما فيما بازائه من الأسعار ، ونجمع الحواصل ونقابل المجموع بعشرين ، وقد أوردنا الحواصل بالطرق الثلاثة ، وهى هذه وقس عليه وعلى ما سبق إن أردناه بخمسة دنانير وكانت الأجناس أكثر من ثلاثة .

الحواصل بالطريق الثاني والثالث			
مجموع	من الجنس الأول	من الجنس الثاني	من الجنس الثالث
هذه عشرون	٤	٤	١٢
مجموع هذه دينار	٧	٢	٣

الحواصل بالطريق الأول			
مجموع لهذه عشرون	من الجنس الأول	من الجنس الثاني	من الجنس الثالث
أربعة	اثنا عشر	أربعة عشر	
مجموع هذه دينار	١٥	٢	٧

« المثال التاسع عشر »

مائة من الطيور بط وعصافير ودجاج ، كل واحدة من البط بأربعة دنانير ، وكل خمسة من العصفور دينار ، وكل واحدة من الدجاج دينار واحد ، وأردنا مائة بمائة دينار ، ولما كان واحدة من الدجاج بواحد وسعر البط أكثر من مسعره ، والسعر من العصفور أكثر من مسعره ، فإن تكافئنا يكون الباقي عدد الدجاج .

فبالمفتوحات : إن لم يكن السعر والسعر في كل منهما صحيحين ، نردهما إلى صحيحين كما في هذا السؤال : كان كل واحد من العصفور بخمس دينار ، وجعلناهما خمسة دينار ، ثم أخذنا الفضل بين سعر البط

(١) في ل الخمس

(٢) ليست في ل :

(٣) في ل مساويا .

وهو أربعة ، ومسعره وهو واحد ، فكان ثلاثة ضربت في المسعر من العصفور وهو خمسة ، حصلت خمسة عشر وهو عدد العصفور .

ثم أخذنا الفضل بين سعر العصفور ومسعره ، فكان أربعة ضربناها في السعر من البط وهو واحد [فلا (١) يتغير عن حالها وهي عدد البط ، جمعناه مع عدد العصفور وهو خمسة عشر بلغت تسعة عشر] .

بلغت تسعة عشر بتسعة عشر ديناراً ، والباقي يأخذ من الدجاج .

وإن أردنا نأخذ من كل منهما مثلي الذي سبق أو ثلاثة أمثاله إلى حد لا يجاوز المائة ، ونأخذ الباقي من الدجاج فيحصل بخمسة وجوه كما في هذا الجدول (٢١٠) .

البيع الأول	العدد	البط	العصفور	الدجاج
	العدد	٤	١٥	٨١
	الثلث	١٦	٣	٨١
البيع الثاني	العدد	٨	٣٠	٦٤
	الثلث	٣٢	٦	٦٤
البيع الثالث	العدد	١٢	٤٥	٤٣
	الثلث	٤٨	٩	٤٣
البيع الرابع	العدد	١٦	٦٠	٢٤
	الثلث	٦٤	١٢	٢٤
البيع الخامس	العدد	٢٠	٧٥	٥
	الثلث	٨٠	١٥	٥

وإن كان التفاضل مشتركين أو متداخلين ، نأخذ جزء وفق كل منهما ، ونعمل به ما عملنا بالفضل وإن كان كل ثلاثة من البط بسبعة دنانير ، وكل تسعة من العصفور بدنانيرين ، والدجاج واحدة بواحد .

ضربنا فضل (٢) سعر البط على مسعره ، وهو أربعة تارة في المسعر من العصفور وهو تسعة حصلت ستة وثلاثون ، وهو عدد العصفور ، وتارة في سعرها وهو اثنان حصلت ثمانية وهي ثمن العصفور ، ثم ضربنا فضل المسعر من العصفور على مسعرها وهو سبعة تارة في المسعر من البط وهو ثلاثة ، حصل أحد وعشرون

وهو عدد البط ، وتارة في سعرها وهو سبعة حصلت تسعة وأربعون وهو ثمن البط ، والباقي إلى المائة وهو ثلاثة وأربعون عدد الدجاج هكذا .

وإن لم نبال عن أن يكون في الثمن كسر ، فإن كان عددا البط والعصفور متشاركين ، نأخذ جزء الوفق منهما كما في هذا السؤال :

نأخذ عدد البط سبعة ، وعدد العصفور اثني عشر مجموعهما تسعة عشر ، بتسعة عشر ديناراً ، ونأخذ الباقي من الدجاج ، وكذا يكون :

(١) الجملة بين القوسين غير موجودة في ل .

(٢) فضل ليست موجودة في ل .

المصر	البط	العصفور	الدجاج
ثمسة	ثمسة	تعة	واحد
السبعة دنانير	بدنارين	بدنارين	بدنارين
٤	٧	٥	
أهمر وعشرون	ستة وثلاثون	ثمسة وأربعون	
بسة وأربعين دينارا	بثمانية دنانير	بثمانية وأربعين دينارا	

نضاعف السبعة واثني عشر ، إذا لم يجاوز مجموعهما عن المائة .
وإن أردنا مائة من الطيور بمائتي دينار ، نأخذ التفاضل بين سعر كل منهما ، وضعف سعره ، ونضربه في مسعر الآخر لافي ضعفه ، وإن أردنا بالعكس ، فبالعكس وهاهنا ينبغي أن يكون كل دجاجة بدنارين هكذا .
وأما إن أردنا أن يكون دجاج واحد بدنارين واحد فسنورده بعد العمل بالجبر والمقابلة .
وأما بالجبر والمقابلة فرضنا عدد البط شيئا وعدد العصفور عدد مسعرها ، وهو تسعة ، مجموعهما شيء وتسعة فيكون ثمن البط شيئين وثلاثا ، وثمن العصفور دينارين مجموعهما شيئان وثلاث ، وديناران تعادل شيئا وتسعة ، إذ الثمن يساوي المثلث ، وبعد إسقاط المشترك بقي شيء وثلاث يعادل سبعة ، قسمناها على واحد

المصر	البط	العصفور	الدجاج
٣	٩	١	
٧	٢	٢	
١	١٦	٠	
٤٨	٩	٤٣	
١١٢	٢	٨٦	

وثلاث خرجت عن القسمة خمسة وربع ، بسطناها لثلاث يقع في عدد الطير كسر ، فخلص عدد البط احدا وعشرين وعدد العصفور ستة وثلاثين ، وهو حاصل ضرب التسعة في مخرج الكسر كما سبق في المفتوحات .
وإن أردنا ثمن الطيور ضعف عددها ، يكون اسعارها كما سبق ، ويكون دجاج واحد بدنارين واحد لا بدنارين كما وعدناه فينبغي فيه أن نزيد على أحد المتعادلين الذي بازاء عدد البط والعصفور فضل مجموع أثمان الطيور على عددها ، ونجعل المجموع معادلا لآخر .
مثلا : أردنا مائة وخمسين طيرا بمائتين وخمسين دينارا .

فرضنا عدد البط شيئا وعدد العصفور ستة وثلاثين وأربعة أمثال مسعرة ، لأننا لو فرضه تسعة ليخرج عدد العصفور مكسورا ، بحيث إن بسطناه يزيد على مائة وخمسين ، فيكون ثمن البط شيئين وثلاثا ، وثمن العصفور

ثمانية دنانير مجموعهما شيءان وثلاث شيء^(١) وثمانية دنانير يعادل مجموع عدد البط والعصفور والمائة ، التي هو التفاضل بين الثمن والمئمن ، وذلك شيء ومائة وستة وثلاثون .

وبعد الجبر والمقابلة يكون شيء وثلاث شيء معادلا لمائة وثمانية وعشرين ، قسمنا عليه خرجت من القسمة ستة وتسعون ، وهو عدد البط ، وذلك مع عدد العصفور مائة واثنان وثلاثون ، فابقى إلى مائة وخمسين وهو ثمانية عشر^(٢) عدد الدجاج ، وضعفناها مع الأثمان في جدول وهو هذا .

البط	العصفور	الدجاج	
٩٦	٣٦	١٨	عدد الطيور وهو مائة وخمسون
٢٢٤	٨	١٨	أثمانها وهو مائتان وخمسون

وإن كانت الطيور أكثر من ثلاثة ، نفرز أولا ما كان مسعره أكثر من سعره ، فإكان مسعره أكثر من سعره أى الغالى من الرخيص ، وتترك ما كان واحدا بواحدة بحاله ، ويحصل التفاضل بين كل سعر وسعره ، وينبغي أى يكونا صحيحين وإلا نردها إلى صحيحين ، ثم نجمع تفاضلات ما كان غاليا ، ونضرب المجموع تارة في كل واحد من مسعرات ما كان رخيصا ليحصل عدد كل صنف من الطيور الرخيصة ، وتارة في كل واحد من أسعاره ليحصل ثمن كل صنف منها ، ثم نجمع تفاضلات ما كان رخيصا ، ونضرب المجموع تارة في كل واحد من مسعرات ما كان غاليا ليحصل عدد كل صنف من الطيور الغالية ، وتارة في كل واحد من أسعاره ليحصل أثمانه . ونتم تلك الأعداد بعدد ما كان واحدا بواحد أى إلى عدد نريد أن يكون عدد الطيور .

مثلا :

أردنا أن نشترى عشرة أصناف من الطيور مجموعها ثلاثمائة بثلاثمائة دينار ، عملنا كما ذكرنا وأوردنا في هذا الجدول مع شرح العمل .

الغالية	المتوسطة	الرخيصة							
الكركي	الدوز	البط	القمح	السيح	الدرج	الحمام	الدجاج	السلوى	العصفور
١	٣	٢	١	٣	٢	٣	٤	٥	٦
٣	٥	٣	١	٢	١	١	١	١	١
٢	٢	١	٠	١	١	٢	٣	٤	٥

(١) شيء ليست موجودة في ت . (٢) عشر ليست موجودة في ت

١٦	٤٨	٣٢	٨٩	١٥	١٠	١٥	٢٠	٢٥	٣٠	مجموع هذه التفاضلات خمس ضربا لها في كل واحدة من المعرات الرخيصة وكذا في أسعاه
٤٨	٨٥	٤٨	٨٩	١٠	٥	٥	٥	٥	٥	مجموع هذه التفاضلات مئة عشر ضربا لها في كل واحد من معرات الطيور الغالية تارة حصل عدد كل منها وتارة في كل واحد من أسعاهما حصل كل واحد منهما

جمعنا عدد الطيور غير القبح وكان مائتين وأحد عشر ، نقصناها من ثلاثمائة ، بقيت تسعة وثمانون جعلنا عدد القبح مثله وكذا يكون ثمنه ، فحصل جميع عدد الطيور ثلاثمائة ، وجميع أثمانها أيضا ثلاثمائة وهو المطلوب المثال العشرون :

خمس أعداد يكون الأول مع الثاني عشرة والثاني مع الثالث خمسة عشر والثالث مع الرابع ثمانية عشر ، والرابع مع الخامس أربعة وعشرون والخامس مع الأول ثلاثون . فرضنا العدد الأول شيئا ، نقصناه من العشرة لبقى الثاني ، ونقصنا الثاني من خمسة عشر لبقى الثالث ، ووضعنا العمل في جدول ليسهل ضبطه ويكون دستورا وهو هذا .

الأسئلة	الأول مع الثاني عشرة	والثاني مع الثالث خمس عشر	والثالث مع الرابع ثمانية عشر	والرابع مع الخامس أربعة وعشرون	والخامس مع الأول ثلاثون
فرضنا الأول شيئا ونقصناه من العشرة لبقى الثاني ليبقى الثالث	فيكون الثاني عشرة لنقصنا نقصناه من خمس عشر لبقى الثالث	فيكون الثالث خمسة وشياء نقصناه من ثمانية عشر	فيكون الرابع ثمانية عشر لبقى الخامس	أحد عشر عددا وشياء	بقي الخامس
فيكون الخامس مع الأول أحد عشر عددا وشيئين ، وهو معادل لثلاثين ، وبعد إسقاط أحد عشر منه المعادلين بقي شيئا له معادلان لتسعة عشر ، قسمناه عليها فخرجت من القسمة تسعة ونصف وهو العدد الأول					
الجواب	تسعة ونصف	نصف	أربعة عشر ونصف	ثلاثة ونصف	عشرون ونصف

الثال الحادى والعشرون :

خسة رجال . قال الأول للثانى أعطنى أربعة أخماس ما معك ليكون ثمن هذا الفرس . وقال الثانى للثالث أعطنى ثلاثة أخماس ما معك ليكون ثمن الفرس ، وقال الثالث للرابع ، أعطنى خمس ما معك ، وقال الرابع للخامس أعطنى خمس ما معك ، وقال الخامس للأول أعطنى سدس ما معك ليكون ثمن الفرس . فبالجبر والمقابلة ، فرضنا ثمن الفرس شيئا .

وما مع الرجل الأول واحداً لأن المسألة سيالة أى لا ينحصر المجهول فى مقدار واحد بل يمكن أن يكون أى عدد كان ، ووضعنا تنمة العمل فى جدول ليسهل ضبطه ، وهو هذا ولنسم الرجال بزيد وعمر وبكر وخالد ووليد .

زيد	عمر	بكر	خالد	وليد
طلب أربعة أخماس ما مع عمر ليكون ثمن الفرس	طلب ثلثة أخماس ما مع بكر	طلب خمس ما مع خالد	طلب خمس ما مع زليد	طلب سوس ما مع زليد
فرضنا ما مع زليد واحداً نقصناه من الشئ أى ثمن الفرس ليبقى ما طلب منه عمر فبقى شئ واحد واحداً وهو أربعة أخماس ما مع عمر ضربنا ربعه فى خمسة أو نزيده عليه فحصل فهو ما مع عمر وضعناه تحت اسمه	ف يكون ما مع عمر شيئاً وربع شئ واحد واحداً أو ربعاً نقصناه عنه شئ بقى ما طلب منه بكر واحداً وربع شئ واحد وهو ثلثة أخماس ما مع بكر ضربنا ثلثه فى خمس أو زدنا ثلثيه عليه ، فما حصل فهو ما مع بكر	ف يكون مع بكر شئ واحد واحداً أو ربعاً نقصناه منه شئ بقى ما طلب منه خالد شئ واحد واحداً وهو خمس ما مع خالد	ف يكون مع خالد شئ واحد واحداً أو ربعاً نقصناه منه شئ بقى ما طلب منه وليد شئ واحد واحداً وهو خمس ما مع وليد	ف يكون مع وليد شئ واحد واحداً أو ربعاً نقصناه منه شئ بقى ما طلب منه زليد شئ واحد واحداً وهو سوس ما مع زليد

ثم ضربنا ذلك السدس فى مخرج السدس حصل مقدار ما مع زيد بهذا الاختبار .

٨٢	١٥٧	وهو معادل لواحد لنا	١٥٦	٨٢
٦	٦	فرضناه واحداً فى الأول	٦	٦
٢٤	٢٤	ف يكون بعد الجبر	٢٤	٢٤

فبسطنا الصحاح إلى الكسور فيها فصار العدد ٣٧٧٤ والأشياء المعادلة ١٩٧٤ ، فإذا قسمنا العدد على عدد الأشياء لمخرج مقدار ثمن الفرس ، على أن ما مع زيد واحداً كما فرضناه لكننا نريد أن لا يكون مع الأعداد المطلوبة كسر .

أخذنا العدد الحاصل من البسط وهو ٣٧٧٤ ثمن الفرس وعدد الأشياء الحاصلة من البسط وهو ١٩٧٤ مقدار ما مع زيد ، لأن المتعادلين هما مقدار واحد مقدر بمقياسين أحدهما شيء والآخر واحد ، فيكون نسبة العدد المعادل لعدد الأشياء إلى عدد الأشياء كنسبة الشيء الواحد إلى الواحد كما ذكرنا في القاعدة التاسعة والثلاثين ، فإذا حصل ثمن الفرس ومقدار ما مع زيد حصلنا مقدار ما مع كل واحد من الباقيين بأن نقصنا ما مع زيد عن ثمن الفرس فما بقي كان أربعة أخماس ما مع عمرو ، ثم زدنا رבעه عليه لحصل ما مع عمرو ، ثم نقصنا ما مع عمرو عن ثمن الفرس بقي ثلاثة أخماس ما مع بكر ، حصلنا منه ما مع بكر وقس عليه سائرهم .

زيد	عمرو	بكر	خالد	وليد
١٩٧٤	٢٢٥٠	٢٥٤٠	٣٠٨٥	٣٤٤٥

وكتبنا أيضا هذه (١) المقادير على طريقة أصحاب السيادة لأنها أليق بأمثال هذه الحسابات وأبين من غيرها هكذا .

زيد	عمرو	بكر	خالد	وليد
١٩٧٤ زيادة ١٨٠٠ أربعة أخماس ما مع عمرو مضار	٢٢٥٠ زيادة ١٥٢٤ ثلاثة أخماس ما مع بكر مضار	٢٥٤٠ زيادة ١٢٣٤ خمس ما مع خالد مضار	٣٠٨٥ زيادة ٦٨٤ خمس ما مع وليد مضار	٣٤٤٥ زيادة ٣٢٩ سبع ما مع زيد مضار
٣٧٧٤	٣٧٧٤	٣٧٧٤	٣٧٧٤	٣٧٧٤

وإن كان الجماعة أربعة زيد وعمرو وبكر وخالد .

وطلب كل منهم من صاحبه ما طلب سابقا ، إلا أن لخالد طلب من زيد ما طلب هناك من وليد ، فيعدل بين الواحد والعدد المستثنى بالأشياء الذي وضعناه هناك من تحت اسم الوليد ، وبسطناها حصل ثمن الفرس ٦٠١ وما مع زيد ٣٠٥ فيكون للبواقي ومقدار ما يأخذ كل من صاحبه هكذا .

زيد	عمرو	بكر	خالد
٨٥ زيادة ٦٤ أربعة أخماس ما مع عمرو فضار ٦٠١ (ثمان رينار)	٣٧٠ زيادة ٣٧٠ ثلاثة أخماس ما مع بكر فضار ٦٠١ (ثمان رينار)	٣٨٥ زيادة ٢١٦ خمس ما مع خالد فضار ٦٠١ (رنيار)	٥٤٠ زيادة ٦١ خمس ما مع زيد فضار ٦٠١

وإن كان الرجال ثلاثة فهكذا حسابهم .

(١) هذه الجملة غير موجودة في ل .

وإن كان الرجال ثلاثة فهكذا حسابهم :

تزيد ٨٥ بزيادة ٦٤ وهو أربعة أخماس ماعم بكر فصا - ١٤٩	عمر ٨٠ بزيادة ٦٩ وهو ثمانية أخماس ماعم بكر فصا - ١٤٩	بكر ١١٥ بزيادة ٣٩ وهو خمسا ماعم زبيد فصا - ١٤٩
--	--	--

وأما بالمفتوحات فرسمنا جداول بعدة الرجال ، وكتبنا في كل جدول اسم رجل ووضعنا تحت كل اسم الكسر الذي يطلب من صاحبه ومخرجه ، ثم ضربنا الكسور بعضها في بعض بأن ضربنا الكسر الأول في الثاني ثم الحاصل في الثالث وهكذا إلى أن يتم ، ونضع الحواصل تحت الخارج في صف آخر ، بحيث وقع كل حاصل تحت المخرج المضروب فيه أعنى الحاصل الأول في الجدول الثاني ، والثاني في الثالث وقس عليه .

وكان الحاصل الأخير في هذه المسألة ٢٤ سميناه المحفوظ الأول ، ثم ضربنا الخارج بعضها في بعض ، ونضع الحواصل في صف تحت حواصل الأول على ما سبق ، فكان الحاصل الأخير ٣٧٥٠ وسميناه المحفوظ الثاني . ولما كان عدد الرجال فرداً ، جمعناهما صار ٣٧٧٤ وهو ثمن الفرس ، يصح منه ماعم كل واحد من الرجال ، وما طلب من صاحبه ، حيث كان زوجاً ، فينبغي أن يؤخذ التفاضل بينهما ليبقى ثمن الفرس ، ولذلك رسمنا صفاً آخر تحت حواصل الثاني ، ووضعنا فيه مجموع الحواصلين ، تحت أساس الفرد وتفاضلها تحت أساس الزوج ، فما وقع منها في الجدول الخامس هو ثمن الفرس إذا كان الرجال خمسة ، وما وقع في الجدول الرابع للأربعة والثالث للثلاثة ، وفي الثامن الثاني للاثنتين .

عدد الجداول		٥	٤	٣	٢	١	الأمم
		وليد	غالب	بكر	عمر	زيد	
المحفوظ الأول المحفوظ الثاني	الكسور والمخارج	١ ٦	١ ٥	٢ ٥	٣ ٥	٤ ٥	
	الحواصل الأولى	٢٤	٢٤	٢٤	١٢		
	الحواصل الثانية	٣٧٥٠	٦٢٥	١٢٥	٢٥		
	المجموع أو التفاضل	٣٧٧٤	٦٠١	١٤٩	١٣		
	ما بلغ أو بقي بعد الزيادة والنقصان	١٣ ١٧ ٢٤ فرد	٢ ١٣ ٢٤ زوج	١ ٥ ١٢ فرد	٠ ١ ٤ زوج		
	الخارج من القسمة	٨٢ ٦ ٢٤	١٢ ١٧ ٢٤	٥ ١٣ ١٢	١ ٤		
ماعم زيد		١٩٧٤ إذا كانوا خمسة	٣٠٥ إذا كانوا أربعة	١٥ إذا كانوا ثلثة	٥ إذا كانا اثنين		

ثم رسمنا خطأ تحت هذا الصف يبعد صالح ، وأعلمنا عليه علامات جداول الزوج والفرد ، ونسميه بخط
العلامات . ثم قسمنا المخرج الأول على كسره أى الذى طلب زيد عمرو فخرج واحد وربيع وضعناه فى الجدول
الثانى تحت خط العلامات ، ونقصنا منه واحداً لأن فيه علاقة الزوج ، ووضعنا الباقي وهو ربع فوقه ثم
ضربنا هذا الربع فى المخرج الموضوع فى هذا الجدول ، حصل واحد وربيع .

وقسمناه على كسره وهو ثلاثة خرج $\frac{5}{12}$ وضعناه فى الجدول الثالث تحت خط العلامات

وزدنا عليه واحداً لأن الجدول فرد ووضعنا المجموع فوقه ثم ضربنا المجموع وهو $\frac{5}{12}$ فى المخرج

الموضوع فى هذا الجدول أيضا حصل $\frac{7}{12}$ قسمناه على كسره خرج $\frac{3}{13}$
 $\frac{24}{24}$

وضعناه فى الجدول الرابع تحت خط العلامات ثم نقصنا منه واحداً ووضعنا الباقي فوقه ثم ضربنا الباقي

فى المخرج الموضوع فيه حصل $\frac{17}{24}$
 $\frac{12}{24}$

قسمناه على كسره فلم ^(١) يتغير لأن المقسوم عليه واحداً لفرديته ^(٢) .

وضعنا المجموع فوقه ، وضربناه فى المخرج الموضوع فيه حصل $\frac{82}{6}$
 $\frac{24}{24}$

قسمناه على كسره لم يتغير .

وضعناه إما فى الجدول الأول أو خارج الجدول أيهما شيئاً تحت خط العلامات ، ثم بسطنا كسورا ،
وكذا البواقي التى وضعت تحت خط العلامات ووضعنا جميع المبسوطات تحتها فى صف آخر ، فما وقع خارج
الجدول ، وهو ما مع زيد إذا كان الرجال خمسة ، وما وقع فى الجدول الخامس هو ما معه إذا كان الرجال
أربعة وما وقع فى الرابع ^(٣) للثلاثة ، وما وقع فى الثالث للثنين .

وقد حسبنا أيضا ما كان خمسة رجال ، يطلب الأول نصف ما للثانى ، والثانى ثلث ^(٤) ثلث ما للثالث ، والثالث
ربع ما للرابع خمس ما للخامس ، والخامس سدس ما للأول فكان .

(١) فى ت فلا .

(٢) لفرديته ليست فى ت .

(٣) فى ت للرابع .

(٤) فى ثلث ما للثالث .

مالزيد	مالعمرو	مالبكر	مالخالد
٧٥ بزيادة ٤٤	٨٨ بزيادة ٣١	٩٣ بزيادة ٢٦	١٠٤ بزيادة ١٥
نصف الثالث	ثلث الثالث	ربع الرابع	خمس الأول
فصا - ١١٩	فصا - ١١٩	فصا - ١١٩	فصا - ١١٩

	١	٢	٣	٤
زبد	عمر	بكر	خالد	
١	٣	٤	٥	
	٦	١	١	
		٢٤	١٢٠	
	٥	٢٥	١١٩	
	١	٤	١٥	
ماح ١١	زوج ٤ ابن مكايا الشين	فرأ ٢ ابن مكايا الشينة	زوج ١٧ ابن مكايا الشينة	

المثال الثاني والعشرون :

فرضنا ما الزيد شيئاً فيكون ما الخالد ألفاً وسبع مئتين، أخذنا مائة كان له العود ومه الشيء أخذنا ١٦٦ ٤٤ ٣ نقصناه عنه ألف ليبقى ما ليكر	فيكون ما ليكر ٨٣٣ ١٦٨ أخذنا أربعة فكان ٢٠٨ ١٦٨ ٣ زدناه على ألف ليبلغ ما ليكر	فيكون ما ليكر ١٤٠٨ ١٦٨ أخذنا ثلثه فكان ٤٠٤ ٥٠٤ ٧ زدناه على ألف ليبلغ ما الزيد	فرضنا ما الزيد شيئاً فيكون ما الخالد ألفاً وسبع مئتين، وضعناه تحت اسم خالد وعلمنا منه تفرق الآن ما الخالد زائداً على ألف بسبع ما الزيد فيكون ما الزيد باعتبار ما علمنا بالتفرق ١٤٠٤ ٥٠٤ ٧ وهو معادل شيء زده كان باعتبار الفرصه الأول شيئاً واحداً
--	--	---	--

وبعد الجبر يعادل $\frac{1402}{9}$ عددًا و $\frac{1}{504}$ شيئًا قسمنا العدد على عدد الأشياء ، بأن بسطنا الشيء وكسره صار ٥٠٥ ، ولما كان مخرج كسر العدد عاد المخرج كسر ذلك ^(١) الشيء ، ضربنا العدد مع كسره في مخرج كسر الشيء وهو ٥٠٤ حصل ٧٠٧٠٠٠ قسمناه على مبسوط الشيء وكسره وهو ٥٠٥ خرج من القسمة ١٤٠٠ وهو ما لزيد جمعنا منه البواقي هكذا .

لزيد	لعمرو	ليكر	لخالد
١٤٠٠ أخذنا سبعة	١٢٠٠ أخذنا	٨٠٠ أخذنا ربعة	١٢٠٠ أخذنا مسره
فكان ٢٠٠	ثلثه فكان ٤٠٠	فكان ٢٠٠	فكان ٢٠٠
زدناه على ألف بلغ	زدناه على ألف بلغ	زدناه على ألف	نقصناه عن ألف
ما هو لخالد	ما لزيد كما سبق	بلغ ما لهو لعمرو	بقي ما لهو ليكر

المثال الثالث والعشرون :

بقرة وزن كل واحد من أرجلها كعب وزنها ، ووزن رأسها يساوي مجموع أرجلها ، والباقي ضعف مربع رجل واحد .

فرضنا وزن البقرة كعبا ، فيكون وزن رجل واحد منها شيئًا ، ويكون وزن رأسها أربعة أشياء والباقي مائتين ، فالجموع ثمانية أشياء ومائتين يعادل كعبا .

ولما كانت المناسبة بين الأجناس الثلاثة كالمناسبة بين العدد والشيء والمال ، بدلنا الأشياء بالعدد والمالين بالشيئين والكعب بمال ، فيصير ثمانية أعداد وشيئان معادلا لمال .

انتهى بالثلاثة من المقترنات ، زدنا مربع نصف عدد الأشياء ، وهو واحد على العدد بلغت تسعة ، أخذنا جذره فكان ثلاثة ، زدنا عليه نصف عدد الأشياء بلغت أربعة وهو الشيء المحلول ، أعنى وزن رجل واحد ومكعبها أربعة وستون ، وهو وزن البقرة ، وأربعة أمثال رجل واحد ستة عشر ، وهو يساوي وزن الرأس فبقي اثنان وثلثون وهو ضعف مربع رجل واحد .

المثال الرابع والعشرون :

جسم كاسطوانة ^(١) مجوفة مربعة القاعدة طوله بقدر مجموع ضلع القاعدة ومكعبه ؛ وفي طوله تجويف

(١) زائدة في ت .

(١) في ت كاستوانة .

اسطوانى^(١) قاعدته ذراع فى ذراع ؛ وطوله أقصر من طول الجسم بقدر ضلع قاعدة الجسم ؛ ومساحة الجسم مائتان وثلاثة وأربعون ذراعا ؛ نريد معرفة مقدار ضلع قاعدته وطوله .

فرضنا ضلع قاعدته شيئا ؛ فيكون قاعدته مالا إلا واحدا ؛ ويكون طوله كعبا وشيئا ؛ ضربناه فى القاعدة حصل مال كعب إلا شيئا ؛ زدنا عليه ما قصر طول التجويف عن طول الجسم وهو شيء واحد بلغ مال كعب ، وهو معادل لمائتين وثلاثة وأربعين .

فقد انتهى إلى غير المسائل الست ؛ وأشرنا إلى استخراج أمثاله فى الفصل العاشر من الباب الأول من هذه المقالة ، فعلى ما ذكرنا فيه قسمنا العدد وهو مائتان وثلاثة وأربعون على عدد مال الكعب ؛ وهو واحد خرج المقسوم بعينه ، لأن المقسوم عليه واحد ، أخذنا ضلعه الأول على أنه مال كعب ؛ كان ثلاثة وهى ضلع قاعدة الجسم حصلنا مكعبه كان سبعة وعشرين ؛ وهو مع الضلع ثلاثون ؛ وهو طول الجسم .

امتحان مساحته : ضربنا ضلع قاعدته وهو ثلاثة فى نفسه حصلت تسعة ؛ ضربناها فى طوله وهو ثلاثون حصل مائتان وسبعون ، وهو مساحته مع التجويف ، نقصنا منه مساحة التجويف وهو حاصل ضرب واحد فى واحد فى سبعة وعشرين يكون سبعة وعشرين ، بقى مائتان وثلاثة وأربعون كما فرض .

المثال الخامس والعشرون :

سمكة رأسها أربعة اتساع وزنها ، وذنبها خمسة أمثال ضلع أول وزنها على أنه مال كعب والباقي ثمانية أمثال وزن^(٢) ذنبها .

فبالجبر والمنازلة فرضنا وزن السمكة مال كعب ، فيكون ذنبها خمسة أشياء ، ورأسها أربعة اتساع مال كعب ، يكون الباقي خمسة اتساع مال كعب إلا خمسة أشياء ، يعادل أربعين شيئا لأن البدن أربعون مثالا لضلع الأول ، لأنه ثمانية أمثال الذنب وهو خمسة أمثال الضلع الأول .

وبعد الجبر يكون خمسة اتساع مال كعب معادلا لخمسة وأربعين شيئا ، فأنتهى إلى المسائل التى اشرنا إليها فى الفصل العاشر من الباب الأول من هذه المقالة ، فقسمنا عدد الأشياء على عدد أموال الكعب بأن ضربناه فى مخرج التسع حصل أربعائة وخمسة ، قسمناه على الكسر وهو خمسة خرج واحد وثمانون ، ولما كان التفاوت بين منزلتى الجنسيتين المتعادلين أربعة وهى عدد منزلة مال المال ، فخرج القسمة يكون من منزلة مال المال .

أخذنا ضلع أوله فكان ثلاثة وهو الشيء المجهول ، اعنى ضلع أول وزن السمكة ، على أنه مال كعب ، فيكون وزن السمكة مائتين وثلاثة وأربعين ، ووزن ذنبها خمسة وعشر ووزن رأسها مائة وثمانية ، وبقى وزن البدن مائة وعشرون وهو ثمانية أمثال الذنب .

وبالتحليل والتركيب فرضنا الذنب سهما ، فيكون بدنها ثمانية أسهم مجموعهما تسعة أسهم وهى خمسة اتساع وزن السمكة ، بسطناها أخماسا فصارت خمسة وأربعين ، أخذنا أربعة أخماسها فكانت ستة وثلاثين ، وهو سهام رأس السمكة ، مجموعها احد وثمانون سهما .

(١) فى ت استوانى .

(٢) زائدة فى ت .

وهو مائتان وثلاثة وأربعون منا فيكون سهم منها ثلاثة أمان .

الفصل الثاني : مشتمل على ثمانية امثلة في الوصايا [٢١١]

والطريق فيها أن نطلب أقل عدد يصح من أنصاء الورثة والوصايا ، فإن كانت التركة مثله فهو المطلوب ، وإن كانت أكثر منه أو أقل نقسمها عليه ونضرب الخارج من القسمة في سهام الأنصاء ليحصل نصيب كل واحد من الورثة والوصايا .

المثال الأول^(١) : رجل خلف ثلاثة بنين وأوصى لرجل بمثل نصيب أحدهم وللآخر بثالث ما يبقى من ثلث

التركة بعد النصيب .

فبالجبر والمقابلة فرضنا التركة شيئاً ، ونقصنا^(٢) من ثلثه نصيباً واحداً للموصى له الأول بقي ثلث شيء إلا نصيباً ، أخذنا منه ثلثه للموصى له الثاني وهو تسع شيء إلا ثلث نصيب ، نقصناها أعنى الوصيتين معا عن الشيء ، بقيت ثمانية اتساع شيء إلا ثلث نصيب ، وهو معادل لثلاثة أنصاء ، وهو عدد الورثة .

وبعد الجبر يصير ثمانية اتساع شيء معادلاً لثلاثة أنصاء ، وثلث نصيب .

اتمى بالأولى من المفردات فأردنا أن نقسم العدد على عدد الأشياء وطريق هذه القسمة كما سبق في القسمة ، أن نجعل الصحاح كسوراً ، ونوحد المخرجين ونقسم المقسوم على المقسوم عليه ، فصار المقسوم ثلاثة وثلثين ، لأننا جعلنا ثلاثة الأنصاء وثلث نصيب اتساعاً كما كان كسر الأشياء ، وصار المقسوم عليه ثمانية فإن قسم المقسوم على المقسوم عليه يخرج منه صحاح وكسور ، ونحتاج إلى بسطه .

فأخذنا الثلاثة والثلثين الشيء المجهول ، أعنى التركة والثمانية النصيب بقلب التسمية ، لأن نسبة العدد إلى عدد الأشياء كنسبة الشيء المجهول إلى الواحد على ما سبق في القاعدة التاسعة والثلثين [٢١٢] .

امتحانه إذا كانت التركة ثلاثة وثلثين فيكون ثلثه أحد عشر ، فأخذنا منه الموصى له الأول ثمانية بقيت ثلاثة وأخذ الموصى له الثاني ثلثها وهو واحد فيكون مجموع الوصيتين تسعة ، بقيت من التركة أربعة وعشرون وهو أيضاً ثلاثة بنين ، فيكون نصيب كل واحد منهم ثمانية وضعناها هكذا :

التركة	ثلاثة وثلثون
الوصية	الورثة
تسعة	أربعة وعشرون
زيد	ابن ابن ابن
ثمانية	ثمانية ثمانية ثمانية
واحد	

(١) في ت الأل وهو خطأ صحته الأول .

(٢) في ل وأخذنا .

			u
			b
			p

وأيضاً لأن السطوح الصغار تسعة والكبار ثلاثة وكل واحد منها يساوي ثمانية من الصغار فيكون أربعة وعشرين مجموعها ثلاثة وثلاثون.

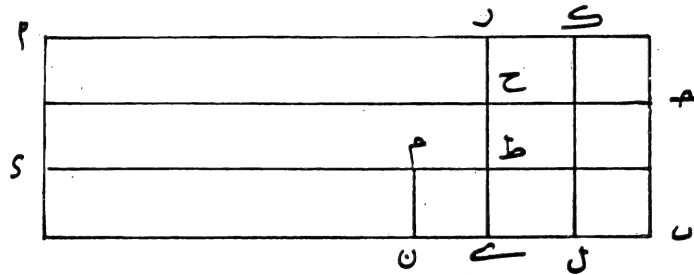
رجل خلف ثلاثة نين ، وأوصي لرجل بمثل نصيب أحد بنيهِ إلا ثلث ما بقي من الثلث بعد الوصية .

وبعد إسقاط تسعى شيء من المتعادلين بقي ثلثنا نصيب يعادل سبعة أضعاف شيء ، قسمنا العدد على عدد الأشياء فخرجت ستة أسابيع نصيب ، وهي الشيء المجهول .

التركة	سبعة وعشرون
الوصية	الورثة
سنة	واحد وعشرون
	ابن ابن ابن
	سبعة سبعة سبعة

طريق آخر : ولما كانت الوصية مثل نصيب ابن واحد إلا ثلث ما يبقى من الثلث بعد الوصية ، فيكون مثل نصيب إلا نصف ما يبقى من الثلث بعد النصيب ، فإذا فرضنا التركة شيئاً ، ونقصنا من ثلثه نصيباً بقي ثلث شيء إلا نصيباً ، نقصنا نصفه وهو سدس شيء إلا نصف نصيب عن نصيب بقي نصيب ونصف إلا سدس شيء وهو الوصية ، نقصناه عن الشيء بقي شيء وسدس شيء إلا نصيباً ونصف نصيب ، وهو معادل لثلاثة أنصباء . وبعد الجبر يكون شيء وسدس شيء معادلاً لأربعة أنصباء ونصف ، قسمنا العدد على عدد الأشياء خرج الشيء المجهول سبعة وعشرين وهو التركة والنصيب سبعة ، لأن الأول بسط العدد والثاني بسط الشيء والوصية ستة .

وبطريق أبي حسن بن الحارث الجوبى جعلنا التركة مستطيلاً كسطح $ا ب$ وقسمناه ثلاثة سطوح متساويات كسطوح $ا ح و ح و ب$ وقسمنا الثلاثة بخط $م ح ط$ ثم قسمنا سطح $م ب$ بخط $ك ل$ قسمين



متساويين فيصير $م ب$ ستة سطوح صغار متساويات ، وأخذنا من $و$ سطح $م م$ بخط $م م$ مثل أحد السطوح الستة الصغار ، فإذا كان كل واحد من $ا ح و ح و ب$ نصيباً ، يكون $و$ مقدار الوصية لأنه ناقص عن $و$ النصيب بسطح $م م$ الذي هو ثلث $م ب$ أعني ما يبقى من الثلث ^(١) بعد $و$ النصيب ، فبقي من السطوح الصغار سبعة معادلة لنصيب .

فيكون كل نصيب سبعة والوصية ستة كما سبق

المثال الثالث :

رجل خلف ابناً وثلاث بنات ، وأوصى لرجل بمثل نصيب ابنه ، ولآخر بثلث ما يبقى من الثلث بعد نصيب الابن ، ولآخر بمثل نصيب بنت وثلثه [٢١٥] .

فرضنا التركة شيئاً وباقي العمل أوردناه في هذا الجدول [٢١٦] .

يصح الفريضة من خمسة ولأن الوصية الثالثة مثل نصيب بنت وثلاثة ، فلاجل الثلث يصح من خمسة عشر نصيب كل بنت ثلاثة ونصيب ابن ستة	فيكون الوصية الأولى ستة	والوصية الثانية أخذنا ثلث التركة أعني ثلث الشيء ونقصنا منه النصيب وهو ستة بقي ثلث شيء إلا ستة أخذنا ثلثه فكان تسع شيء إلا اثنين وهو الوصية الثانية	والوصية الثالثة مثل نصيب بنت وثلاثة فيكون أربعة
---	-------------------------	--	---

(١) في ل ناقص الجملة التالية (وهو $و ب$ بعد الوصية وهو $و$ بل هو نصف $ط ب$ أعني ما يبقى من الثلث بعد $و$)

جمعنا الفريضة والوصايا ، فكان المجموع ثلاثة وعشرين عددا وتسع شيء ، وهو معادل لشيء واحد ، وبعد إسقاط تسع الشيء المشترك من المتعادلين تكون ثلاثة وعشرون عدداً معادلاً لثمانية لتساع شيء ، قسمنا العدد على عدد الأشياء ، بل بسطنا العدد اتساعا فكان مائتين وسبعة ، وكانت اتساع الشيء ثمانية ، فبالقاعدة التاسعة والثلاثين إذا جعلنا التركة مائتين وسبعة تكون واحد من السهام التي يصح منها الفريضة ثمانية ، ضربناها في فرص البنت منه وهو ثلاثة حصل نصيب بنت أربعة وعشرين ، فيكون نصيب ابن ثمانية وأربعين وكتبنا جميع الأنصبة على منهاج السياقة هكذا .

التركة مائتان وسبعة سهام			
الفريضة		الوصية	
مائة وعشرون سهما		سبعة وثمانون سهما	
ابن	بنت	زيد	عمرو
٤٨	٢٤	مثل نصيب ابن	ثلث ما يبقى من التركة
بنت	بنت	٤٨	بعد إخراج نصيب
٢٤	٢٤	بكر	الابن
		مثل نصيب بنت وثلث	حصل
		ليكون ٣٢	٧

هكذا يصح إذا جاز الورثة لأن الوصية أكثر من ثلث التركة .
وفي الشرع المطهر [٢١٧] ان الوصية يصح من ثلث التركة ، وإذا جاوز عنه لم يجز إلا إذا جاز الورثة ، فإن لم يجزوا فليتنقسم ثلث التركة على الوصايا بحسب سهامهم وثلثها على الورثة .
مثلا في هذه المسألة : أردنا أن يصبح أنصباء الورثة والوصية ، ويكون الوصايا ثلث التركة ، ضعفنا مجموع الوصايا وهو سبعة وثمانون فكان مائة وأربعة وستين ، ولما لم يصح منه انصباء الورثة اعنى كان مباينا للخمسة التي يصح منها ضربناه في الخمسة حصل ثمان مائة وسبعون ، وهو الفريضة ، قسمناه على الورثة ، وكذا ضربنا حصة كل واحد من الوصية في الخمسة حصل الوصايا ٢٦٢ ومجموعها ثلث التركة هكذا [٢١٨] .

التركة (ألف وخمسة وثلاثون)			
الفريضة		الوصية	
ثمانمائة وسبعون		مائة وخمسة وستون	
ابن	بنت	زيد	عمرو
ثمانمائة ثمانية	مائة أربعة	مائتان	خمسة
وإربعون	وإربعون	وإربعون	وإربعون

وأما على قياس طريقة أبي علي الحسن بن الحارث الجبوي ، فرضنا التركة سطح $أ ب$ ، وقسمنا ثلاثة سطوح كسطوح $أ ح و ب و ج$ ثم قسمنا تلك السطوح بخط $هـ م ع ط$ ، وقسمنا سطح $هـ ب$ ثلاثة أقسام بخطي $ك و ل م$ وفرضنا أن سطح $و ط$ نصيب ابن ، وضمناه للوصية الأولى وسطح $ع ك$ للوصية الثانية ، لأن ثلث ما يبقى أعني $ع ب$ من الثلث وهو $و ب$ بعد نصيب $و ط$ ، ثم قسمنا $و م$ قسمين بخط $س هـ$ وأخذنا من سطح $هـ م$ سطح $هـ ع$ ثلث $م س هـ$ فوضعنا مجموع سطحي $هـ ع و ل م$ الذي هو مجموع نصيب بنت وثلاثة للوصية الثالثة ، ووضعنا سطح $أ م$ لنصيب الابن ، وبقي $س هـ ع$ ثلثا نصيب بنت ، فبقيت

ثمانية سطوح صغار ، وهو معادل لتصيب بتين وثلاث نصيب ، إذا كان سه ع ثلثي نصيب قسمنا الثمانية على الاثنين وثلاث خرجت ثلاثة وثلاثة أسباع فيكون ثلاثة سطوح صغار وثلاثة أسباع سطح منها نصيب بنت واحد .

« المآل الرابع »

صححنا الفريضة أولا خرجت من ثمانية عشر لكل بنت اثنان ولكل ابن أربعة ، ولكل من الأبوين ثلاثة ، ففرضنا التركة شيئا ، فكون الوصايا هكذا (٢١٩) .

فجمعنا الوصايا الأربع الحاصلة في الجداول كانت من العدد خمسة ومن الشيء ثلاثة عشر جزءا من تسعين ، زدنا عليه ثمانية عشر وهو الفريضة بلغت ثلاثة وعشرين عددا وثلاثة عشر جزءا من تسعين من شيء ، وهو معادل لشيء واحد .

فيكون الوصية الأولى بمثل نصيب ابن وهو أربعة	الوصية الثانية سوس شيء إلا اثنين	الوصية الثالثة خمس شيء إلا ثلاثة	وأما الوصية الرابعة فلأننا فرضنا التركة شيئاً والفرضية ثمانية عشر ليصح منه الأربعة ، فيكون مجموع الوصايا الأربع شيئاً إلا ثمانية عشر نقصناه عنه ثلث الشيء ، بقيت ثمانية عشر إلا ثلثي شيء ، أخذنا ثلثه فكان ستة إلا تسع شيء ، وهو الوصية الرابعة
---	----------------------------------	----------------------------------	---

التركة ألفان وسبعون سهماً			
بالإرث	بالوصية		
الوالد	الوالدة	الموصى	الموصى
ضربنا الثلثة في سبعة وسبعين حصل ٢٣٤	مثل الوالد ٢٣١	له الأول مثل نصف ابنة ٢٣١	للثاني كانه سوس التركة ٣٤٥ منها ١٥٤ حصه بنت ١٩١
الابن	الابن	الثالث	الرابع
ضربنا الأربعة في السبعة والسبعين حصل ٣٠٨	الارض ٣٠٨	كانه خمس التركة ٥١٤ منها ٢٣١	كانه ثلث التركة ٦٩٠ منها الوصايا الأربع ٦٨٤ يكون ثلثها اثنان
البنت ١٥٤	البنت ١٥٤	نصف الأم ١٨٣	

المثال الخامس :

رجل أوصى لزيد نصف التركة ولعمرو ثلثها ولبكر ربعها ولخالد خمسها ولوليد سدسها ، وأقل عدد يصح منه هذه الكسور ستون ، فإذا أخذنا هذه الكسور حصلت سبعة وثمانون أكثر من الأصل ، فينبغي

في أمثال هذه ان تقسم التركة عليهم على تلك النسبة ، ويقال لهذا العمل^(١) العول ، فكأنه أوصى لزيد بثلاثين سهماً من سبعة وثلاثين ، ولعمرو بعشرين سهماً من سبعة وثلاثين أيضاً ، ولبكر بخمسة عشر سهماً منه ، ولخالد باثني عشر سهماً منه ، ولوليد بعشرة سهام منه ، ثم نهبوا التركة وعرف القاضى مقدار ما نهب كل واحد ، فاسترد من زيد نصف ما نهب ومن عمرو ثلث ما نهب ومن بكر ربع ما نهب ومن خالد خمس ما نهب ومن وليد سدس ما نهب .

وجمع وقسم عليهم بالسوية ، فحصل لكل واحد منهم مما بقي عنده بعد ما استرده القاضى ومما أعطاه القاضى ما هو نصيب له .

أردنا أن نعرف مقدار ما نهب كل واحد منهم .

ففرضنا جميع ما استرد القاضى شيئاً ، فيكون ما أعطى كل واحد خمس شيء ، وأوجدنا ما في العمل في الجدول (٢٢٠) .

وما بقي لزيد بعد استرداد القاضى ثلاثون إلا خمس شيء ولأنه نصف ما نهب فيكون ما استرد القاضى منه ثلاثون إلا خمس شيء	وما بقي لعمرو بعد استرداد القاضى شيء ولأنه ثلث ما نهب فيكون ما استرد القاضى منه عشرة إلا عشر شيء	وما بقي لبكر بعد الاسترد خمسة عشر إلا خمس شيء وهو ثلث أمثاله ما استرد القاضى منه إذ هو ربع ما نهب فيكون مقدار المسترد خمسة إلا ثلث خمس شيء	وما بقي لخالد بعد الاسترد أربعة أمثاله ما استرد القاضى منه إذ هو خمس ما نهب فيكون مقدار المسترد ثلثه	وما بقي لخالد عشرة إلا خمس شيء وهو ثلثه
--	--	--	--	---

فجمعنا ما استرد القاضى منهم كان خمسين إلا مائة وسبعة وثلاثين جزءاً من ثلاثمائة جزء من شيء ، وهو يعادل الشيء المقروض .

وبعد الجبر يكون خمسون معادلاً لشيء ومائة وسبعة وثلاثين جزءاً من ثلاثمائة من شيء ، فإذا قسمنا العدد على عدد الأشياء يخرج خمسون جزءاً من أربعمائة وسبعة وثلاثين ، وهو الشيء المجهول ، أى ما استرد القاضى منهم ، لكننا نريد مقادير الأنصباء وما نهب كل منهم والمسترد صحاحاً ، فبسطنا كل واحد من المعادلين ، فحصل من بسط العدد خمسة عشر ألفاً أخذناه الشيء المجهول ، أعنى ما استرده القاضى منهم ، وحصل من بسط الأشياء أى خمسون^(٢) أربعمائة وسبعة وثلاثون .

أخذناه مقدار سهم واحد من السهام المذكورة ، فضربناه في كل واحد من الأنصباء ، وكذا في مجموعها ، أعنى سبعة وثلاثين حصلت التركة ثمانية وثلاثين ألفاً وتسعة عشر .

(٢) أى خمسون ليست في ت

(١) في ل العلم

وهذا أقل عدد يصح منه هذه المسألة .
وحساب ما نهب كل واحد هكذا في الجداول .

ضربنا بسط الأشياء وهو ٤٣٧ في خمسة زيد وهو مئوثن مصل ١٣١١٠ وهو نصيب زيد نقصنا منه خمس المسترد وهو ٣٠٠٠ بقی ١٠١١٠ ضعفناه مصل ما نهب زيد ٢٠٢٢٠	ضربنا بسط الأشياء في عشرين مصل نصيب عمرو ٨٧٤٠ نقصنا منه ٣٠٠٠ بقی ٥٧٤٠ زدنا عليه نصفه وهو ٢٨٧٠ بلغ ما نهب عمرو ٨٦١٠	ضربنا بسط الأشياء في خمسة عشر مصل نصيب بكر ٦٥٥٥ نقصنا منه ٣٠٠٠ بقی ٣٥٥٥ زدنا عليه ثلثه وهو ١١٨٥ بلغ ما نهب بكر ٤٧٤٠	ضربناه في اثني عشر مصل نصيب خالد ٥٢٤٤ نقصنا منه ٣٠٠٠ بقی ٢٢٤٤ زدنا عليه ربعه ٥٦١ بلغ ما نهب ٢٨٠٥	ضربناه في عشرة مصل نصيب وليد ٤٣٧٠ نقصنا منه ٣٠٠٠ بقی ١٣٧٠ زدنا عليه خمسة وهو ٢٧٤ بلغ ما نهب وليد ١٦٤٤
--	---	---	---	--

امتحانه بطريق أهل السبابة هكذا :

التركة ٣٨٠١٩ وما استرد القاضى ١٥٠٠٠ خمسة ٣٠٠٠				
زيد نهب ٢٠٢٢٠ ما استرد القاضى بالنصف ١٠١١٠ بزيادة ٣٠٠٠ الخمس المذكور يكون ١٣١١٠	عمرو نهب ٨٦١٠ استرد القاضى بالثلث ٢٨٧٠ بزيادة ٣٠٠٠ الخمس المذكور يكون ٨٧٤٥	بكر نهب ٤٧٤٠ منها المسترد مجزئ الربيع ١١٨٥ بزيادة ٣٠٠٠ الخمس المذكور يكون ٦٥٥٥	خالد نهب ٢٨٠٥ المسترد مجزئ الخمس ٥٦١ بزيادة ٣٠٠٠ الخمس المذكور يكون ٥٢٤٤	وليد نهب ١٦٤٤ منها المسترد بالسبع ٢٧٤ بزيادة ٣٠٠٠ الخمس المذكور يكون ٤٣٧٠

المثال السادس :

رجل خلف ثلاثة بنين وأوصى لرجل بجذر نصيب أحدهم .

ولا يجوز في أمثال هذا أن نأخذ عددا يصح منه الأنصاء والوصية ، ونقسم التركة عليه لأن نسبة جذر إلى مجذوره لا يكون كنسبة جذر آخر إلى مجذوره ، ولا يكون النسبة بين كل عددين كالنسبة بين مربعهما مطلقا ، كما مر في القاعدة الثالثة والأربعين ، فينبغي أن نعرف مقدار التركة ، ثم نفرض النصيب مالا والوصية شيئا ، فيكون ثلاثة أموال وشيء معادلا لتركته كم كانت ، وبعد الرد يكون مال واحد وثلاث شيء معادلا لثالث التركة ، فالمسألة هي الأولى من المقترنات ، فربع نصف عدد الأشياء وزيدته على ثلث التركة ، ونأخذ جذره إن كان منطوقا ، وإلا فبتقريب لا يعتد منه ، وتنقص منه نصف عدد الأشياء فما بقي فهو الوصية ، ومربعه نصيب واحد (٢٢١) .

وإن اتفق أن يكون التركة مثلا ألفا ومائتين وعشرين فيكون الوصية عشرين ، وكل نصيب أربعمئة ، وهو مربع الوصية ، وأما إن كانت غيره فلا يجوز أن يقسموه بهذه النسبة لما مر (١) .

المثال السابع :

رجل خلف ثلاثة بنين وأوصى لرجل بمثل نصيب أحدهم ، ولآخر بمقدر ما يبقى من الثلث بعد النصيب ، وينبغي أن يكون التركة معلومة لما مر في المثال المتقدم وليكن ألف دينار .

فرضنا الوصية الثانية شيئا ، فيكون ما يبقى من الثلث بعد النصيب مالا ، نقصناه عن ثلث التركة وهو ثلاثمئة وثلاثة وثلثون دينارا وثلث دينار بقي ثلاثمئة وثلثون دينارا ، وثلث دينار إلا مالا ، وهو نصيب واحد .

فيكون مجموع الوصيتين والأنصاء الثلاثة ألفا وثلاثمئة وثلاثة وثلثون دينارا وثلث دينار وشيئا إلا أربعة أموال ، وهو معادل الألف دينار .

وبعد الجبر والمقابلة تكون ثلاثمئة وثلاثة وثلثون دينارا وثلث دينار وشيء معادلا لأربعة أموال ، وبعد الرد تكون ثلاثة وثمانون دينارا وثلث دينار ورابع شيء معادلا لمال واحد .

انتهى بالثالثة من المقترنات ، أخذنا مربع نصف عدد الأشياء ، فكان جزءا من أربعة وستين ، زدناه على العدد بلغت ثلاثة وثمانين وسبعة وستين جزءا من مائة واثنين وتسعين ، حولنا الكسر إلى الأعشار وثمانها وثالثها ورابعها صار ثلاثة وثمانين و٣٤٨٩ رابع الأعشار .

أخذنا جذره بتقريب لا يعتد تفاوتاً ، فكان تسعة و١٢٩٥ رابع الأعشار ، زدنا عليه نصف عدد الأشياء وهو الثمن أي ١٢٥ ثالث الأعشار بلغت تسعة و٢٥٤٥ رابع الأعشار ، وهو مقدار الوصية ، نقصناه عن ألف بقي تسعمئة وتسعون و٧٤٥٥ رابع الأعشار ، قسمناه على أربعة خرج مائتان وسبعة وأربعون و٦٨٦٤ رابع الأعشار ، وهو مقدار نصيب واحد (٢٢٢) .

امتحان : نقصناه عن ثلث التركة ، بقيت خمسة وثمانون و٦٤٦٩ رابع الأعشار ، أخذنا جذره فكان تسعة

(١) ليست في ل فهي زائدة

و ٢٥٤٥ رابع الأعمشار مثل الوصية الثانية ، فإن اتفق أن يكون التركة ٧٩٢ يكون ثلثها ٢٦٤ فيكون نصيب واحد ٢٦٤ إلا مالا ، فمجموع الأنصباء والوصيتان ١٠٥٦ وشيء إلا أربعة أموال يعادل ٠٧٩٢ .

وبعد الجبر والمقابلة والردا يكون ٦٦ عددا وربع شيء معادلا لمال واحد ، أخذنا مربع نصف عدد الأشياء ، فكان جزءا من أربعة وستين ، زدناه على العدد بلغ ٦٦ وجزءا من أربعة وستين ، وهو منطق بالجزر .

أخذنا جذره فكان ثمانية وثمانزنا عليه نصف عدد الأشياء بلغت ثمانية وربعاً وهو مقدار الوصية الثانية ، نقصناه عن التركة وهي ٧٩٢ بقي ٧٨٣ وثلاثة أرباع ، أخذنا رבעه فكان ١٩٥ و ١٥ جزءاً من ٦٤ وهو نصيب واحد فإذا نقصناه من ثلث التركة بقي مربع ثمانية وربع بعينه .

« الفصل الثالث » :

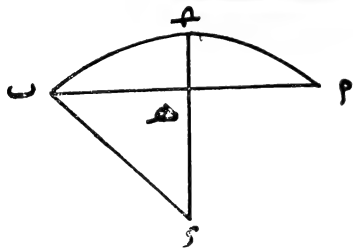
تستعمل على ثمانية أمثلة (٢٢٣) .

مجهولاتها مستخرجة بالقوانين الهندسية ، تنشيطاً للتعلمين وترغيباً لهم بتحصيل الرياضيات .

المثال الأول :

ريح قائم في الماء والخارج منه ثلاثة أذرع ، أماله الريح حتى غاص في الماء فصار رأسه مع سطح الماء من غير أن زال أصله من موضعه ، وكان البعد بين مطلعه الأول وبين مغيبه في الماء خمسة أذرع وأردنا معرفة طول الريح .

فرضنا سطح الماء ا ب والريح حين قيامه ح د وحين بلوغ رأسه سطح الماء و ب ، فيكون ما بين مطلعه ومغيبه ه ب والخارج منه عن سطح الماء حين قيامه ح ه .



فكان رسم (١) تحركة قوس ح ب ما لم يزل أصله وهو د من موضعه ، فيكون الريح نصف القطر م ه ب نصف وتر القاعدة الثامنة والأربعين ، وبرهانها في الشكل الرابع والثلاثين من المقالة الثالثة من الأصول حصلنا مربع ه ب ما بين المطلع والمغيب كان خمسة وعشرين ، وهو مساو لسطح ح ه

في تمامه إلى القطر فقسمناه على ح ه وهو ثلاثة خرجت من القسمة ثمانية وثلث ، زدناها على ح ه أي الثلاثة بلغ أحد عشر وثلثاً ، وهو مقدار قطر دائرة يكون ح ب قوساً منها ، فنصف القطر خمسة وثلثان وهو مقدار ح د طول الريح .

وبالجبر والمقابلة فرضنا ه د شيئاً وهو ما كان من الريح في الماء حين قيامه ، فيكون مربعه مالا ، وكان مربع ه ب خمسة وعشرين مجموعهما مال وخمسة وعشرون ، وهو يساوي مربع ب د بالقاعدة السادسة

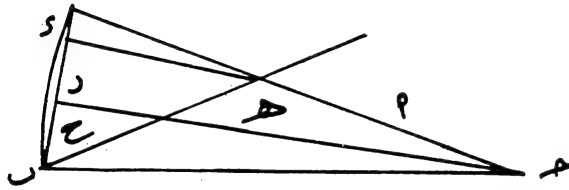
(١) في ت فكأنه رسم بحركته

والأربعين ، وبرهانها في الشكل السابع والأربعين من المقالة الأولى من الأصول ، وهو يسمى بالشكل العروسي [٢١٤] ويكون ب و أي ح و طول الرمح شيئاً وثلاثة .

فيكون مربعه مالا وستة أشياء وتسعة ، وهو معادل لمجموع المربعين الأولين ، وبعد إسقاط المشتركة تكون ستة أشياء معادلة لستة عشر ، قسمنا العدد على عدد الأشياء خرج إثنان وثلثان وهو الشيء المجهول أعني ه و زدنا عليه ثلاثة وهي ح ه بلغت خمسة وثلثين وهو طول الرمح .

المثال الثاني :

رح بعضه في الماء وبعضه خارج منه وهو ثلاثة أذرع ، وهو مائل أي ليس بقاءم ، فأماله الرمح حتى غاص في الماء فكان البعد بين مطلع الرمح الأول وبين مغيبه أربعة أذرع والبعد بين رأسه في الأول وبين مغيبه ثلاثة أذرع ، وأردنا أن نعرف طول الرمح ، وليكن ا ب سطح الماء م و هو ه و الخارج منه م



ه ب ما بين مظهره ومغيبه م و ب البعد بين رأسه في الموضع الأول، وبين مغيبه . فأخرجنا من ه عمود ه ر على ب ومن ح عمود ح ر (١) عليه أيضاً ، فوق موقع العمود على منتصف ب و بالشكل الثالث من المقالة الثالثة من الأصول .

فبالشكل الثالث عشر من الثانية من الأصول نقصنا مربع ه ب وهو ستة عشر من مجموع مربعي ه و ب وهو ثمانية عشر بقي إثنان قسمناهما على ضعف ب و وهو ستة خرج من القسمة ثلث ذراع وهو خط و ر ، ولأن نسبة و ر إلى ه كنسبة ح إلى و ح لتشابه مثلثي و ر ه م و ح و كان و ر ثلث ذراع م وهو ثلاثة أذرع .

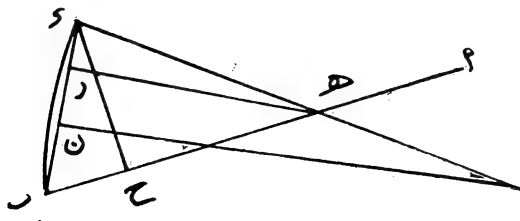
فيكون نسبة و ر إلى و ه كنسبة التسع .

فيكون نسبة و ح إلى و ح كذلك ، وكان و ح نصف ب ذراعا ونصفا .

فيكون و ح ثلاثة عشر ذراعا ونصفا وهو طول الرمح .

المثال الثالث :

إذا كانت زاوية ميل الرمح عن سطح الماء نصف قائمة والخارج منه ثلاثة أذرع ، وما بين مظهره ومغيبه



أربعة أذرع ، فعبد الشكل المتقدم ، ونخرج من نقطة و عمود و ح على ا ب .

ولما كانت زاوية و ه ب نصف قائمة يكون جيب زاوية و ه ح م ك له وهو مقدار و ح

(١) في ت ه ح وهو خطأ

٤٥ ١٦ ٧ ٢

٣٥ ٢٥ ٤٢] على أن يه ستون ، أما على أنه ثلاثة أذرع وح [ب ر نو مه] وهو ذراعان و ر مو مه
ثلاثة منه م ه ح مثله ويبقى ح ب [ا ن م ح نه] [١٥ ٤٣ ٥٢] مربعه ح لا مه ر مط
[٤٩ ٢ ٤٥ ٣١] مربع وح [د ل ا ب مط] [٤٩ ١٢ ٣٠] مجموعهما ح ا مو ه ح رابعه
[٣٨ ٤٦ ٨١] جذره ب ه ا ثانيه [١ ٥٠ ٢] وهو خط و ب .

فيكون جيب ب وح [ل ط مو ح ٤٨ ٤٦ ٣٩] قوسه ما لا مد [٤٤ ٣١ ٤١] فزاوية ه و ب
[فو لا مد ٤٤ ٣١ ٨٦] ولما كانت حادة علم أن المسألة غير مستحيلة .

فتكون زاوية ي ه ر تمام زاوية ه و ر [ح ك ح بو ١٦ ٢٨ ٣] جيبه [ح ل ز ح ١٨ ٣٧ ٣]
وهو خط و ر على أن يه ستون .

أما على أنه ثلاثة أذرع فيكون خط و ر [ص فر ل ن ح ند ٥٤ ٥٣ ١٠] وخط وح أعنى نصف
[١ ٥٠ ٢]

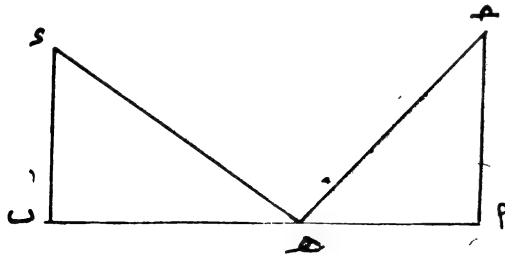
و ب وهو ب ن ا يكون [ا كه ص فر ل ٣٠ ٢٥ ١] ونسبته إلى و ح كنسبة و ر إلى ه ب
فيكون و ح [كه كد ا ٢٤١ ٢٣] وهو طول الرمح أعنى ثلاثة وعشرين ذراعا و ح كد ا ثانيه
وذلك ما أردناه .

المثال الرابع

نخلتان قائمتان على سطح الأفق أحدهما * عشرون ذراعا والأخرى خمسة وعشرون ذراعا ، والبعد بينهما
ستون ذراعا ، وفيما بينهما نهر أو بركة ، وعلى رأس كل نخلة طائر ، رائيا ** في الماء سمكة فطارا إليها في آن
واحد طيرانا واحدا متساويا على خطين مستقيمين ، ووصلا إليها معا ، وهي على خط مستقيم وأصل بين
أصلي النخلتين .

نريد أن نعرف مقدار ما طار كل منهما ، والبعد بين ملتقاهما (١) أي موضع السمكة وأصل كل واحدة
من النخلتين (٢٢٥) .

وليسكن ا ب البعد بين أصلي النخلتين م ا ح النخلة العظمى م ب و الصغرى م و نقطة ه موضع التلاقي
أي موضع السمكة وكل واحد من ح ه م و ه مقدار ما طار كل واحد من الطائرين ، وهما متساويان .



** صحتها رأيا

* صحتها إحداها

(١) في ت ملتقاهما

ولما كان بعد نقطة التلاقى عن أصل النخلة الصغرى أعنى ه ب شيئا يكون ا ه بعده عن أصل النخلة الكبرى ستون ذراعا إلا شيئا ، مربعه ثلاثة آلاف وستمائة ذراع ومال إلا مائة وعشرين شيئا ، [ومربع (١) ا ح النخلة العظمى ستمائة وخمسة وعشرون ، مجموع المربعين أربعة آلاف ذراع ومائتان خمسة وعشرون ومال إلا مائة وعشرين شيئا] .

وهو معادل لما حفظنا ، وبعد أسقاط المشتركة يكون مائة وعشرون شيئا معادلا لثلاثة آلاف وثمانمائة وخمسة وعشرين ذراعا .

قسمنا العدد على عدد الأشياء خرج الشيء المجهول أحدا وثمانين ذراعا وسبعة أثمان ذراع وهو ه ب بعد نقطة التلاقى عن أصل النخلة الصغرى .

فيكون ا ه بعدها عن الكبرى تمام ذلك إلى ستين ، وهو ثمانية وعشرون ذراعا وثمان ذراع
مربع الأول ١٠١٦ مربع الثانى ٧٩٢ مجموع المربع الأول وطول النخلة الصغرى ١٤١٦ وهو مساو
١ ١ ١
٦٤ ٦٤ ٦٤
للمجموع المربع الثانى .

وطول النخلة الكبرى وهو مربع ما طار كل منهما ، جذره سبعة وثلثون ذراعا وثلثة وعشرون جزءا من مائة تقريبا .

« المثال الخامس »

مثلث قاعدته ثمانية عشر واحد الضلعين الباقيين نصف الآخر ، والعمود الخارج من الزاوية التى توترها القاعدة الواقعة عليها اثنان ، وأردنا أن نعرف مقدار كل واحد من ضلعيه الباقيين .

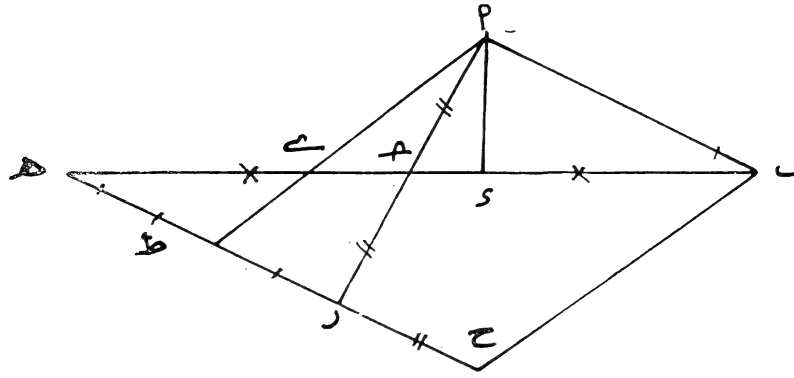
وليكن المثلث ا ب ح وقاعدة ب ح معلوم وكذا عمود ا ح وضع ا ح نصف ضلع ا ب وأردنا كيهما ، فنخرج قاعدة ب ح ، ونجعل ح ه مثل ب ح ، ونخرج ا ح ونجعل ح ر مثل ا ح ونصل ه ر ونخرجه ، ونجعل ر ح مثل ح ر ونصل ب ح ، وننصف و ه على ط ونصل ا ط .

فلأن ح ر مثل ا ح ه مثل ب ح وزاويتى ح المتقابلتين متساويتان .

فبالسادس من سادسة الأصول ، وبالرابع منها يكون مثلث ر ه ح مساويا ومشابها لمثلث ا ب ح .

فزاوية ا ب ح مساوية لزاوية ح ه ر ا ب مواز إلى ه ح بالسابع والعشرين من أولى الأصول (٢٢٦) ولأن كل واحد من ح ر ه ر ط مثل ا ح فيكون ح ط مساويا إلى ا ب وهو مواز له فيكون ا ط ه ح متوازيان متساويان بالثالث (٢) والثلاثين من أولى الأصول .

ولأن ا ر مثل ا ب ط مثل ا ح وزاويتا ا ح ر ط متساويتان لتوازي ا ب ه ط ه فيكون مثلث ر ا ط مثل مثلث ا ب ح .



فيكون $ا ط$ مساويا إلى $ب ح$ القاعدة ، ومثلنا $ه ط$ $ه ب$ متشابهان (١) لتوازي خطي $ط ب$ $ه ب$ ، وكان $ه ط$ ثلث $ه ح$ فيكون $ه ب$ ثلث $ه ح$ ويكون ثلثي $ه ح$ بل $ب ح$.
وبقي $ح$ $ه$ ثلث $ه ح$ بل $ب ح$.

ولأن مثلثي $ا ط ه$ $ر ح ه$ متساويين متشابهين $ا ح$ مثل $ه ط$ وزاوية $ا ح ه$ مثل زاوية $ا ط ه$ فيكون $ا ب$ مثل $ه ب$ وهو ثلثنا (٢) القاعدة ، فقضنا مربع $ا ب$ العمود وهو أربعة من مربع $ا ب$ ثلثي القاعدة وهو ١٤٤ بقي مربع $ب ح$ ١٤٠ أخذنا جذره فكان أحد عشر و ٨٣٢ ثلث الأعشار وهو خط $ب ح$ نقصنا منه $ح$ $ه$ ثلث القاعدة وهو ستة بقيت خمسة و ٨٣٢ ثلث الأعشار وهو خط $ب ح$.

مربعه أربعة وثلاثون و ١٢٢٢٤ سادس الأعشار ، ومربع $ا ب$ العمود أربعة .
مجموع المربعين ثمانية وثلاثون و ١٢٢٢٤ سادس الأعشار ، أخذنا جذره فكان ستة (٣) و ١٦٦٢ رابع الأعشار وهو مقدار ضلع $ا ح$ وضعفه ، ويكون مقدار $ا ب$ وهو المطلوب .
وبالجبر والمقابلة فرضنا $ب ح$ شيئا فيكون مربع $ا ح$ مالا وأربعة ، مربع $ا ب$ أربعة أمثاله أي أربعة أموال وستة عشر وبقي $ب ح$ ثمانية عشر إلا شيئا ، مربعه ٣٢٤ ومال إلا ٣٦ شيئا .
جمعناه مع مربع $ا ب$ بلغ ٣٢٨ ومال إلا ٣٦ شيئا ، وهو معادل لأربعة أموال وستة عشر .

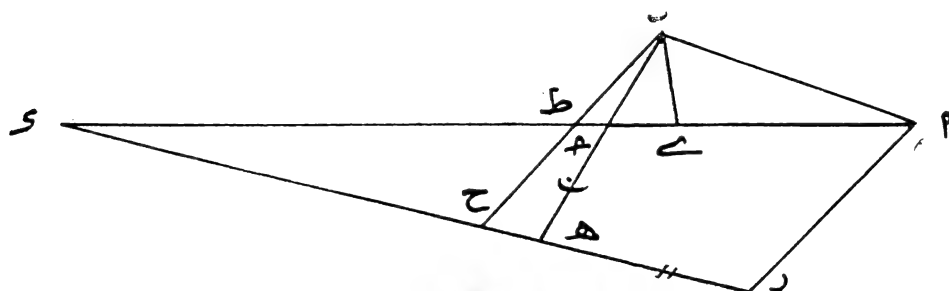
وبعد الجبر والمقابلة يكون ٣١٢ معادلا لثلاثة أموال و ٣٦ شيئا ، وبعد الرد يكون ١٠٤ معادلا لمال واحد واثني عشر شيئا ، ربعنا نصف عدد الأشياء صار ٣٦ زدناه على العدد بلغ ١٤٠ أخذنا جذره فكان كما سبق أحد عشر و ٨٣٢ ثلث الأعشار ، نقصنا منه نصف عدد الأشياء ، بقيت خمسة و ٨٣٢ (٤) ثلث الأعشار وهو الشيء المجهول أعنى $ب ح$ والباقي كما سبق .

« المثال السادس »

مثلث قاعدته ستة عشر وأحد الضلعين الباقيين ثلاثة أمثال الآخر ، والعمود الخارج من الزاوية التي توترها القاعدة الواقع عليها ثلاثة ، وأردنا معرفة الضلعين الباقيين .

(١) في ت متشابهتان (٢) في ت ثلثان (٣) في ت فكانت (٤) في ت ٨٣١

ولیکن المثلث ا ب ح م ا ح القاعدة معلومة وكذا عمود ب ع ونريد معرفة ضلعي ا ب - ب ح
ولیکن النسبة بينهما معلومة وهی أن ا ب ثلاثة أمثال ب ح .



ولأن ح و ض ع ف ا ح و ه و ض ع ف ا ب بل ستة أمثال ب ح و ر و ثمانية أمثال ب ح و ح و ح
خمس أمثال ب ح و ف و ح خمسة أمثال ل و ر فيكون ط خمسة أمثال ا و .

ولما كان **أ** و **ثلاثة أمثال** **ح** القاعدة ، فكون **ب** **ط** **ثلاثة أثمان** **ح** .

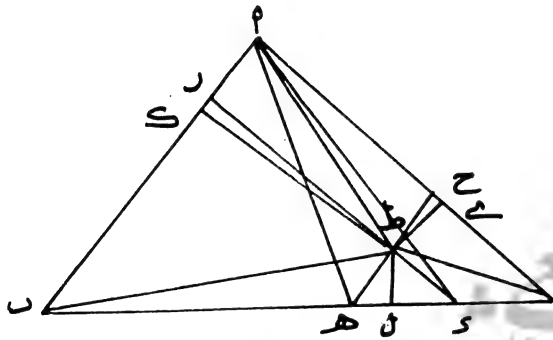
فإذا نقصنا مربع ب ع وهو تسعة عن مربع ب ط وهو ٣٦ بقي مربع ط ع ٢٧ أخذنا جذره فكان خمسة و ١٩٦١ رابع الأعشار ، وهو خط ط ع ، نقصنا ح ط وهو اثنان بقيت ثلاثة و ١٩٦١ رابع الأعشار ، ربعناه صارت عشرة و ٢١٥٠٦ خامس الأعشار ، زدنا عليه مربع ب ع بلغت تسعة عشر و ٢١٥٠٦ خامس الأعشار ، أخذنا جذره وكان أربعة و ٣٨٤٨ رابع الأعشار وهو ضلع ب ح ، فيكون ضلع ا ب ثلاثة عشر و ١٥٤٤ رابع الأعشار وهو المطلوب .

« المثال السابع »

نريد أن نضع داخل مثلث نقطة ونصل بينها وبين زوايا المثلث خطوطا ليصير ثلاثة مثلثات بحيث يكون الأول (١) نصف الثاني ، والثاني ثلث الثالث ، ونريد أن نعرف مقادير تلك الخطوط ، ومقادير الأعمدة الخارجة من تلك النقطة هي الأضلاع ، والمعلوم أضلاع المثلث فحسب .

وليكن المثلث ABC ، فنقسم B ح ثلاثة أقسام بحيث يكون أحد الأقسام نصف الثاني ، والثاني ثلث الثالث كأقسام C — Y — Z — H ، فـ Y — H ضعف C وثلث H — B فيكون H — B ستة أمثال C ، وجميع B ح سبعة أمثال C .

ثم نصل A — Y فثلث A — C (٢) نصف مثلث A — H ، وهو ثلث مثلث A — H — B كما مر في القاعدة السابعة والأربعين ، يرهاتها في الشكل الأول من سادسة الأصول (٢٢٧) ، ثم نخرج من نقطة Y خط Y — R موازيا لضلع AC ، ومن نقطة H — Z موازيا لـ AB فنقاطعا على نقطة P فهي النقطة المطلوبة ..



فإذا وصلنا P — A — T — C — P يكون مثلث ATC مساويا لمثلث A — C — Y ولوقوعهما بين خطين متوازيين على قاعدة واحدة وهو AC بالسابعة والعشرين من أولى الأصول ، ومثلث ATC مساويا لمثلث A — H — B بمثل ما مر .

وبقي مثلث PTC ح مساويا لمثلث A — C — Y ، فيكون مثلث ATC ح نصف مثلث PTC ح وهو ثلث مثلث ATC وذلك ما أردناه .

والآن نريد معرفة مقادير الأعمدة الخارجة من نقطة P على الأضلاع وهي أعمدة P — E — K — P .

وليكن A — C عشرة A — B سبعة عشر B ح أحدا وعشرين فيكون مساحة المثلث أربعة وثمانين . أخذنا تسعها فكان تسعة وثلثا ، وهي مساحة مثلث ATC ح ، قسمناها على نصف A ح خرج من القسمة عمود P — E أحدا وثلاثة عشر جزءا من خمسة عشر ، ثم قسمنا ضعف التسع المذكور على نصف ضلع B ح خرج من القسمة واحد وسبعة أضعاف ، وهو مقدار عمود P — L ، ثم قسمنا ثلثي المساحة أعنى ستة وخسين على نصف ضلع A — B خرجت من القسمة ستة وعشرة أجزاء من سبعة عشر ، وهو عمود P — K .

طريق آخر:

أخرجنا من نقطة P عمود P — L على B ح فبالشكل ١٣ (٣) من ثمانية الأصول نقصنا مربع A — B عن مجموع مربعي A — C بقي ٢٥٢ قسمنا نصفه على B ح خرج مقدار خط P — L ستة ، نقصنا مربعهما عن مربع A — B بقي مربع P — L ٦٤ جذره ثمانية وهي عمود P — L .

(٣) في ت الثالث عشر

(٢) A — B في ل وصحته A — C

(١) في ت أحدها

ولأن مثلث ط و ه يشابه مثلث ا ح ب لتوازي ضلعي ط و - ط ه لضلعي ا ح - ا ب .

و ه تسعا ح ب ، فيكون ط و تسعي ا ح .

و ط ه تسعي ا ب ، ولتشابه مثلثي ط و ل م ا ح د .

يكون ط ل أيضا تسعي ا م و ل تسعي ح د فيكون ط ل واحدا وسبعة اتساع م و ل واحدا وثلاثا ، فمجموع ح ل ثلاثه وثلثان ، مربعه ثلاثة عشر وأربعة اتساع ، ومربع ط ل ثلاثه وثلاثه عشر جزءا من أحد وثمانين مجموعهما ستة عشر ، وتسعة وأربعون جزءا من أحد وثمانين ، جذره أربعة و ٧٥٤ رابع الأعشار وهو خط ط ح .

وبقي ب ل سبعة عشر وثلثا ، مربعه ثلاثمائة وأربعة اتساع ، فيكون مربع ط ب ثلاثمائة وثلاثه وتسعة وأربعون جزءا من أحد وثمانين ، أخذنا جذره فكان سبعة عشر و ٤٢٤٣ رابع الأعشار وهو خط ط ب . ثم أخرجنا من نقطة و عمود و م على ا ح ومن نقطة ه عمود ه س على ا ب فيكون مثلث و ح م مشابها لمثلث ا ح د لاتحاد زاويتي ح فيهما ، وقيام زاويتي م د و .

فيكون نسبة ا ح إلى ا د كنسبة ح و إلى و م فيكون و م واحدا وثلاثه عشر جزءا من خمسة عشر وهو مثل ط ل المطلوب وأيضا نسبة ا ح إلى ح د كنسبة و ح إلى ح م فيكون ح م واحدا وخسين م ل م مثل ط ل اثنان وتسعان ف ح ل ثلاثمائة وعشرين جزءا من خمسة وأربعين ، [بقى ا ل] (١) ستة وسبعة عشر جزءا من خمسة وأربعين [فيكون ا ط القوى عليه وعلى عمود ط ل المساوي ل و م ستة و ٦٤٣٩ رابع الأعشار .

وايضا يكون مثلث ب ه س مشابها لمثلث ب ا د لاتحاد زاوية ب فيهما ، وقيام زاويتي س د و فنسبة ا ب إلى ا د كنسبة ب ه وهو أربعة عشر إلى ه س ، فيكون ه س ستة وعشرة أجزاء من سبعة عشر [إلى ه س] (٢) ، فيكون ه س ستة وعشرة أجزاء من سبعة عشر [وهو مثل ط ك المطلوب .

فعرنا مقادير الأعمدة الثلاثة ، ولامتحان صحة العمل نقول وايضا نسبة ا ب إلى ب د (٣) وهو ١٥ كنسبه ب ه وهو ١٤ إلى ب س ، فيكون ب س اثني عشر وستة أجزاء من سبعة عشر م س ك مثل ط ه ، وهو كان ثلاثة وسبعة اتساع ، ف ب ك ستة عشر وعشرون جزءا من مائه وثلاثة وخسين ، ف ط ب القوى عليه وعلى ط ك يكون سبعة عشر و ٤٢٤٣ رابع الأعشار بعينه مثل ما مر ، وذلك هو المطلوب .

وهذا آخر ما أردنا إيراد في هذا الكتاب ؛ والحمد لله تعالى على نعمائه وصلواته على خير خلقه محمد وآله تمت الكتاب بعون الملك الوهاب في ثاني شهر شعبان المعظم سنة خمس وستين وتسعمائة على يدى العبد الفقير المحتاج إلى رحمة الله الولي سعد الله بن أمان الله بن علي في بلدة قزوين .

عفى الله عنهم بحق محمد وآله المعصومين أجمعين (٢٢٨)

(١) هذه الجملة ليست وارده في ت (٢) هذه الجملة ليست وارده في ت (٣) في ت خمسة عشر

مفتاح الحساب

- [١] توجد سبعة مخطوطات «لمفتاح الحساب» هي :
- نسخة مكتبة سالتيكوف — شدرين. ليننجراد (مجموعة دورن رقم ١٣١) .
 - نسخة مكتبة جامعة ليدن (Cod. or. 185) وهي أقدم المخطوطات المعروفة حالياً .
 - نسخة مكتبة بروكسيميا العلمية (Spr. ١٨٢٤ bis.) ببرلين .
- وهي النسخ المذكورة في المقدمة ، وكذلك توجد أربع مخطوطات أخرى هي :
- مخطوطة موجودة في مكتبة برلين العلمية العامة (Spr. ١٨٢٤) ، وهذه المخطوطة مكتوبة في مئتي صفحة من القطع الصغير ، في حين أن النسخة المذكورة سابقاً (نسخة ليدن) تقع في ثمان وسبعين صفحة من القطع الكبير .
 - والنسخة الخامسة في معهد براين لتاريخ الطب والعلوم (No 1,2) .
 - أما النسخة السادسة فموجودة في مكتبة باريس الأهلية تحت رقم ٥٠٢٠ .
 - والنسخة السابعة في المتحف البريطاني بلندن تحت رقم ٤١٩ .
- ويقرر كندى Math. Rev., vol. 17 No 1, Jan. 1956 أنه توجد نسخة أخرى وإن كانت غير معروفة ، وهي موجودة في برايستون في مجموعة هارت .
- كما أن مفتاح الحساب قد طبع في طهران سنة ١٨٨٩ .
- ولقد قام پول لوكي المتوفي سنة ١٩٤٩ بتحقيق نسختي معهد برلين لتاريخ العلوم والطب ونسخة باريس .
- Paul Luckey Die Rechenkunst bei Gamsid b. Mas'ud al-Kasi mit Rückblicken auf die ältere, Geschichte des Rechnens — قسبادن ١٩٥٠
- وكذلك في مقالة : Die Ausziehung den n-ten Wurzel und der binomische Lehrsatz in der islamischen Mathematik - Math. Ann. 120 pp. 217 - 274. سنة ١٩٤٨
- أما نسختا ليننجراد وليدن فقد حققهما روزينفيلد وبوشكيفتش وأصدرا ترجمة وافية لمفتاح الحساب باللغة الروسية بالإضافة إلى كتاب الرسالة المحيطية لجشيد غياث الدين السكاثي .
- مفتاح الحساب والرسالة المحيطية — جشيد غياث الدين السكاثي .
- دار الطبع والنشر للأدب الفنى والعلمى للدولة — موسكو ١٩٥٦ .
- أما نسختا باريس ولندن فقد حققا جزئياً في مقالة فوبكه :
- Woepeke F. Passages relatifs à des sommations des séries des Cubes extraits de deux manuscrits arabes - Annaali di matem. pura ed applicata 6 - 1864. ص ٢٢٤ — ٢٤٨
- أما نسخة مكتبة برلين العلمية العامة فقد حققت جزئياً في كتاب
- Ahlwardt W., Verzeichnis der Arabischen handschriften der Kgl. bibliothek zu Berlin, الجزء الخامس ص ٣٤٢ — ٣٤٤ برلين — ١٨٩٣ .
- [٢] « الزيج الأيلجاني » أى الجداول الفلكية الخانية ، وكان لقب الخان يطلق على ملوك التتار الذين حكموا منطقة إيران بعد وفاة جنسكيزخان والزيج الأيلجاني من مؤلفات العالم الرياضى البارز محمد بن نصير الدين الطوسى الذى

۲۷۲

ح س ٢ = ح س ١ + ١

حيث ا ب و ح ثوابت

هذا وقد قام فردريك روزن بنشر هذه المخطوطة لكتاب الجبر والمقابلة مع ترجمة كاملة لها باللغة الإنجليزية في سنة ١٨٣١ وقد احتوت الترجمة على كثير من الأخطاء .

أنظر The Algebra of Mohammed ben Musa, edited and translated by Fredrte Rosen - London 1831.

وكذلك فهناك نسخة لاتينية من هذا الكتاب يرجح أن الذي قام بترجمتها هو جيرار دي كريمونا في القرن الثاني عشر وقد قام ليبري بنشرها في سنة ١٨٣٨

أنظر G. Libri, Histoire des Science mathematiques Jn Jtalie — Paris 1838 p. 1.

الجزء الأول

كما أنه توجد ترجمة لاتينية أخرى لكتاب الخوارزمي قام بها روبرت أوف شوستر في القرن الثاني عشر أيضا ، وقد نشرت هذه الترجمة اللاتينية مع ترجمة إنجليزية لها في نيويورك سنة ١٩١٥ ثم أعيد طبعها في كتاب كاربنسكي و ونتر في سنة ١٩٣٠ .

أنظر L. Ch. Karpinski, Robert of Chester's Latin translation of the Algebra of Al - Khwarizmi - New York 1915.

وكذلك - Ann L. Ch. Karpinski, F. G. Winter, Contributions to the history of Sciences. harbor. 1930,

[٨] أولوغ بيك جوراجان (١٣٩٤-١٤٤٩) ، هو حفيد تيمور لنگ وكان عالما كبيرا إلى جانب كونه قائدا سياسيا محنكا وقد حكم في الفترة من سنة ١٤٠٩ إلى سنة ١٤٤٩ ميلادية ، وكان يشجع العلماء ويهتم بالعلوم وقد أسس المرصد الفلكي المعروف باسمه في مدينة سمرقند ، حيث سام في وضع الجداول الفلكية المعروفة « بالزيج الجوراجاني » .
أنظر — المدرسة الفلكية لأولوغ بيك — بالروسية — تأليف ت . ن . كاري — نيازوف طبعة موسكو — ليننجراد ١٩٥٠ .

[٩] تختلف هذه الطريقة في تقسيم الأعداد الصحيحة إلى : زوجية زوجية ؛ زوجية زوجية وغير زوجية مما ، زوجية غير زوجية — عن التقسيم القديم بمض الشيء .

أنظر كتاب « الأصول » لإقليدس

[١٠] « الرقوم الهندية » التي يستخدمها الكاشي .

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ٠

ورغم مضى نحو خمسة قرون على الكاشي فإن شكل هذه الأرقام قريب الشبه بالأرقام المستخدمة في الدول العربية حاليا ، ورغم تسمية الكاشي لهذه الأرقام بالأرقام الهندية إلا أن شكلها يختلف كثيرا عن الأرقام المستخدمة في الهند نفسها ، وهي كذلك تختلف في الشكل عن الأرقام « العربية » المستخدمة في أوروبا حاليا والتي يرجح أنها صورة محرفة للأرقام العربية التي كانت تستخدم في الأندلس ، ولا زال الكثير مما يتعلق بتاريخ الأرقام العربية غير معروف حتى وقتنا الحاضر .

أنظر D.E Smith and L.C. Karpinsky , The Hindu-Arabical NameralS London 1911.

هذا وقد كان الفضل الأكبر والدور الأساسي في نشر النظام العشري للأرقام للرسالة الحسابية التي ألفها محمد الخوارزمي ، وبعد أن انتشر استخدام هذه الأرقام في الشرق العربي ، ما لبثت أن انتشرت في أوروبا بعد الحروب الصليبية . وللأسف فإنه لم يعثر للآن على مخطوط هذه الرسالة ، ولم يبق منها إلا ترجمة لاتينية محرفة ، قام بنشرها مع بعض الإضافات يوحنا الإشييلي في القرن السابع عشر ، كما أعاد بونكباتنييه نشرها في روما سنة ١٨٥٧

أنظر مثالة : الرسالة الحسابية لمحمد بن موسى الخوارزمي .

اعمال معهد تاريخ العلوم والمعارف التكنيكية — الجزء الأول ص ٨٥ — ١٢٧ — باللغة الروسية — ١٩٥٤ .
ونلاحظ أن الكاشي يمثل الصفر بدائرة صغيرة وهذا هو الشكل المتبع في الأرقام الأوروبية في الوقت الحاضر .
أنظر أيضا : كيف توصل الناس تدريجيا إلى علم الحساب الحالي . تأليف بيولستين باللغة الروسية ١٩٤٠ ص ٧٥
[١١] في تاريخ عملية التضعيف والتنصيف ، إرجع إلى ا . ب . يوشكيفتش رسائل محمد بن موسى الخوارزمي
في الحساب — باللغة الروسية — من أعمال معهد تاريخ المعرفة والتكنيك — الجزء الأول — ص ٩٧ — ١٠٠
سنة ١٩٥٤ .

(١٢) أول تعريف لعملية الضرب هو الذي ظهر لدى قدماء الأغريق ، وقد ظهر هذا التعريف بعد اكتشاف
خواص الأعداد التي تقبل القسمة .

أنظر K. Vogel Beitrage Zur griechishen Logistik

ميونخ ١٩٣٦ ص ١٨٤ .

[١٣] يعتبر الكاشي أن هذه الطرق المختلفة هي من اختراعه هو ، ومع عدم الإقلال من قيمته كعالم أصيل فإن
هناك في الواقع بعض الحالات التي سبقه فيها آخرون ، فثلا استخدم الرياضي الهندي بها سكارا الشبكة في عمليات الضرب ،
وذلك في القرن الثاني عشر .

أنظر . . كيف توصل الناس تدريجيا إلى علم الحساب الحالي — اللغة الروسية — سنة ١٩٤٠ .

[١٤] كلمة « جذر » كما يستخدمها الكاشي هنا تدل على الجذر التربيعي فقط ، أما « مربع » فإن الكاشي يستخدم
لها ثلاثة ألفاظ أحدها لفظ « مال » وهو ما يناظر كلمة δύραμيس التي استخدمها ديوفانتس الإغريق في حسابه وذلك
في القرن الثالث .

وقد ترجم رياضيو أوروبا كلمة « مال » هذه واستخدمت في القرون الوسطى بكلمتي « Subetantia & Censns »
أي مربع ومجذور بما يحمل معنى مرفوع إلى الأس الثاني المتعارف عليه .

كما يستخدم الكاشي لفظي كعب واللفظ المشتق منه مكعب للدلالة على ما نسميه حاليا بمكعب وهو ما يناظر كلمة
χῦβος عند ديوفانتس التي ترجمت إلى Cubus في غرب أوروبا .
ويقول الكاشي أن لفظ كعب كان يستخدم أيضا للدلالة على الجذر النكعبي .

أما الأسس ذات الدرجات الأعلى من ذلك فإن الكاشي يسميها « مال المال » و « مال الكعب » و « كعب
الكعب » و « مال مال الكعب » ... إلخ وذلك للدلالة على العدد مرفوعا إلى الأس الرابع والخامس والسادس
والسابع إلخ.. وهذا يناظر ما استخدمه ديوفانتس δύγμο - χύβος - δύγμο - χύβος - χύβος .. إلخ .

أما أجزاء العدد ١ (أي كسور العدد ١ : $\frac{1}{1}$ ، $\frac{2}{1}$ ، ...) فإن الكاشي يسميها واحدا من الألف ... وهذا
اللفظ نجده شائعا في المراجع العربية من قديم ، وهو أيضا يرجع إلى الطرق المستخدمة لدى الإغريق ولقد استخدم
ديوفانتس في « حسابه » مقلوب الأعداد المكونة للأسس الست الأولى للمجهول س ، عندما وضع القاعدة التي
بمقتضاها يكون حاصل ضرب س في $\frac{1}{س}$ مساويا للواحد الصحيح ، كما أنه عالج بعض المعادلات المحتوية على هذه
الكسور ، وحسب اصطلاح ديوفانتس عند حساب المجاهيل وقواها فإنه سمي المجهول س بالاسم ἀρεθμοε وسمى
القيمة $\frac{1}{س}$ باسم ἀρεθμοεσῦγ وسمى $\frac{1}{س^2}$ δύγμοεσῦγ أي واحد من المال ... إلخ .

وبرجح أن « حساب » ديوفانتوس قد ترجم إلى اللغة العربية في العصر العباسي قبل نهاية القرن التاسع الميلادي .
أنظر مؤلفات لـج . فوجل ص ٣٩٨ ، ٤١٢ ، ٤١٦ K: Vogel

[١٥] اللفظ اللاتيني « rationalis » والمشتقات المستخدمة في اللغات الأوروبية وكذا اللفظ العربي « منطوق »
هو ترجمة للكلمة الإغريقية $\rho\eta\tau\acute{o}\varsigma$ التي تعني منطوق .

أما اللفظ اللاتيني « irrationalis » ومشتقاته في اللغات الأوروبية فهي ترجمة للكلمة الإغريقية غير منطوق $\alpha\lambda\omicron\gamma\omicron\varsigma$
وقد ترجم إلى العربية بكلمة « أصم » ، ولا زالت أوروبا تستخدم الترجمة الحرفية لكلمة « أصم » « Surdus »
حتى وقتنا الحاضر .

أنظر J. Tropicke , Geschichte der elementar Mathematik
الجزء الثاني — الطبعة الثانية — برلين — ليبزج ١٩٢١ ص ٧١ — ٧٣

[١٦] استخراج الجذر التربيعي هنا مبني على العلاقة .
 $(... + ح + ب + ١) = ٢ + ٢(ب + ١٢) + ب(ب + ١٢) + (٢ + ب + ح) ح + ...$
وتعتبر أول طريقة معروفة لاستخراج الجذر التربيعي بناء على هذه الفكرة هي التي وردت في المؤلف الصيني القديم
« الرياضة في تسعة أجزاء » ، ثم ظهرت هذه الطريقة محورة في صور أخرى لدى رياضيين القرن الثاني والأول قبل
الميلاد ، ثم يوردها عالم الإسكندرية الرياضي تبون في القرن الرابع الميلادي .

أنظر — الحساب والجبر في العالم القديم بالروسية — م. ي . فيجودينسكي موسكو — ليننجراد ١٩٤١
ص ٢٣٨ — ٢٤٣ .

ثم لدى العالم الهندي الشهير أريابهاتا في القرن الخامس الميلادي .

The Aryabhatiya of Aryabhata

Translated by W.E. Clark

شيكاغو ١٩٣٠ ص ٢٢ — ٢٦

كما أورد محمد بن موسى الخوارزمي هذه الطريقة في مؤلفاته في علم الحساب .

ومع ذلك فإن الطريقة التي أوردتها الكاشي قريبة جداً من الطريقة المستخدمة حالياً ولا تختلف معها إلا في نقطة
واحدة ، فإذا كان الجذر يحتوي على أكثر من رقبن ، فإننا عند تحديد الرقم الثالث وما يليه ، نضاعف الجزء الذي
أوجدناه من جذر ١ + ب ونوجد ح لتكون الرقم [٢ (١ + ب) + ح] ح .

ولكن الكاشي لا يضاعف (١ + ب) بل يستخدم الرقم الذي استخرجناه مباشرة ١ + ب ويضيف إليه ب
مكونا الرقم التالي { (١ + ب) + ب } ح .

وهناك على كل تشابه كبير بين الخطوات التي أوردتها الكاشي وتلك الخطوات التي وردت في الجزء الرابع من
المؤلف الصيني « الرياضة في تسعة أجزاء » ورغم ذلك فلقد احتوت « الرياضة في تسعة أجزاء » على الكثير من الأخطاء
ولقد أثبت ل . فان ، ج . فيدم أن المخطوط الصيني المشار إليه به الكثير من عدم الدقة ، فإن الطريقة المتبعة في الرياضة
الصينية كانت تتميز باستبدال الأعداد ذات الرقبن أو أكثر بأعداد أبسط أي إعتبار أن (٢ + ب + ح) ح
مساوية { (١ + ب) + ب } ح .

L. Wang (Wang Ling) and Needham

Horners method in Chinese mathematics its origin in Root

مجلة تونج يائو — الجزء XLIII ، الكتاب الخامس ١٩٥٥ ص ٣٤٩ — ٣٥٦ extraction
[١٧] هذا التصحيح للجذر الأصم ، والذي يعطى تقريباً [منقوصاً] لتيمته قد أوردته النسوي الذي عاش في نسا
المعروفة حالياً بأشخباد — والذي عاش في القرن الحادي عشر ، وهذه القيمة يمكن إرجاعها إلى ما يلي :

$$\text{إذا كان } ١ + ١ > \sqrt{٧} > ١$$

$$\text{فإن } \sqrt{٧} = ٢ + ١$$

$$\frac{21 - u}{u + 12} = v \quad \text{حيث}$$

$$\frac{21 - u}{21 - 2(1 + 1)} = \frac{21 - u}{1 + 12} =$$

أما التصحيح على صورة $v = \frac{21 - u}{12}$ الذى يعطى تقريباً بالزيادة فقد ورد في اعمال رياضى بابل كما نراه لدى هيرون الإسكندري في القرن الثانى الميلادى وكذا يستخدمه يوحنا الإشبيلي (القرن الحادى عشر) في ترجمته لرسالة الخوارزمى في الحساب بتصرف وهناك رأى بأن كلا من التقريبين المنقوص والزائد قد وردا في كتابة الرياضى الصينى ليوخريا أثناء شرحه « للرياضة في تسعة أجزاء » .

أنظر . ١ . ب . يوشكيفتش ، إنجازات العلماء الصينيين في الرياضة « من تاريخ العلوم والتكنيك الصينى » . باللغة الروسية - موسكو ١٩٥٥ ص ١٥٠ .

[١٨] هذا الجدول « مربع مربع كعب الكعب » هو الأس العاشر ، حسب الإصطلاح الحديث ، ولقد ظل التعبير القديم شائعاً للتعبير عن الأسس العليا حتى القرن السابع عشر ، ورغم أن شوكه وهو من رياضى القرن الخامس عشر في أورربا اقترح استخدام الإصطلاح الحديث فإن اقتراحه لم يؤخذ به إلا بعد لآى .

أنظر J. Tropfke Geschichte der elementar-Mathematik

الجزء الثانى ص ١٠٤ وما يليها - برلين ليبزج ١٩٢١ .

[١٩] إستخراج الجذر التونى عند الكاثنى مبنى على إستخدام الطريقة التى تسمى الآن باسم طريقة روفينى - هورنر ولقد اوضح ب . لوكن بالتفصيل كيف أن هذه الطريقة هى طريقة الكاثنى قبل أن تكون طريقة روفينى أو هورنر .

P. Luckey Die Rechenkunst bei Gamzid
b Masud al kasi mit Rückblicken auf die
ältere Geschichte des Rechnes

فسبادن ١٩٥٠

P. Lukey , Die ausziehung des n-ten

وكذلك في مقال

Wurzel und der binomische Lehrsatz in der islamischen Mathematik - Math Ann . 120 (1948)

ص ٢١٧ - ٢٧٤

ولإيضاح هذه الطريقة : نفرض أن الجذر المطلوب للمعادلة $x^n = (s)$ $x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0 = 0$ هو عدد ثلاثى لأرقام وليكن

m ل حيث l ، m ، l أرقام صحيحة ، l ليس مساوياً للصفر .

فاذا جربنا أخذ $s = 100$ ل + ص

فإن $s = (s)$ $s = (100 + l + v) = (s)$ و (s)

وبتحليل $s = (s)$ يمكن وضعها على الصورة

$$s = (s) = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0 = 0$$

ثم بعد ذلك نجرب إفتراض أول أرقام العدد s هو الرقم l وذلك بوضع $s = 10 + l + e$

وبعد ذلك نحلل $s = (10 + l + e)$ حسب درجات e وهكذا .

ثم نحسب معاملات كل معادلة ناتجة باستخدام جدول هورنر .

ويتضح ما ذكرناه آنفاً من المثال التالى :

بوضع س $100 = 100 + 100 = 200$
 فان $200 = 200 + 100 = 300$

وبكتابة الجدول كما هو مبين فيما يلي :

الحمد لله رب العالمين
الحمد لله رب العالمين
الحمد لله رب العالمين

د (س) = س^۰ - ن = صفر

تكون ا، ٥ ل، ١٠ ل، ١٠ ل، ٥ ل، ١ ل - ٥

$$٤٤٣٤ \cdot ٨٩٩٥ \cdot ٦١٩٧ = ٥٠$$

ألا تزيد قيمة ص^٥ + ٥ × ص^٤ + ١٠ × ص^٣(٥٠٠) + ١٠ × ص^٢(٥٠٠) + ١٠ × ص(٥٠٠) + ١٠

$$1299 \cdot 1990 \cdot 7197 =$$

وهكذا نرى أن معاملات هذه المعادلة هي في الحقيقة نفس المعاملات المحسوبة بطريقة هورنر.

ولكى يحدد الكاشي قيمة ل فإن الكاشي عندما يضع ص = ١٠ ع ينتقل إلى المعادلة .
 و (ع) = ع^٥ + ع^٤ + ع^٣ + ع^٢ + ع^١ + ٣١٢٥٠٠٠٠ ع ، ويبحث عن ل
 أي عن الجزء الصحيح في ع بشرط أن تكون قيمة و (ع) أقل من تغير الباقي [٠.٦١٩٧] * ٩٩٥ ٩٠٨ ١٢٩
 وهكذا بالتجريب نجد أن ل = ٣
 أما قيمة و (ل) فيوجد الكاشي كما يلي :

$3 \{ 31250000 + 3 < 1250000 + 3 [2500 + 3 [250 + 3]] \}$
 ونجد الأرقام ٢٥٣ ، ٧٥٩ ، ٧٥٩ ، ٧٥٩ ، ٢٥ ... إلخ حتى ٤٩٣ ٦٩٥ ١٠٥ = و (ع) وهي أرقام السطر
 السابق ، نجدها في الأماكن من ١ — ٩ من الأعمدة المناظرة من ناحية الشمال بالجدول الذي أوردته الكاشي .

وهكذا فإن المعادلة التالية لذلك والتي منها تحدد قيمة م
 تكون $\Delta = ٥ + ٢٦٥ \times ١٠ + ٢٨٠٩٠ + ٢١٠ \times ٣٧٠ + ١٤٨٨٧٧٠ \times ٣١٠$
 $+ ٤١٠ \times ٣٩٤٥٢٤٠٥$

بحيث تكون Δ أقل من ٦١٧٦ ١٣٥٠٢ ٢٤٢ ومنها عن طريق التجريب نجد أن $٥ = ٦$ وهكذا
 فإن الجزء الصحيح من الجذر يكون ٥٣٦

وبالمثل يكون [حساب الأرقام ٢٦٥٦ ، ١٥٩٣٦ ، ١٠٠ إلى ٦٩٦ ٣٦٧ ٤٠٣٥٥٨٣٦٧ وأخيرا
 ٢٠٦١٧٦ ٣٥٠٢ ٢٤٢ = Δ (٦)] ، توجد الباقي الأخير ٢١ .

وبالإضافة إلى ذلك يحدد الكاشي بسط ومقام كسر التصحيح الذي يضاف إلى الجذر الذي أوجده وهو ٣٥٦ .
 ولقد أورد لوكي جدولا كاملا لحساب جذر هذه المعادلة باستخدام نظام هورنر وروفييني ، في تذييل مقالته المشار
 إليها ص ٢٤٢ ، ورغم أن لوكي أخطأ في حسابه ص ٢٤٤ فإن الجدول يشير إلى دقة حساب الكاشي للمتناهية .
 ومما يجدر بالتنويه ، أن نظام هورنر — روفيني ، في حالة المعادلة .

س — ن = صفر ، يعطى نفس النتائج التي تعطيها متسلسلة نيوتن
 فيوضع الجذر س على الصورة $١٠ + ١٠٠ + ١٠٠٠ + \dots$ ص وبإيجاد القيمة التقريبية ل ١٠ عن طريق التجريب نحصل على نفس
 المعادلة ل و (ص) باستخدام متسلسلة نيوتن .

و (ص) = ص^٥ + ص^٤ + ص^٣ + ص^٢ + ص + ١٠٠٠٠٠ ص — ن = صفر
 ومع ذلك فإن استخدام طريقة هورنر وروفييني لا يستلزم بالضرورة معرفة متسلسلة نيوتن ومما ملاتها .
 أما إيجاد التقريب ل لقيمة ص فيجب أن يتم بنفس الطريقة المشار إليها آنفا عند إيجاد قيمة Δ (٣) ، وكذلك
 توجد أجزاء المعادلة و (ص) = صفر كما سبق .

ولسوف يتضح لنا أن الكاشي استخدم متسلسلة « نيوتن » هذه ولا ينسب الكاشي لنفسه اختراع هذه الطريقة
 في إيجاد الجذور ، فإذا عرفنا أنه قد ثبت بصفة قاطعة أن الرياضه الهندية القديمة لم ترد بها أي إشارة إلى إيجاد جذور
 ذات درجة أعلى من الدرجة الثالثة ، فإن الدائرة تنحصر في الرياضيين العرب الذين سبقوا الكاشي ، ولقد أشار لوكي
 إلى استخدام النسوي لأول مرة طريقة « هورنر وروفييني » في إيجاد الجذور التكعيبية ، مما دعاه إلى افتراض وجود
 حلقة مفقودة بين النسوي والكاشي وربما كان استخدام هذه الطريقة يرجع إلى عمر الحيام .
 أنظر المرجع المشار إليه (لوكي ص ٢٤٤ — ٢٥٤) .

ومن ألفاظ الحيام نفسه نعرف أنه قد صنف مؤلفا في إيجاد الجذر التواني لأي عدد ، غير أن هذا المؤلف لم يعثر
 عليه للآن ولا نعرف أي شيء عن الطريقة التي استخدمها الحيام ومن الجائز أن يكون الحيام قد استخدم متسلسلة
 « نيوتن » مباشرة .

أنظر — الرسائل الرياضية لعمر الحيام — باللغة الروسية — دراسات في تاريخ الرياضيات — الجزء السادس
 ص ٢٢ ، ١١٩

ومن المعلوم كذلك أن الرياضي الشهير أبو الوفا ، المولود في خراسان قد كتب في القرن العاشر الميلادي مؤلفا
 في إيجاد الجذر الثالث والرابع والسابع ، وهذا المؤلف كذلك لم يعثر له على أثر حتى وقتنا هذا .
 أنظر — لوكي ص ٢١٨

وهكذا فإن معرفة من سبق الكاشي في هذا المجال من الرياضيين العرب لا زال سؤالاً ينتظر الإجابة .
وإذا كنا نشير إلى أن طريقة هورنر قد استخدمت في إيجاد الجذر التربيعي وكذا الجذر التكعيبي في كتاب
« الرياضة في تسعة أجزاء » الصيني فإنه من المؤكد أن هذه الطريقة لم تستخدم قطعا في الصين لإيجاد جذور أعلى من
الجذر الثالث . وقد استخدمت هذه الطريقة على الأرجح في إيجاد الجذر التربيعي وذلك في المسألة العشرين من الجزء
التاسع التي يؤول حلها إلى حل معادلة على الصورة .

$$س^2 + ل س = ل$$

ويؤكد ل . فان مـ جون نيدهم ، أن طريقة هورنر ظهرت أثناء إيجاد الجذرين التربيعي والتكعيبي ، ويقروا
أنه كان من الممكن تعميمها في حل المعادلات التربيعية والمعادلات من الدرجة الثالثة وهنا نلاحظ أن استخدام هذه
الطريقة لحل المعادلة .

$$س^2 = ن مثلا$$

يؤدي بنا عند حساب الرقم الثاني في الجذر إلى أن نحسب تلقائيا عددا يستلزم لإيجاده حل معادلة من الدرجة
الثانية هي :

$$س (س + ١) \geq ب$$

ولذا فإن استخدام هذه الطريقة لحل معادلة عامة من الدرجة الثانية أو الثالثة ، لم يكن في الواقع يؤدي في حد ذاته
إلى أي شيء جديد من ناحية المبدأ ، كما يدعى ل . فان ، جون نيدهم .
ولقد استخدمت نفس الطريقة في القرن السابع الميلادي في حل معادلات عددية من الدرجة الثالثة (وكانت تسمى
في الصين بطريقة العنصر السواوي) ، عندما قام الرياضي الصيني فان . تزد . تون بحل معادلات على الصورتين .

$$س^3 + ل س^2 = م$$

$$س^3 + ل س^2 + ل س = م$$

كما استخدمت هذه الطريقة — طريقة العنصر السواوي — لإيجاد الجذر الرابع بواسطة كل من شو شي تزي
وتسين زو شاو في عامي ١٣٠٣ ، ١٢٤٧ ميلاديين .

ويجدر أن نشير إلى أن الرياضيين الصينيين قد استخدموا لتعويض $س = \frac{ص}{ن}$ الذي يتيح تحويل معامل الحد
السابق إلى واحد صحيح ، كما أنهم استخدموا في كتاباتهم المعاملات السالبة التي كان الكاشي لا يستخدمها إطلاقا .

أنظر — ص ٣٧١ — ٣٧٦ L. Wang J. Needham.

أنظر كذلك ص ٥٣ — ٥٥ ، ص ٧٤ — ٧٨

وكذلك أ . ب يوشكيفتش — من تاريخ العلوم والتكنيك الصيني — باللغة الروسية — موسكو ١٩٥٥
ص ١٣٨ — ١٤٣ .

ومن هنا يجوز إفتراض أن الكاشي أو من سبقوه قد اطلعوا على طريقة العنصر السواوي التي ظهرت في الصين ،
آخذين في اعتبارنا الروابط التي كانت تربط علماء آسيا الوسطى بعلماء الصين ، وكذلك ما نعرفه من أن فلسفي مرصد
سمرقند كانوا يعرفون التقويم الصيني .

وهكذا فإن تسمية هذه الطريقة بطريقة هورنر — روفيني لا أساس له من الناحية التاريخية . إذ أن الطريقة
العامة لإيجاد الجذور المبنية على معرفة معاملات سلسلة نيوتن قد ظهرت أولا لدى علماء آسيا الوسطى ، ثم انتقلت بعد
ذلك إلى أوروبا الغربية بعد نحو قرن من الزمان ، فقد أورد ب . أيبان بعض أمثلة لإيجاد الجذور (سنة ١٥٢٧)
ومن بعده استخدم م . شتيفل (سنة ١٥٤٤) هذه الطريقة ، كما قام ف . وايت بنشرها في سنة ١٦٠٠ ميلادية (دون
أن يورد جدول المعاملات) ، في حين أن روفيني لم ينشر هذه الطريقة إلا في سنة ١٨٠٤ ، وهكذا فإن مؤلف هورنر عنها
ظهر في سنة ١٨١٩ ومن هذا يتضح أنه حتى في النطاق الأوروبي لم يكن لأى منهما فضل السبق في استخدامها عن طريقة
هورنر وروفيني انظر « الطرق العددية والبيانية لحل المعادلات الجبرية » — أ . ب . دوميرياد — الجزء الثاني من
دائرة معارف الرياضيات الابتدائية — باللغة الروسية .

موسكو — ليننجراد ١٩٥١ ص ٣٧٤ .

انظر كذلك «كتاب الجبر العالى» — تأليف هول و نايت — الترجمة العربية — الطبعة الخامسة — نظرية المعادلات — الفصل الخامس والثلاثون ص ٥٠٠ وما يليها — المطبعة الأميرية ١٩٢٥ .

[٢٠] يقترح الكاش فى حالة الجذر الأصم المكون من جزء صحيح وكسر أنه إذا كانت قيمة الجذر النونى للكمية b أكبر من العدد الصحيح a وأقل من العدد الصحيح $a+1$ ، فإن قيمة الكسر تكون .

$$\frac{b-a}{a-(a+1)} + \text{ويكون الجذر هو } a + 1 \quad \frac{b-a}{a-(a+1)}$$

$$\text{حيث } a < \sqrt[n]{b} < a+1$$

ولم يورد الكاشى إثباتا لذلك ، ومن المحتمل أن يكون قد استنتج هذه القيمة على النحو التالى :

$$\text{بفرض } \sqrt[n]{b} = a + r$$

$$\text{فإن } b = (a+r)^n$$

$$= a^n + n a^{n-1} r + \frac{n(n-1)}{2} a^{n-2} r^2 + \dots + n a r^{n-1} + r^n$$

$$\text{وبنها } r = \frac{b-a}{a^n + n a^{n-1} r + \frac{n(n-1)}{2} a^{n-2} r^2 + \dots + n a r^{n-1} + r^n}$$

$$\frac{b-a}{a^n + n a^{n-1} r + \frac{n(n-1)}{2} a^{n-2} r^2 + \dots + n a r^{n-1} + r^n} = \frac{b-a}{a^n + n a^{n-1} r + \frac{n(n-1)}{2} a^{n-2} r^2 + \dots + n a r^{n-1} + r^n}$$

ومن المحتمل أيضاً أن تكون قيمة الكسر قد وجدت باستخدام الإستكمال الخطى "linear Interpolation" الذى كان مستخدماً على نطاق واسع فى حسابات الفلكيين العرب ، والذى كان الأساس الذى بنيت عليه قاعدة الوضع الكاذب ، وذلك على النحو التالى :

$$\text{نفرض أن } s = \sqrt[n]{b}$$

$$\text{فاذا كانت } s = a \quad \text{فإن } a = a$$

$$\text{وإذا كانت } s = a+1 \quad \text{فإن } a+1 = a+1$$

$$\text{وبناء عليه فانه إذا كانت } s = a + r \quad \text{فإن } a + r = a + r$$

$$\text{فإن } s - a = \frac{s^2 - a^2}{s + a} = \frac{s^2 - a^2}{s + a}$$

$$\text{أى أن } s = a + \frac{s^2 - a^2}{s + a}$$

$$= 1 + \frac{1}{a^n + n a^{n-1} r + \frac{n(n-1)}{2} a^{n-2} r^2 + \dots + n a r^{n-1} + r^n}$$

$$\frac{\sqrt{n}}{n(n+1)} + 1 =$$

$$\frac{n}{n(n+1)} + 1 = \text{ص ومنها}$$

أما الفرق $(n+1) - n$ فإن الكاشي في المثال الذي أوردته قد قام بحسابه مستخدماً النتائج التي حصل عليها في آخر عملية الحساب ويكتب الكاشي هذه القيمة صورة المجموع التالي :

$$1 + 2680 + 2872960 + 6060 + 1039 + 126949080 + 1 = 14237740281$$

وفي الواقع نجد أن $0(536) - 0(1+536)$

$$1 + 536 \times 0 + 10(536) + 10(536) + 0(536) =$$

$$1 + 2680 + 000 + 126949080 +$$

ومن هذا يتضح لنا معرفة الكاشي الثامنة بنظرية ذات الحدين (متسلسلة نيوتن) ، إذ أن الكاشي يعرف جيداً أن المجموع الذي حصل عليه ما هو إلا مجموع (مطروح منه أحد الحدود) لحدود متسلسلة ذات حدين من الدرجة الخامسة وهو يشير إلى ذلك صراحة في ص ٤٣ عندما يبدأ في شرح «طريق آخر» لإيجاد الفرق بين عددن مرفوعين للدرجة الثونية ، ونلاحظ هنا أن الكاشي يعبر عن المعادلة .

$0(1+1) - 0 = 1 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10$ مستخدماً الألفاظ حسب الطريقة التي كانت سائدة في ذلك الوقت لكتابة المعادلات الجبرية .

[٢١] الأعداد المسماة «أصول تلك المنزلة من المضلعات» التي يشير إليها الكاشي هنا ، هي ما يسمى حالياً بمعاملات متسلسلة ذات الحدين ، غير أن الكاشي لا يعمم تسميته على معاملات الحدين الأول والأخير التي تساوى واحداً صحيحاً ، أي المعاملين $\binom{n}{0}$ و $\binom{n}{n}$ ، ولذا فإنه ص ٤٤ يقرر أن المربع يناظر أصلاً واحداً من أصول تلك المنزلة والمكعب إثنين وهكذا .

[٢٢] يعبر الكاشي هنا لفظياً عن القاعدة المعروفة لوضع معاملات ذات الحدين :

$$\binom{n}{m} = \binom{n-1}{m} + \binom{n-1}{m-1}$$

[٢٣] هذا الجدول يعرف في أوروبا باسم «مثلث باسكال» ولقد كان مثلث باسكال هذا وكذا القاعدة المستخدمة في إيجاد مكوناته $\binom{n}{m} = \binom{n-1}{m} + \binom{n-1}{m-1}$ معروفين للرياضيين الهنود منذ نحو قرنين قبل الميلاد ، ويرجح كذلك أن حدود متسلسلة ذات الحدين قد استخدمت عند حل بعض المعادلات من الدرجة الثالثة ، ويؤكد سنج أن رياضيين الهند القدامى قد عرفوا النظرية العامة لمتسلسلة ذات الحدين ولكنه لا يدعم تأكيدهم بأي إثبات ولا تحتوي الأمثلة التي ساقها على أسس تزيد على الأس الثالث .

أنظر SinghA. N. on the Use of Series in Hindu mathematics , Osiris , I , 1926.

أنظر أيضاً Chakradarti G. Growth and development of permutations and combinations in India

Bull. Calcutta math Soc. 24 1933

ص ٧٩ - ٨٨

أما بالنسبة للأسس من الدرجة الرابعة فنرى متسلسلة ذات الحدين بالأس الرابع لدى الكرجي الذي عاش في القرن الحادي عشر الميلادي .

أنظر Luckey P. Zur islamischen Rechenkunst und Algebra des Mittelalters Forschungen und Fortschritte 24 No 17118 Sept. 1948

وبعد ذلك نرى جدولاً لمعاملات حدود متسلسلة ذات الحدين من الدرجة الثامنة لدى الرياضي الصيني جوش زى فى سنة ١٣٠٣ ميلادية ، كما سبقه إثنان من رياضى الصين الذين عاشوا فى القرن الثانى عشر .

Mikami Y.

أنظر ص ٩٠ من تحقيق ميكامى

L. wang and J. Needham

وكذلك ص ٣٧٣

أما فى أوروبا فنرى أن م . شتيفل فى سنة ١٥٤٤ عندما كان يشرح عملية إستخراج الجذور قد وضع جدولاً للحدود حتى الدرجة السابعة عشر مستخدماً نفس طريقة الكاشى .

وهكذا فانه رغم إستخدام جداول للحدود بطريقة أو بأخرى فان القاعدة العامة لنظرية ذات الحدين لأى أس صحيح ، لم تكتشف لدى أى رياضى ممن سبقوا الكاشى — الذى يقرر فى مقدمته أنها كانت معلومة من قبل — ويرجح أن يكون الفضل فى وضع هذه القاعدة العامة لأى أس صحيح راجعاً إلى عمر الخيام

Cantor M.

بخصوص جدول شتيفل راجع إلى كانتور

Vorlesungen über Geschichte der Mathematik

الجزء الثانى ص ٤٣٣ — ٤٣٤

ويرجح لوكى أن كلا من مثلث باسكال وقاعدة ذات الحدين قد اكتشفا ، عند استخراج الجذور باستخدام الطريقة التى سميت بطريقة هورنر وروفينى .
ويتضح هذا على النحو التالى :

إذا كانت د (س) = سⁿ فانه باستخدام طريقة هورنر لحساب المعاملات نجد أن :

١	صفر	صفر	صفر	صفر
١	١	٢	٣	٤
١	٢	٣	٤	٥
١	٣	٦	١٠	١٥
١	٤	١٠	٢٠	٣٥
١	٥	١٥	٣٥	٦٠

وبوضع ١ = ١ نحصل على مثلث باسكال

أما لفظ « مثلث باسكال » فهو فى الواقع تعبير خاطئ ويرتبط فقط بما أحرزه الجدول الثلاثى لمعاملات ذات الحدين من شهرة كبيرة بعد أن ورد فى « رسالة عن المثلث الحسانى » لباسكال ، المنشورة فى سنة ١٦٦٢ .

أنظر Cantor M. Vorlesungen über Geschichte der Mathematik

الجزء الثانى ص ٧٤٩ وما يليها .

ويعزى إلى نيوتن ١٦٦٤ — ١٦٦٥ تعميم قاعدة ذات الحدين إلى أى أس حقيقى (كسر أو عدد صحيح موجب أو سالب) وقد بنى ذلك على القاعدة التى وضعها لتكوين المعاملات على صورة حاصل ضرب .

ويرجع الفضل الأكبر فى دراسة طرق استخراج الجذور لدى الرياضيين العرب إلى لوكى ، ورغم ذلك فان أول من أشار إلى أسبقية الكاشى فى هذا القبيل كان ج — تاتلر .

Tatler C. Asiatic Researches 13

كلكتا — سنة ١٨٢٠

Zar geschichta per Mathematik

كما ذكر ذلك أيضاً ج . هانكل فى ليزج ١٨٧٤ ص ٢٦٩

[٢٤] يستخدم الكاشى هنا المعادلة :

$$(1 + x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2}x^2 + \dots + \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{k!}x^k + \dots$$

القيم ١ = ٤ ، ٣ = ٢ ، ٥ = ١

$$٥٧ - ٥٤ = (٣ + ٤) - ٥٤ = ٥٤ - ٥٤ \times ٥ + ٢ \times ٤٤ \times ٥ + ٢٣ \times ٣٤ \times (٥) + ٢٣ \times ٢٤ \times (٥) + ٥٣ + ٤٣ \times ٤ \times ٥ + ٢٤٣ + ٨١ \times ٤ \times ٥ + ٢٧ \times ١٦ \times ١٠ + ٩ \times ٦٤ \times ١٠ + ٣ \times ٢٥٦ \times ٥ = ١٥٧٨٣ = ٢٤٣ + ١٦٢٠ + ٤٢٢٠ + ٥٧٦٠ + ٣٨٤٠ =$$

(٢٥) يورد الكاثير هنا طريقة للتحقق من صحة الحساب باستخدام الرقم ٩ وهذه الطريقة مبنية على تساوى الباقي الناتج من قسمة أى عدد صحيح على تسعة ، مع الباقي الناتج من قسمة مجموع أرقام العدد الصحيح على التسعة . ولقد كانت هذه الطريقة مستخدمة فى اليونان والهند أيضا ، أما فى المراجع العربية فقد استخدمها الخوارزمى للتحقق من صحة العمليات الأربعة ، كما نرى يوحنا الإشبيلية عندما قام بنشر شرح لكتاب الخوارزمى فى الحساب قد استخدم هذه الطريقة للتحقق من صحة عمالية استخراج الجذر التريعى ، وقد أورد ليوناردو البيزنطى (سنة ١٢٠٢) تفسيراً لهذه الطريقة .

ولقد كان رياضيو القرون الوسطى عندما يوردون قاعدة التسعة يعلنون — عادة — أنه عند تساوى أرقام المراجعة تكون نتيجة الحساب صحيحة ، وحيث أن هذا التساوى هو شرط لازم لصحة الحساب غير أنه ليس شرطاً كافياً ، فإنه يتضح لنا إلى أى مدى كان الكاثير دقيقاً فى تعبيره حين أورد التعبير الرياضى السليم عن هذه الحقيقة فإن سلامة التعبير الرياضى كانت من مميزات الكاثير التى لا تنكر ، رغم أنه فى هذه الحالة الآنفة لم يكن الكاثير أول من التزم بالدقة الرياضية فى التعبير ، إذ نرى أن تقي الدين الحنبلى قد سبق الكاثير فى إبراد هذا التعبير الدقيق وذلك فى مخطوطه المكتوب فى سنة ١٤٠٩ ميلادية .

أنظر كتاب لوكي Die Rechenkunst bei Gamsid b. Mas vd al-Kasi mit Rückblicken auf die ältere Geschichte des Rechnens

فسبادن سنة ١٩٥٠ . ص ٢٦ ، ٢٧

أما فى أوروبا فلم تؤكد عدم كفاية هذا الشرط إلا فى سنة ١٤٨٤ على يد ن . شوكه ، وفى سنة ١٤٩٥ على يد ل . باتشولى .

ونلاحظ أن الكاثير يستخدم قاعدة التسعة فى القسمة ذات الباقي وفى استخراج الجذور ذات أى أس صحيح . ويتحدث أبو على بن سينا فى باب الحساب من كتابه « كتاب الشفاء » ، عن طريقة التسعة قائلاً وباستخدام « الطريقة الهندية » يمكن التحقق من صحة عمالية التريبع و عملية التكعيب .

أنظر Cantor M. Vorlesungen über Geschichte der Mathematik

الجزء الأول ص ٧٥٦ — ٧٥٧

[٢٦] « الكسور المجردة » هى الكسور البسيطة مثل $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}, \frac{1}{14}, \frac{1}{15}, \frac{1}{16}, \frac{1}{17}, \frac{1}{18}, \frac{1}{19}, \frac{1}{20}, \frac{1}{21}, \frac{1}{22}, \frac{1}{23}, \frac{1}{24}, \frac{1}{25}, \frac{1}{26}, \frac{1}{27}, \frac{1}{28}, \frac{1}{29}, \frac{1}{30}, \frac{1}{31}, \frac{1}{32}, \frac{1}{33}, \frac{1}{34}, \frac{1}{35}, \frac{1}{36}, \frac{1}{37}, \frac{1}{38}, \frac{1}{39}, \frac{1}{40}, \frac{1}{41}, \frac{1}{42}, \frac{1}{43}, \frac{1}{44}, \frac{1}{45}, \frac{1}{46}, \frac{1}{47}, \frac{1}{48}, \frac{1}{49}, \frac{1}{50}, \frac{1}{51}, \frac{1}{52}, \frac{1}{53}, \frac{1}{54}, \frac{1}{55}, \frac{1}{56}, \frac{1}{57}, \frac{1}{58}, \frac{1}{59}, \frac{1}{60}, \frac{1}{61}, \frac{1}{62}, \frac{1}{63}, \frac{1}{64}, \frac{1}{65}, \frac{1}{66}, \frac{1}{67}, \frac{1}{68}, \frac{1}{69}, \frac{1}{70}, \frac{1}{71}, \frac{1}{72}, \frac{1}{73}, \frac{1}{74}, \frac{1}{75}, \frac{1}{76}, \frac{1}{77}, \frac{1}{78}, \frac{1}{79}, \frac{1}{80}, \frac{1}{81}, \frac{1}{82}, \frac{1}{83}, \frac{1}{84}, \frac{1}{85}, \frac{1}{86}, \frac{1}{87}, \frac{1}{88}, \frac{1}{89}, \frac{1}{90}, \frac{1}{91}, \frac{1}{92}, \frac{1}{93}, \frac{1}{94}, \frac{1}{95}, \frac{1}{96}, \frac{1}{97}, \frac{1}{98}, \frac{1}{99}, \frac{1}{100}$

[٢٧] الكسور « المكررة » هى الكسور التى بسطها ليس واحداً مثل $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \frac{8}{9}, \frac{9}{10}, \frac{10}{11}, \frac{11}{12}, \frac{12}{13}, \frac{13}{14}, \frac{14}{15}, \frac{15}{16}, \frac{16}{17}, \frac{17}{18}, \frac{18}{19}, \frac{19}{20}, \frac{20}{21}, \frac{21}{22}, \frac{22}{23}, \frac{23}{24}, \frac{24}{25}, \frac{25}{26}, \frac{26}{27}, \frac{27}{28}, \frac{28}{29}, \frac{29}{30}, \frac{30}{31}, \frac{31}{32}, \frac{32}{33}, \frac{33}{34}, \frac{34}{35}, \frac{35}{36}, \frac{36}{37}, \frac{37}{38}, \frac{38}{39}, \frac{39}{40}, \frac{40}{41}, \frac{41}{42}, \frac{42}{43}, \frac{43}{44}, \frac{44}{45}, \frac{45}{46}, \frac{46}{47}, \frac{47}{48}, \frac{48}{49}, \frac{49}{50}, \frac{50}{51}, \frac{51}{52}, \frac{52}{53}, \frac{53}{54}, \frac{54}{55}, \frac{55}{56}, \frac{56}{57}, \frac{57}{58}, \frac{58}{59}, \frac{59}{60}, \frac{60}{61}, \frac{61}{62}, \frac{62}{63}, \frac{63}{64}, \frac{64}{65}, \frac{65}{66}, \frac{66}{67}, \frac{67}{68}, \frac{68}{69}, \frac{69}{70}, \frac{70}{71}, \frac{71}{72}, \frac{72}{73}, \frac{73}{74}, \frac{74}{75}, \frac{75}{76}, \frac{76}{77}, \frac{77}{78}, \frac{78}{79}, \frac{79}{80}, \frac{80}{81}, \frac{81}{82}, \frac{82}{83}, \frac{83}{84}, \frac{84}{85}, \frac{85}{86}, \frac{86}{87}, \frac{87}{88}, \frac{88}{89}, \frac{89}{90}, \frac{90}{91}, \frac{91}{92}, \frac{92}{93}, \frac{93}{94}, \frac{94}{95}, \frac{95}{96}, \frac{96}{97}, \frac{97}{98}, \frac{98}{99}, \frac{99}{100}$

[٢٨] عطف كسر على كسر آخر أى جمعه عليه مثل :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14} + \frac{1}{15} + \frac{1}{16} + \frac{1}{17} + \frac{1}{18} + \frac{1}{19} + \frac{1}{20} + \frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \frac{1}{23} + \frac{1}{24} + \frac{1}{25} + \frac{1}{26} + \frac{1}{27} + \frac{1}{28} + \frac{1}{29} + \frac{1}{30} + \frac{1}{31} + \frac{1}{32} + \frac{1}{33} + \frac{1}{34} + \frac{1}{35} + \frac{1}{36} + \frac{1}{37} + \frac{1}{38} + \frac{1}{39} + \frac{1}{40} + \frac{1}{41} + \frac{1}{42} + \frac{1}{43} + \frac{1}{44} + \frac{1}{45} + \frac{1}{46} + \frac{1}{47} + \frac{1}{48} + \frac{1}{49} + \frac{1}{50} + \frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \frac{1}{53} + \frac{1}{54} + \frac{1}{55} + \frac{1}{56} + \frac{1}{57} + \frac{1}{58} + \frac{1}{59} + \frac{1}{60} + \frac{1}{61} + \frac{1}{62} + \frac{1}{63} + \frac{1}{64} + \frac{1}{65} + \frac{1}{66} + \frac{1}{67} + \frac{1}{68} + \frac{1}{69} + \frac{1}{70} + \frac{1}{71} + \frac{1}{72} + \frac{1}{73} + \frac{1}{74} + \frac{1}{75} + \frac{1}{76} + \frac{1}{77} + \frac{1}{78} + \frac{1}{79} + \frac{1}{80} + \frac{1}{81} + \frac{1}{82} + \frac{1}{83} + \frac{1}{84} + \frac{1}{85} + \frac{1}{86} + \frac{1}{87} + \frac{1}{88} + \frac{1}{89} + \frac{1}{90} + \frac{1}{91} + \frac{1}{92} + \frac{1}{93} + \frac{1}{94} + \frac{1}{95} + \frac{1}{96} + \frac{1}{97} + \frac{1}{98} + \frac{1}{99} + \frac{1}{100}$$

[٢٩] والكسر المستثنى هو الناتج من طرح كسرين أو أكثر من بعضهما مثل :

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} - \frac{1}{7} - \frac{1}{8} - \frac{1}{9} - \frac{1}{10} - \frac{1}{11} - \frac{1}{12} - \frac{1}{13} - \frac{1}{14} - \frac{1}{15} - \frac{1}{16} - \frac{1}{17} - \frac{1}{18} - \frac{1}{19} - \frac{1}{20} - \frac{1}{21} - \frac{1}{22} - \frac{1}{23} - \frac{1}{24} - \frac{1}{25} - \frac{1}{26} - \frac{1}{27} - \frac{1}{28} - \frac{1}{29} - \frac{1}{30} - \frac{1}{31} - \frac{1}{32} - \frac{1}{33} - \frac{1}{34} - \frac{1}{35} - \frac{1}{36} - \frac{1}{37} - \frac{1}{38} - \frac{1}{39} - \frac{1}{40} - \frac{1}{41} - \frac{1}{42} - \frac{1}{43} - \frac{1}{44} - \frac{1}{45} - \frac{1}{46} - \frac{1}{47} - \frac{1}{48} - \frac{1}{49} - \frac{1}{50} - \frac{1}{51} - \frac{1}{52} - \frac{1}{53} - \frac{1}{54} - \frac{1}{55} - \frac{1}{56} - \frac{1}{57} - \frac{1}{58} - \frac{1}{59} - \frac{1}{60} - \frac{1}{61} - \frac{1}{62} - \frac{1}{63} - \frac{1}{64} - \frac{1}{65} - \frac{1}{66} - \frac{1}{67} - \frac{1}{68} - \frac{1}{69} - \frac{1}{70} - \frac{1}{71} - \frac{1}{72} - \frac{1}{73} - \frac{1}{74} - \frac{1}{75} - \frac{1}{76} - \frac{1}{77} - \frac{1}{78} - \frac{1}{79} - \frac{1}{80} - \frac{1}{81} - \frac{1}{82} - \frac{1}{83} - \frac{1}{84} - \frac{1}{85} - \frac{1}{86} - \frac{1}{87} - \frac{1}{88} - \frac{1}{89} - \frac{1}{90} - \frac{1}{91} - \frac{1}{92} - \frac{1}{93} - \frac{1}{94} - \frac{1}{95} - \frac{1}{96} - \frac{1}{97} - \frac{1}{98} - \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$$

[٣٠] والكسر المضاف هو حاصل ضرب كسرين أو أكثر مثل :

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{8} \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{13} \times \frac{1}{14} \times \frac{1}{15} \times \frac{1}{16} \times \frac{1}{17} \times \frac{1}{18} \times \frac{1}{19} \times \frac{1}{20} \times \frac{1}{21} \times \frac{1}{22} \times \frac{1}{23} \times \frac{1}{24} \times \frac{1}{25} \times \frac{1}{26} \times \frac{1}{27} \times \frac{1}{28} \times \frac{1}{29} \times \frac{1}{30} \times \frac{1}{31} \times \frac{1}{32} \times \frac{1}{33} \times \frac{1}{34} \times \frac{1}{35} \times \frac{1}{36} \times \frac{1}{37} \times \frac{1}{38} \times \frac{1}{39} \times \frac{1}{40} \times \frac{1}{41} \times \frac{1}{42} \times \frac{1}{43} \times \frac{1}{44} \times \frac{1}{45} \times \frac{1}{46} \times \frac{1}{47} \times \frac{1}{48} \times \frac{1}{49} \times \frac{1}{50} \times \frac{1}{51} \times \frac{1}{52} \times \frac{1}{53} \times \frac{1}{54} \times \frac{1}{55} \times \frac{1}{56} \times \frac{1}{57} \times \frac{1}{58} \times \frac{1}{59} \times \frac{1}{60} \times \frac{1}{61} \times \frac{1}{62} \times \frac{1}{63} \times \frac{1}{64} \times \frac{1}{65} \times \frac{1}{66} \times \frac{1}{67} \times \frac{1}{68} \times \frac{1}{69} \times \frac{1}{70} \times \frac{1}{71} \times \frac{1}{72} \times \frac{1}{73} \times \frac{1}{74} \times \frac{1}{75} \times \frac{1}{76} \times \frac{1}{77} \times \frac{1}{78} \times \frac{1}{79} \times \frac{1}{80} \times \frac{1}{81} \times \frac{1}{82} \times \frac{1}{83} \times \frac{1}{84} \times \frac{1}{85} \times \frac{1}{86} \times \frac{1}{87} \times \frac{1}{88} \times \frac{1}{89} \times \frac{1}{90} \times \frac{1}{91} \times \frac{1}{92} \times \frac{1}{93} \times \frac{1}{94} \times \frac{1}{95} \times \frac{1}{96} \times \frac{1}{97} \times \frac{1}{98} \times \frac{1}{99} \times \frac{1}{100}$$

[٣١] والكسر المنكسر هو نسبة الكسور إلى بعضها (القسمة) .

$$[٣٢] \text{ مثل : } \frac{1}{2} \div \frac{1}{3} \div \frac{1}{4} \div \frac{1}{5} \div \frac{1}{6} \div \frac{1}{7} \div \frac{1}{8} \div \frac{1}{9} \div \frac{1}{10} \div \frac{1}{11} \div \frac{1}{12} \div \frac{1}{13} \div \frac{1}{14} \div \frac{1}{15} \div \frac{1}{16} \div \frac{1}{17} \div \frac{1}{18} \div \frac{1}{19} \div \frac{1}{20} \div \frac{1}{21} \div \frac{1}{22} \div \frac{1}{23} \div \frac{1}{24} \div \frac{1}{25} \div \frac{1}{26} \div \frac{1}{27} \div \frac{1}{28} \div \frac{1}{29} \div \frac{1}{30} \div \frac{1}{31} \div \frac{1}{32} \div \frac{1}{33} \div \frac{1}{34} \div \frac{1}{35} \div \frac{1}{36} \div \frac{1}{37} \div \frac{1}{38} \div \frac{1}{39} \div \frac{1}{40} \div \frac{1}{41} \div \frac{1}{42} \div \frac{1}{43} \div \frac{1}{44} \div \frac{1}{45} \div \frac{1}{46} \div \frac{1}{47} \div \frac{1}{48} \div \frac{1}{49} \div \frac{1}{50} \div \frac{1}{51} \div \frac{1}{52} \div \frac{1}{53} \div \frac{1}{54} \div \frac{1}{55} \div \frac{1}{56} \div \frac{1}{57} \div \frac{1}{58} \div \frac{1}{59} \div \frac{1}{60} \div \frac{1}{61} \div \frac{1}{62} \div \frac{1}{63} \div \frac{1}{64} \div \frac{1}{65} \div \frac{1}{66} \div \frac{1}{67} \div \frac{1}{68} \div \frac{1}{69} \div \frac{1}{70} \div \frac{1}{71} \div \frac{1}{72} \div \frac{1}{73} \div \frac{1}{74} \div \frac{1}{75} \div \frac{1}{76} \div \frac{1}{77} \div \frac{1}{78} \div \frac{1}{79} \div \frac{1}{80} \div \frac{1}{81} \div \frac{1}{82} \div \frac{1}{83} \div \frac{1}{84} \div \frac{1}{85} \div \frac{1}{86} \div \frac{1}{87} \div \frac{1}{88} \div \frac{1}{89} \div \frac{1}{90} \div \frac{1}{91} \div \frac{1}{92} \div \frac{1}{93} \div \frac{1}{94} \div \frac{1}{95} \div \frac{1}{96} \div \frac{1}{97} \div \frac{1}{98} \div \frac{1}{99} \div \frac{1}{100}$$

[٣٣] الكسر المركب من الأربعة (المعطوف والمستثنى والمضاف والمنكسر) مثاله هو :

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

[٣٤] هذه هي الكسور الستينية .

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 1$$

وتسمى الوحدات الستينية ، دقيقة ، ثانية ، ثالثة ، ... عشرة ، إلخ .

[٣٥] يورد الكاشي هنا الكسور العشرية .

$$1 = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$$

ويسمى بالاعشار وثاني الأعشار وثالث الأعشار وهلم جرا للدلالة على أجزاء العشرة والمائة والألف وهكذا . .

[٣٦] المقصود بأهل السياق — من كانوا يستخدمون نوعا من أنواع كتابة الأرقام في الحسابات النقدية والتجارية .

Clair - Tisdall W. S.

في أرقام السياق أنظر

Modern Persian Conversation Grammar

هيدلبرج سنة ١٩٠٢ م ٢٢٠

وأنظر كذلك - باللغة الأذربيجانية - ص ١٩٢ — ٢٠٧ Darabadi G. A. CalligraPhy, Baku

[٣٧] الدائق والطاسوج والشعير ، هي أصلا مقاييس للوزن ثم استخدمت كوحدات نقدية قيمتها على النحو التالي :

$$1 \text{ دانق} = \frac{1}{4} \text{ مثقال في حالة الوزن}$$

$$= \frac{1}{4} \text{ دينار في حالة الذهب}$$

$$= \frac{1}{4} \text{ درم في حالة الفضة}$$

$$1 \text{ طاسوج} = \frac{1}{4} \text{ دانق}$$

$$= \frac{1}{4} \text{ من المثقال أو الدينار أو الدرهم}$$

$$1 \text{ شعير} = \frac{1}{4} \text{ طاسوج}$$

$$= \frac{1}{16} \text{ دانق}$$

$$= \frac{1}{64} \text{ من المثقال أو الدينار أو الدرهم}$$

ونلاحظ أن كلمة دينجي " Diengi " في اللغة الروسية وتعني نقود أصلها مشتق من دانق . مما يدل على أن التعامل في المناطق الروسية كان يجري بالوحدات النقدية التي كانت سائدة في مناطق آسيا الوسطى .

وعموما فإن الكاشي فيما يلي ذلك يستخدم هذه الوحدات ككسور اعتيادية من الواحد الصحيح معتبرا المثقال (أو الدينار أو الدرهم) مساويا للواحد الصحيح وعلى ذلك يكون الدائق = $\frac{1}{4}$ ، والطاسوج = $\frac{1}{16}$ ، والشعير = $\frac{1}{64}$.

نلاحظ أن التجار ورجال المال في العصور الوسطى كانوا يستخدمون الكسور على نطاق واسع في حساباتهم ، ويقول

أبو الوفا في إحدى كتاباته هؤلاء الحسّاب أن الكسور على الصورة $\frac{m}{n}$ حيث $n < m < 1$ غير مستحبة ويجب

إجتنابها ، ذلك أن التجار لم يكونوا يرحبون باستخدام الكسور على هذه الصورة ، بل كانوا يفضلون التعبير ولو بالتقريب

عن الكسور بمكوناتها الأبسط ، فمثلا كان الأفضل أن يعبر الحاسب عن الكسر $\frac{3}{4}$ بالتقريب ، كمجموع $\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$.
 $\frac{1}{4}$ أو $\frac{1}{6} + \frac{1}{4}$ من أن يقول ثلاثة أجزاء من أحد عشر جزءاً (كلا التقريبين على درجة كبيرة من الدقة فالخطأ
 المئوى في التقريب الأول $+\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6}$ ، وفي التقريب الثانى $-\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6}$) . ولهذا نرى أن الرياضيين العرب قد وضعوا
 جداول وافية للتعبير عن أكثر الكسور شيوعاً في المعاملات الحسابية عن طريق أجزاء الواحد البسيطة ولقد انعكس
 تأثير هذه الطريقة في الحساب على التقسيم الذى أورده الكاشى للكسور ، رغم أن الكاشى لا يتفادى مطلقاً استخدام
 الكسور من طراز $\frac{3}{4}$.

ومما يجدر ذكره أن رياضة قدماء المصريين وكذلك الرياضة الإغريقية وخصوصاً في العصر الإسكندري المتأخر
 كانت تستخدم هذا النوع من التعبير عن الكسور باستخدام مكوناتها البسيطة ، ومن بعد انتشرت هذه الطريقة في الشرق
 واستمرت لفترة طويلة .

Die Rechenkunst bei Gamsid b. Masud

أنظر كتاب لوكي

al-Kasi mit Rückblicken auf die ältere Geschichte des Rechnens

فسبادن سنة ١٩٥٠ ص ٢٨ — ٣٠

[٣٨] هذه الطريقة في كتابة الكسور والأعداد الصحيحة والكسور يرجح وصولها للكاشى ومن سبقوه عن الهند
 ولقد إستخدما أيضاً محمد الخوارزمي ، أما الخط الذى يفصل بين البسط والمقام فإنه لم يظهر إلا لدى الرياضى العربى
 ابن الحصار الذى عاش في المغرب العربى ، ثم نراها إنتقلت إلى ليوناردو البيزنطى الذى عاش في القرن الثالث عشر .
 [٣٩] هذا هو نفس — الجورنيم algorithm — إصطلاح إقليدس : الكتاب السابع ، الجملة الثانية من كتاب
 « الأصول » .

[٤٠] نلاحظ أن الكاشى هنا يأخذ المضاعف المشترك الأصغر عند توحيد مقامات الكسور في حين أن غيره من
 علماء العصور الوسطى كانوا يستخدمون المضاعف المشترك الناتج من ضرب مقامات الكسور في بعضها ولم يتضح للآن
 هل سبق أحد من الرياضيين الكاشى في هذا السبيل أم لا .
 أما في أوروبا فقد ذكر نارتال هو أول من استخدم المضاعف المشترك الأصغر عند توحيد المقامات وكان ذلك في النصف
 الأخير من القرن السادس عشر الميلادى .

$$[٤١] = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} \times \frac{1}{29} = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} \times \frac{1}{56} = \frac{1}{8} - \frac{1}{224} = \frac{27}{224}$$

$$\frac{90}{2784} = \frac{580 - 670}{2784} = \frac{116 \times 5 - 3 \times 5 \times 40}{24 \times 116} = \frac{5}{24} - \frac{5}{8} \times \frac{40}{116} =$$

[٤٢] يتحدث الكاشى هنا مرة ثانية عن الكسور العشرية ، المذكورة في الباب الأول من المقالة الثانية ، ويورد
 المثال الأول لعملية ذات كدور عشرية ، ثم نرى أن هذا النوع من الكسور يتكرر في الباب الثالث والسادس والثامن
 من المقالة الثالثة .

إن اختراع الكاشى للكسور العشرية هو من أهم منجزاته العلمية التى حقق بها سبقاً علمياً رائعاً ، ولقد كان غرضه
 من اقتراحها إنشاء نظام جديد للكسور يمتاز بسهولة الاستخدام لىكون بديلاً للنظام الستينى الذى كان واسع الانتشار
 حينئذ ، وهكذا فإننا نرى رغبة الكاشى في نشر حساباته بكلا النظامين الستينى والعشرى ليوضح مميزات النظام العشرى ،
 وهكذا فعل عندما حسب نسبة طول محيط الدائرة ح إلى قطرها ق والمعروفة حالياً وذلك في كتابه الشهير « الرسالة
 المحيطية » ، إذ قام بحسابها أولاً مستخدماً الكسور الستينية ثم ذكر في بداية الباب السادس من المقالة الثالثة من

« مفتاح الحساب » أنه ينوى القيام في « الرسالة المحيطية » بحساب ط $= \frac{22}{7}$ باستخدام الكسور العشرية حتى يتقنها

من لا يعرف الكسور الستينية « وضعناها على قياس الكسور الستينية ولتقدم هذا لما استخرجنا نسبة المحيط إلى القطر في رسالتنا المسماة بالمحيطية وبلغنا إلى التاسعة أردنا أن نحولها إلى الرقوم الهندية لئلا يعجز المحاسب الذي لم يعرف حساب المنجمين ، أخذنا كسر المحيط من مخرج هو عشرة آلاف مكررة خمس مرات » .

وفي المقالة الرابعة من « مفتاح الحساب » التي خصصت لقياس مختلف الأشكال يستخدم الكاشي كسوره العشرية . راجع أيضا الباب الثامن من « الرسالة المحيطية » الذي يحول فيه الكاشي قيمة ط من كسر سائني إلى كسر عشري . هذا ونرى الكاشي يشرح العمليات الحسابية المحتوية على كسور عشرية بمنتهى الدقة والإيضاح ، ويضع قاعدة لإيجاد العدد الصحيح والأجزاء العشرية في ناتج كل عملية حسابية ، كما يشرح كيفية تحويل الكسور الستينية إلى عشرية ويورد بعض القواعد التقريبية التي تسهل عمليات الحساب هذا ويستخدم الكاشي عدة طرق لتمييز الجزء الصحيح من الكسر العشري الذي يكتبه في نفس السطر إلى جواره .

ا — استخدام حبر مختلف اللون (كما هو في مخطوطة ليدن) .

ب — يضع كلا من الرقم الصحيح والكسر العشري في قوسين مستطابين متجاورين مثل [٢١] [١٧] ، للدلالة على العدد ٢١ و ١٧

ج — يفصل العدد الصحيح عن الكسر بخط رأس مثل ٢١ و ١٧

د — يعبر عن الكسر العشري بالألفاظ .

هـ — يكتب فوق كل رقم خانته العشرية (وذلك في الجداول) ، أو يذكر الخانة العشرية فوق أكبر أو أقل الخانات العشرية وبذا يمكن تمييز باقي الخانات بسهولة .

ولقد استخدمت الكسور التي مقامها ١٠ ك قبل الكاشي استخداما عابرا وبمحض الصدفة البهجة ، مثلها مثل غيرها من الكسور الاعتيادية ، فثلا نرى النسوى في النصف الأول من القرن الحادى عشر الميلادى يورد قاعدة لاستخراج الجذر التربيعى على النحو التالى :

$$\sqrt[n]{\frac{210 \times 10^k}{10^k}} = \sqrt[n]{210}$$

وعندما يوجد يوحنا الإشبيلي $\sqrt[7]{2} = \frac{1414}{1000}$ نراه يسارع إلى تحويل قيمة هذا الكسر إلى الكسور الستينية على النحو التالى :

$$\sqrt[7]{2} = 1 + \frac{24}{70} + \frac{24}{70^2} + \frac{24}{3(70^3)}$$

ويزعم ل . وانج و ج تيدهم أن L. Wang f. Needham مؤلفي « الرياضة في تسعة أجزاء » من رياضى الصين قد استخدموا الكسور العشرية عند استخراج الجزء غير الصحيح من الجذر باستخدام طريقة هورنر ، وهذا التفسير المتحمس للكتاب الصينى غير الواضح يقتصر إلى التعرّيز .

أنظر L. wang & J Needham Horner's method in Chinese mathematic, its origin in the root extraction

مجلة تونج باو ص ٣٥٦ — ٣٧٧ ، الكتاب الخامس ١٩٥٥ . الجزء ٤٣ وعلى كل فيحتمل أن تكون بداية التفكير في استخدام نظام من المقاييس المبينة على النظام العشري قد ظهرت في الصين على يدى ليو خوى في القرن الثالث الميلادى ، كما تدل على ذلك بعض أنواع المقاييس المبينة على النظام العشري والتي وجدت في تلك الفترة ، غير أن هذه الأنظمة لم تنتشر ولم يكتب لها البقاء في الصين ، أضف إلى ذلك أنه لم توضع قواعد لها ، كما لم تتطور طرق حسابها وظلت على صورتها البدائية . وليس هناك شك في أن الكاشي هو صاحب الفضل الأكبر في وضع أسس الطريقة العشرية على نهج موضوعى سهل بعد ذلك انتشارها حتى طغى نظامه العشري على سائر النظم في الاستخدام .

أما في أوروبا ، فلقد كانت أول محاولة لإدخال الكسور العشرية هي تلك التي قام بها الرياضى اليهودى ، بونفيس الذى عاش في فرنسا في القرن الخامس عشر ، ولقد سمي أجزاء العشرة بالأوالى وأجزاء المئة بالثنوانى ... إلخ ، ومن

الواضح أنه كان يرمى لإنشاء نظام على نسق النظام الستيني : ولا يحتوى المخطوط الذى ألفه بونفيس باللغة العبرية القديمة على أى مثال للحساب بهذه الطريقة ، كما أنه لم يحتو على طريقة خاصة أو غير خاصة لكتابة هذه الكسور ، وكل ما أورده فى هذا القبيل كان عبارة عن فكرة موجزة لهذا النظام المقترح ، ورغم ذلك فأننا نرى الكاتب اليهودى جاندز يضخم كثيراً فى قيمة ما ذكره بونفيس ويخجل السطور معانى لم ترد بها ولا غرابة فى ذلك « النهج العلمى » من أمثال جاندز ويكفى هذا المقام أن نشير إلى التقدير العظيم الذى أضفاه الرياضى الكبير هانكل على الكاشى ، عندما نوه بفضل الكاشى فى هذا المجال وسبقه لستيفن بنحو ١٥٠ عاماً ، عندما وضع نظامه العشرى الذى بلغ القمة من حيث التطور والشمول والمنطق الرياضى .

أنظر Gandz S. The invention of decimal fractions and application of the exponential calculus by j Immanuel Bonfils of Taraseon Jsis vol. 22 1 1936

هذا ونجد أيضاً أن الطريقة العشرية فى الكسور ظهرت عرضاً عند تحليل مبادئ الحساب العشرى للكسور الستينية والأعداد الصحيحة ، وهنا نذكر مرة ثانية أن الكسور ذات المقام على الصورة 10^n ظهرت أول ذى بدء عند استخراج الجذر التربيعى فمثلاً قام « فينه » سنة ١٥٥٠ بحساب $\sqrt{10}$ وحوله إلى $\frac{10 \times 10}{1000}$ (كما فعل النسوى) ثم حول الناتج بعد ذلك إلى كسور ستينية .

وبعد ذلك لعب حساب الجداول المثلثية دوراً هاماً عندما بدأ استخدام 10^n فى هذه الجداول بدلاً من الجداول المتعارف عليها من قبل والتي تستخدم $(6 \times 10)^n$ — رجيومونتان حوالى سنة ١٤٩٠ — ولقد كان أول داعية للكسور العشرية فى أوروبا ، وأول من ألف ملزمة كاملة عنها باللغتين الفرنسية والهولندية هو ستيفن ، وذلك فى ملزمته المسماة « العشرية » ، السهلة التعلم ، تسهل القيام بجميع الحسابات التى تقام لها فى معاملات الناس ، باستخدام الأعداد الصحاح ، بدون كسور « وذلك فى سنة ١٥٨٥ أى بعد الكاشى بنحو مائة وسبعين عاماً . أما فى روسيا فإن ماجنيتسكى كان أول من استخدم الكسور العشرية فى كتابه « الحساب » وذلك فى سنة ١٧٠٣ ، حيث وصف الحساب « الفلكى » المبني على النظام الستيني والحساب « الآخر » أو المسمى بالحساب « العشرى » ويقرر أن هذا الحساب « العشرى » يستخدم فى بعض مسائل المساحات .

ولقد أشار سميث ويوسوبوف وغيرهما إلى فضل الكاشى الذى لا يمارى فى وضع أسس الكسور العشرية .
أنظر Smith , D: E, History of mathematics Vol. 2

بوسطون ١٩٢٣ ص ٢٣٨ — ٢٤٠

أنظر كذلك — يوسوبوف — مذكرات فى تاريخ تطور الحساب فى الشرق الأدنى — باللغة الروسية — كازان ١٩٣٣ ص ٨٣ — ٨٤ وعن تطور استخدام الكسور العشرية فى أوروبا — أنظر :
TroPffe J. Geschichte der elementar- Mathematik Vol 2 2nd edition

برلين — ليبزج ١٩٢١ .

[٤٣] يعبر الكاشى هنا بالألفاظ عن المعادلة .

$$\sqrt[n]{\frac{10^n}{10^n - 1}} = \sqrt[n]{\frac{10^n}{10^n - 1}}$$

$$\frac{80}{130} = \frac{2 \frac{4}{5}}{4} = \frac{\sqrt[4]{64}}{4} = \frac{1}{4} \sqrt[4]{64} \quad [٤٤]$$

أما كيفية إيجاد الرقم $2 \frac{4}{5}$ فمن السهل الحصول عليه باستخدام الطريقة المذكورة فى الملاحظة رقم ٢٠ [أنظر الملاحظة التالية مباشرة] .

[٤٥] يقصد الكاشي المعادلة $\sqrt[n]{s} + 1 = \sqrt[n]{s + 1}$ $\frac{s}{s+1} + 1 = \sqrt[n]{s + 1}$

[٤٦] $\frac{19}{30} = \frac{3\frac{1}{4}}{5} + 2 = 3\frac{1}{4} + 4 = 7\frac{1}{4}$

قيمة الخطأ في هذا التقريب هي ٠,٠٤ .

وأدق من ذلك .

[٤٧] $\frac{14}{127} = \frac{6\frac{28}{127}}{2} = \frac{244\sqrt{3}}{2} = \frac{122\sqrt{3}}{1} = 30\frac{1}{4}\sqrt{3}$

[٤٨] $\frac{67}{99} = \frac{16\frac{2}{33}}{6} = \frac{208\sqrt{3}}{6} = \frac{104\sqrt{3}}{3} = 34\frac{2}{3}\sqrt{3}$

وقيمة الخطأ في هذه النتيجة التقريبية هو ٠,٠٠٧ .

[٤٩] $\frac{3,84}{2(12.4)} - 2(1 + 12.4) + 12,04 = \sqrt{140000}$

$\frac{96,36 + 3,84}{24.9} + 12 = \frac{3,84}{24.9} + 12,04 =$

$12 \frac{167}{4.15} = \frac{100,2}{24.9} + 13 =$

[٥٠] أرقام الجمل أو الأبجدية هي :

٢٠٠	س	٢٠	ك	١	ا
٣٠٠	س	٣٠	ل	٢	ب
٤٠٠	ت	٤٠	م	٣	ح
٥٠٠	ث	٥٠	ن	٤	د
٦٠٠	خ	٦٠	س	٥	هـ
٧٠٠	ذ	٧٠	ع	٦	و
٨٠٠	ض	٨٠	ف	٧	ز
٩٠٠	ظ	٩٠	ص	٨	ح
١٠٠٠	غ	١٠٠	ط	٩	ط
				١٠	ي

وفي حساب الجمل نجد أن كل رقم هو عبارة عن مجموع الأرقام الداخلة في تركيب الجملة على النحو التالي .

١	ب	ح	د	هـ	و	ز	ح	ط	ي
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠

لا	لـ	لـ	لد	له	لو	لز	لح	لط	م
٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠
ما	مـ	مـ	مد	مه	مو	مز	مخ	مط	ن
٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠
نا	نـ	نـ	ند	نه	نو	نز	نخ	نط	
٥١	٥٢	٥٣	٥٤	٥٥	٥٦	٥٧	٥٨	٥٩	

وتختلف أرقام الجمل عن الأرقام الهندية في أنها تكتب بالعكس إذ تكون آحادها على اليسار وعشراتها على اليمين .

[٥١] يرمز الكاشي للصفر في النظام الستيني بالرمز ٥ وهذا الرمز انحدر من علامة الصفر عند علماء العصر الهليني ، الذين استخدموا الكسور الستينية في حساباتهم الفلكية وكانوا يكتبون أرقامهم مستخدمين حروف لغتهم من ١ إلى ٥٩ ، وعندما كانوا يريدون الدلالة على أن الحرف يدل على رقم كانوا يضعون شرطة فوقه ، وكان الصفر في الكسور الستينية يكتب هكذا ٥ (أوميكرون) حيث أن هذا الحرف هو أول حروف الكلمة الإغريقية ουσενυ التي تعني « لا شيء » ثم تحولت هذه العلامة إلى ٥ ، وفي هذا النظام كانت لا توجد رموز للتعبير عن الرقم ٧٠ في الكسور الستينية .

أما النظام الستيني للكسور والأعداد الصحاح المبني على استخدام علامتين مركبتين للواحد الصحيح والعشرة فقد ظهر في بابل منذ أكثر من ألفي عام قبل الميلاد .

ولقد كان هذا النظام نظاما غير كامل نظرا لعدم وجود علامة للدلالة على الصفر ، وبناء على ذلك فإن الرمز ١٢ ، ٢٥ حسب طريقتنا الحالية يمكن أن يدل في ذلك النظام على العدد $١٢ \times ٦٠ + ٢٥ \times ٦٠$ حيث م ، ن أي عددين صحيحين (ولكن م < ن) ، أما القيم المطلقة للأرقام فكان يحددها النص المرافق .

وحوالى منتصف الألف سنة الأولى بعد الميلاد ظهرت علامة الصفر لتدل على خلو إحدى الخانات ، وهكذا أصبح الرمز ١٣ ، ٥ ، ٥ ، ٢٥ يدل على $١٣ \times ٦٠ + ٥ \times ٦٠ + ٢٥$

وفي العصر الهليني استخدم الرياضيون كسورا ستينية أيضا غير أنهم كانوا يكتبون الأعداد الصحاح مستخدمين في كتابتها النظام العادي (شبه العشري) المتبع لدى الإغريق ، وهذه الطريقة المختلطة في كتابة الصحاح والكسور هي التي اتبعها كل من بطليموس وتيونس الإسكندري ، كما نرى هذه الطريقة (مع استخدام رموز وأصفار أخرى) مستخدمة لدى كل من محمد الخوارزمي ويوحنا الإشبيلي ، أما النظام الستيني الموحد بالنسبة للصحاح والكسور فرده للعالم العرب ، وما لا شك فيه أن هذا النظام قد ظهر كنتيجة للتحليل الواعي والدراسة المنطقية للأفكار التي وردت في الحساب الهندي والتي قام بها محمد الخوارزمي ، وكذا دراسة النظام الستيني القديم الذي كان منتشرا في المناطق التي كانت تابعة في يوم ما لمملكة بابل .

وأقدم وصف لهذا النظام الستيني الموحد نراه قد ورد في الجزء الثاني من الرسالة الصغيرة المسماة « أصول الحساب الهندي » لمؤلفها قشيار بن لبان الجملي المولود في جيلان (جنوب البحر الكسبي) والذي عاش نحو ٩٧١ — ١٠٤٢ ميلادية .

ثانية

وفي كتاب الجبلي نرى الرقم ٣٧ ، ٨ ، ١٦ ، صفر ، ٤٣ تعني

$٤٣ \times ٦٠ + \text{صفر} \times ١٦ + ٨ \times ٦٠ + \text{صفر} + ٣٧ \times ٦٠$
أما الأرقام من ١ إلى ٥٩ فكانت تكتب حسب الجدول الذي أوردناه فيما سبق من أرقام الجمل ، وكان هذا الرقم يقرأ فيما بعد كما هو متبع لدى الكاشي على النحو التالي ٤٣ مرفوعة مرتين ، صفرا مرفوعا ، ١٦ درجة وثمان دقائق وسبع وثلاثون ثانية .

وبالمثل نرى أن الكاشي كان يستخدم الدرجات التصاعدية والتنازلية للعدد الستيني .
أما لدى الخوارزمي ويوحنا الإشبيلي فلم تكن هناك حاجة للخانات المرفوعة ، حيث أن الأرقام الصحاح كان يعبر عنها بالنظام العشري الذي آحاده درجات .

ولا شك أن استخدام هذا النظام الموحد (رغم صعوبته) كان له أثر كبير في وضع أسس المنطق الرياضي ونظرية الأعداد مما كان له بعد ذلك فضل استخدام النظم الأخرى والتي ثبتت قيمتها العملية في عصرنا الحالى إذ يستخدم عدة نظم مثل النظام الثنائى (أى الذى أساسه اثنين) على نطاق واسع فى الآلات الحاسبة الإلكترونية — النوع الرقى — وكذلك تستخدم النظم الثمانية والأربع والستينية فى ترجمة الأرقام الثنائية التى تتعامل بها هذه الآلات .
أنظر — حل المسائل الهندسية على الآلات الحاسبة الرقية — باللغة الروسية .

تأليف كاجان — ترميكائيليان — مطبعة الطاقة — موسكو — ليننجراد ١٩٦٤ . فى نظرية الأعداد أنظر كذلك .

الجبر العالى — تأليف هول ، نايت — الترجمة العربية — وزارة المعارف العمومية — الجزء الثالث — المطبعة الأميرية ١٩٢٦ ص ٣٧٣ وما يليها .

ولقد أورد الجبلى فى رسالته جدول الضرب حتى ٥٩×٥٩ الذى يجب أن يحتفظ به الحساب فى حوزتهم ، ذلك أن تذكر حواصل الضرب الداخلة فيه وعددها $٥٩ \times ٣٠ = ١٧٧٠$ حاصلا ليس بمستطاع [فى حين ان جدول الضرب العشري يحتاج لتذكر $٩ \times ٥ = ٤٥$ حاصلا وهو أمر هين] .

ويتكلم الكاشي عن هذا الجدول فى البابين الثالث والرابع من المقالة الثالثة من « مفتاح الحساب » ، ويورد الجبلى أيضا قواعد تحديد منازل (درجات) حاصل الضرب على الأساس الستيني الموحد وكذلك ناتج القسمة [كانت هذه القواعد موجودة أيضا لدى الخوارزمي ، غير أنها كانت خاصة بالجزء الكسرى فقط حيث ان الصحاح كانت عشرية النظام]
انظر — الرسالة الحسابية لمحمد بن موسى الخوارزمي — باللغة الروسية .

اعمال مهيد تاريخ العلوم والمعارف التكنيكية — الجزء الأول — ١٩٥٤

تأليف يوسسكيفتش — ص ٢١٢

اما خواص وقواعد حساب المتوالية الهندسية الناتجة عن استخدام هذه الكسور فترجع إلى ارشيدس ، وقد وردت هذه القواعد أيضا فى مفتاح الحساب فى البابين الثالث والرابع من المقالة الثالثة .

ونرى كذلك ان الجبلى رغم انه قام بحساباته مستخدما النظام الستيني الموحد عندما يقوم بالضرب والقسمة واستخراج الجذر التربيعي فإنه عندما يستخرج الجذر التكعيبي فإنه يستخدم النظام العشري .
ولا ينسب الجبلى إلى نفسه إنشاء النظام الستيني الموحد رغم انه الان لم يكتشف اى نص لأى مؤلف قبل الجبلى استخدم النظام الموحد .

ومن المرجح ان النظام الستيني الموحد كان مقصورا فى استخدامه على الحسابات الفلكية وحدها ، ويعزز هذا الرأى ما قرره النسوى — تلميذ الجبلى — فى مقدمة مؤلفه « الكفاية فى الحساب الهندى » ان كتاب الجبلى هو مؤلف موضوع فى مسائل الفلك .

ولا نجد اى شئ يتعلق بالنظام الستيني الموحد فى المؤلفات التى ظهرت فى الفترة بين الجبلى والكاشي والتى امتدت نحو اربعة قرون ، ولا يظهر هذا النظام إلا فى بعض المؤلفات الرياضية العربية المنسوبة إلى نهاية القرن الخامس عشر الميلادى . من كل هذا ومن كتاب الكاشي نفسه يمكن افتراض ان هذا النظام الموحد كان مقصورا على الاستخدام فى علم الفلك .

ولذا نجد ان الكثير من الرياضيين الأوروبيين يستخدمون النظام الستيني فى حساباتهم فى الفترة الممتدة حتى القرن السادس عشر — استخدمه فينة فى ١٥٥٥ .

أنظر كتاب Paul Lnckey Die Rechenkunst dei Gamsid b. Masvd al - Kasī mit Rückblicken auf aie ältré

Geschichte des Rechnens

فسبادن ١٩٥٠ ص ٤٠ — ٨٩

ونلاحظ ان الكاشي لا يستخدم الفاظ « منازل » و « ابراج » ... إلخ مما لا يتسق مع وحدة وبساطة الاستخدام للنظام الستيني إلا في القليل النادر - مثل وصفه لعملية الضرب - مقترحا تحويل ارقام هذه الخانات إلى النظام الستيني العادى .

[٥٢] الكاشي يورد هنا في حقيقة الأمر القاعدة الموحدة $٢١ \times ٢١ = ٤٤١$ ن لآى اسس صحيحة ، ويضع « الدرجات » في الخانة من الدرجة الصفرية (وبالمثل يفعل في الباب الخامس حيث $١ = ١٠$) . ولما كان الكاشي لا يرغب في استخدام الأسس السالبة فإنه يستغنى عنها بالكتابة على جانبي خانة الدرجات ، ثم يورد الكاشي جدول إيجاد خانات حاصل الضرب في الباب الرابع من المقالة الثالثة ، اما في اوروبا فنجد ان الرياضيين الذين استخدموا النظام الستيني الموحد كانوا يستخدمون الأسس السالبة بدلا من استخدام الكسور - مثل شركة وأو رسم في القرن الخامس عشر .

TroPffe J Geschtchti der Elementar - Nathematik Vol 2

أنظر

الطبعة الثانية - برلتين - ايزج ١٩٢١ ص ١٩٠ - ١٢٠ vel. z

[٥٣] هذا ولما كان الرقم (١ - ٦٠) $= ٥٩$ في النظام الستيني يلعب نفس الدور الذى يلعبه الرقم ٩ في النظام العشرى وذلك عند مراجعة صحة العمليات الحسابية في النظام الستيني ، فاننا نرى أن الكاشي قد أورد هذا « الميزان » في « الرسالة المحيطية » .

أما الجليلي فإنه يستخدم ميزان التسعة لمراجعة صحة الكسور الستينية دون أن يلحظ أن الأرقام الموجودة في الخانة الثالثة فما فوق ، أى $٢٦٠ \times$ تنقسم على تسعة ولذا فان الخطأ في هذه الخانات لا يمكن مراجعته بميزان التسعة . [٥٤] المراد هنا التعبير عن العلاقة :

$$٢٦٠ : ٢٦٠ = ١ - ٢٦٠$$

[٥٥] انظر - الرسالة المحيطية - حيث استخرج الكاشي نسبة طول محيط الدائرة إلى قطرها إلى عشر خانات ستينية ، ثم حول هذه النتيجة إلى الأرقام العشرية إلى ستة عشر خانة أى في صورة كسر مقامه ١٦١٠ [٥٦] تحويل الأرقام الستينية إلى أرقام عشرية (الأعداد الصحاح) مبني على المعادلة :

$$١٦٠ \times ٢٦٠ + ١٦٠ - ١ \times ٢٦٠ = ١ + \dots + ١٦٠ \times ٢٦٠ + ١ - ١٦٠$$

(قارن هذا الترتيب مع الترتيب المستخدم عند الحساب بطريقة هورنر)

(٥٧) لكي نتضح لنا القاعدة التى يستخدمها الكاشي نأخذ المثال التالى :

$$\dots + \frac{٤}{٢(١٠)} + \frac{٥}{٢(١٠)} + \frac{٥}{١٠} = \frac{٤٤}{٢(٦٠)} + \frac{٢٩}{٢(٦٠)} + \frac{٨}{٦٠}$$

وبضرب الطرفين في عشرة يكون

$$\frac{٤٠}{٢(١٠)} + \frac{٥}{١٠} + ٥ = \frac{٤٤٠}{٢(٦٠)} + \frac{٢٩٠}{٢(٦٠)} + \frac{٨٠}{٦٠}$$

وبالتالى فان س هو الجزء الصحيح من الطرف الأيمن ونحصل على قيمتها ونحصل عليها بعد إعادة كتابة الطرف الأيمن في الصورة الستينية (كما هو متبع في جدول الضرب)

$$\frac{٢٠}{٢(٦٠)} + \frac{٥٧}{٢(٦٠)} + \frac{٢٤}{٦٠} + ١ = \text{الطرف الأيمن}$$

فتكون قيمة س هي ١

ثم نعيد خطوات العمل بالمثل مع المتطابقة

$$\dots + \frac{ع}{٢(١٠)} + \frac{ص}{١٠} = \frac{٢٠}{٣(٦٠)} + \frac{٥٧}{٢(٦٠)} + \frac{٢٤}{٦٠}$$

وهكذا حتى نحصل على قيم ص ، ع ، إلخ .

$$[٥٨] \text{ الكسر } = \frac{٨}{٦٠} = ٠,١٣$$

$$\text{والكسر } = \frac{٢٩}{٢(٦٠)} = ٠,٠٨٠٥$$

$$\text{والكسر } = \frac{٤٤}{٣(٦٠)} = ٠,٠٠٢٣٧$$

وعليه فان قيمة الكسر $٠,١٣٢٩٤٤$ (ثمانية دقات وتسع وعشرون ثانية وأربع وأربعون ثالثة) تكون

$$٠,١٤١٠٩٢$$

ونلاحظ أن الكاشي يقوم بتقريب النتيجة تماماً كما هو الحال في الرياضة الحديثة بزيادة الرقم الأخير واحداً ، وهو يفعل ذلك أيضاً في الحالات المماثلة في « الرسالة المحيطية » ، كما نلاحظ أن الرقم $٠,١٤١٠٩٣$ هو تقريب للجزء الكسري من النسبة التقريبية .

[٥٩] اللفظ المستخدم في الخانة الأولى من الجدول — ضربنا ٣٧٦ ثاثة الأعشار في ستين — ويورد في الخانة الأخيرة ٢٢ تحت كلمة صحاح ، ٥٦٠ تحت بند كسور والمقصود بكلمة صحاح أى أنها صحاح في خانة الدقائق وليست خانة الصحاح الأصلية .

شرح العمل	الكسور	الصحاح
ضربنا ٣٧٦ ثاثة الأعشار في ستين	٥٦٠	٢٢

$$\text{والمراد هنا أن } ٠,٣٧٦ = \frac{٢٢,٥٦}{٦٠} = \frac{٢٢}{٦٠} + \frac{٥٦}{٦٠} = \frac{٢٢}{٦٠} + \frac{٢٣,٦}{٢(٦٠)}$$

$$= \frac{٢٢}{٦٠} + \frac{٢٣}{٢(٦٠)} + \frac{٣٦}{٣(٦٠)} = \frac{٢٢}{٦٠} + \frac{٢٣}{٢(٦٠)} + \frac{٣٦}{٣(٦٠)}$$

$$= ٢٢ \quad ٣٣ \quad ٣٦$$

[٦٠] يستخدم الكاشي هنا وكذا في رسالته المحيطية مقاييس الأطوال الآتية الفرسخ والقصبه والذراع والإصبع وعرض حبة شعير وسمطة وشعرة من معرفة الحصان ، وهذه المقاييس يرجع أصل استخدامها إلى مملكة بابل القديمة .

والفرسخ = ٢٠٠٠ قصبه

والقصبه = ٦ أذرع

والذراع = ٢٤ إصبع

والإصبع = ٦ عرض حبة شعير وسيطة

وعرض حبة الشعير = ٦ سمك شعرة حصان

ولقد كان الذراع المستخدم في التجارة = ٠,٥٨ متراً أما الذراع المعارى فيساوى = ٠,٧٥ متراً .

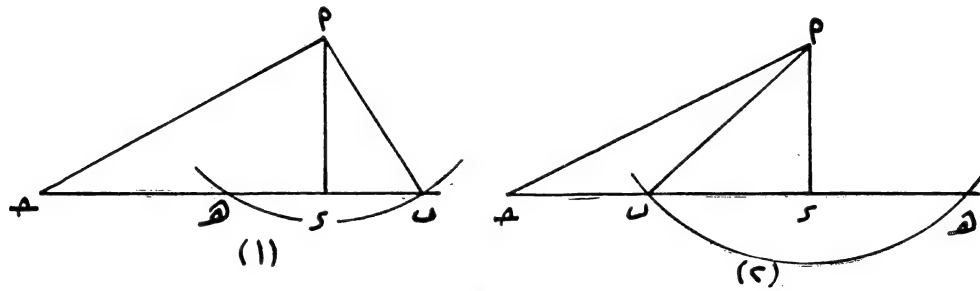
فاذا اعتبرنا الذراع = ٠,٥٨ متراً فان القصة = ٣,٥٥ متراً .

ويكون الفرسخ مساوياً ٦,٩٦ كيلو متراً ويكون سمك شعرة الحصان ٠,٦٧ سم = ٠,٦٧ مم .

[٦١] تعريف الكاشى للنقطة والخط والسطح يتفق مع تعاريف إقايديس في حين أن تعريفه للخط المستقيم يتفق مع تعريف أوشميدس .

[٦٢] « عمل اليد » الذى يشير إليه الكاشى هو « العمل » في التمارين الهندسية .

[٦٣]



إذا سمينا الضلع $\overline{AP} = \overline{a}$ والضلع $\overline{AC} = \overline{b}$ والضلع $\overline{PC} = \overline{c}$

والارتفاع $\overline{PS} = \overline{h}$ والطول $\overline{AS} = \overline{x}$

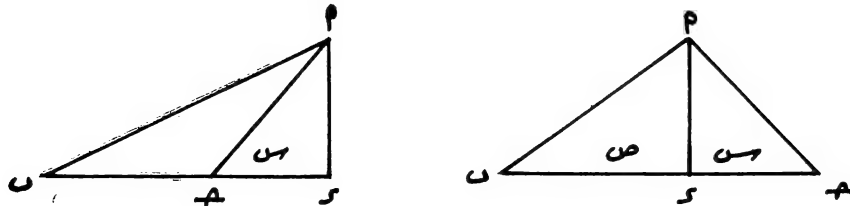
فان $\overline{c}^2 = \overline{a}^2 + \overline{h}^2$ (نظرية فيثاغورث)

و $\overline{b}^2 = \overline{a}^2 + \overline{h}^2 + 2\overline{a}\overline{x}$

وبالطرح $\overline{c}^2 - \overline{b}^2 = -2\overline{a}\overline{x}$

ومنها $\overline{x} = \frac{\overline{b}^2 - \overline{c}^2}{-2\overline{a}}$

أما في الشكل الثانى فإن الحدود داخل القوسين تتبادل مواضعها ونشير إلى أن هذا النوع من المسائل الهندسية حيث يستخدم الجبر في إثباتها ، كان مستخدماً بكثرة في كتاب « الجبر والمقابلة » لمحمد الخوارزمى ، وقد أورد الخوارزمى حلاً لهذه المسألة نفسها - مستخدماً فيها عددية أخرى - لإيجاد بعد موضع العمود النازل من رأس المثلث وطول هذا العمود . وكان كل من الخوارزمى والكاشى يستخدمون الألفاظ في الإثبات الجبرى ولا يستخدمون أى رموز جبرية في حلهم .



المسافة $س$ من نقطة $و$ (مسقط النقطة $ا$ على $ب ح$) إلى نقطة $ح$

$$س = \frac{ح^2 - ٢١^2 - ٢٢^2}{٢}$$
 عندما تكون $ح$ زاوية منفرجة

$س = ٠$ عندما تكون $ح$ زاوية قائمة

$س = \frac{٢١^2 - ٢٢^2 + ح^2}{٢}$ عندما تكون $ح$ زاوية حادة

وفي الحالة الأخيرة تكون زاوية $ب$ أيضا زاوية حادة إذا كانت $ا < س$ أى إذا كان $٢١ < \frac{٢١^2 - ٢٢^2 + ح^2}{٢}$

كما تكون زاوية $ب$ قائمة إذا كانت $ا = س$

أى إذا كان $٢١ = \frac{٢١^2 - ٢٢^2 + ح^2}{٢}$ ، وتكون زاوية $ب$ منفرجة

إذا كانت $ا > س$ أى إذا كان $٢١ > \frac{٢١^2 - ٢٢^2 + ح^2}{٢}$

[٦٥] إذا كانت زاوية $ب$ (داخلية) فإن المستقيم الساقط على $ب ح$ يكون ارتفاعه $ع = ح ج ا$

ويكون $(ا - س) = ح ج ا = ح ج ب$

ونلاحظ أن الجيب وجيب التمام مكتوبين بالكسور الستينية ويعتبر الكاثنى جيب الزاوية القائمة مساويا ٦٠ وليس واحدا ولذا يجب أن نذكر هذا عند قراءة أى قاعدة الكاثنى المثلثية ، فمثلا القاعدتين السابقتين نكونان على الصورة التالية :

$$ع = \frac{ح ج ا}{٩٠} \quad و \quad ح ج ب = \frac{ح ج ب}{٩٠}$$

هذا ولم تلاقى الاقتراحات التى تنادى باعتبار نصف قطر الدائرة مساويا واحدا صحيحا أى استجابة رغم إلحاح أبو الوفا في مؤلفاته على ذلك - وكان هو اول من نادى بذلك - ولقد استغرق الأمر وقتا طويلا حتى أخذ بهذا الاقتراح السليم وكان ذلك في سنة ١٧٤٨ عندما استخدم اويلر الرياضى الشهير نسبا مثلثية لا ابعاد لها (اى اخذ باقتراح ابو الوفا) في معادلاته معتبرا جيب الزاوية القائمة مساويا واحدا صحيحا .

[٦٦] عندما يسقط ارتفاع المثلث $ا ب$ على قاعدته $ب ح$ ، حالة كون الزاويتين $ب$ ، $ح$ حادتين ، فإن الكاثنى

يوجد جيبى الزاويتين الحادتين $ب$ ، $ح$

$$بجث ا = ١٨٠ - (ب + ح)$$

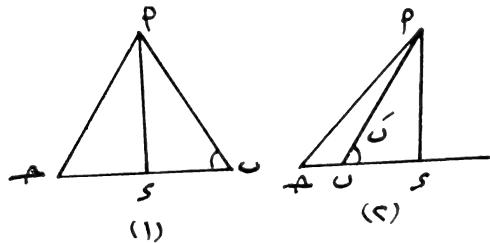
اما إذا كانت الزاوية $ب$ منفرجة واسقط $ا ب$ على

امتداد $ب ح$ فانه يعين النسب للزاوية الحادة $ح$

وللزاوية الحادة (ايضا) $ب$ وهى الزاوية المكمل للزاوية

$$ب اى ب = ١٨٠ - ب$$

$$بجث ا = ١٨٠ - (ب + ح)$$



ولهذا فانه في الأمثلة التالية ياخذ اضلاع المثلث الأول ١٠ ، ١٧ ، ٢١ واضلاع المثلث الثاني ٩ ، ١٠ ، ١٧ .
ومن هذا نرى ان الكاشي يحل هذه المسألة دون استخدام لنظرية جيوب التمام . وهكذا فان الكاشي لكي يتلافى استخدام القيم السالبة لا يستخدم إلا الجيوب في حل المثلث .
[٦٧] يستخدم الكاشي هنا نظرية الجيب المعروفة :

$$\frac{\hat{a}}{\sin A} = \frac{\hat{b}}{\sin B} = \frac{\hat{c}}{\sin C}$$

وتنسب هذه النظرية إلى البيروني الذي كان من أنجب تلاميذ الخوارزمي .

أنظر Schoy C Die trigonometrischen Lehren des Persischen Astronomen Abul Rihân Muhammed ibn Ahmed al-Bîrûni dar gestellt nach al Qanû al-Masûdi

طبعة هانوفر ١٩٢٧ ص ٥٣

$$[٦٨] \text{ المعادلة } \hat{c}^2 = (\hat{a} \pm \hat{b})^2 - 2\hat{a}\hat{b}\cos C$$

نطبق نظرية جيوب التمام المشهورة .

$$\hat{c}^2 = \hat{a}^2 + \hat{b}^2 \pm 2\hat{a}\hat{b}\cos C$$

ومن الواضح ان الصيغة التي اقترحها الكاشي لهذه النظرية ترتبط بأنه في المثلث ا ب ح يسقط الارتفاع ا د ، ثم يستخدم النسب المثلثية بين المجاور والمقابل ، ونظرية فيثاغورث .

ومما يجدر ان يذكر ان « نظرية جيوب التمام » من وجهة النظر الهندسية البعثة ، ودون تعرض لحساب المثلثات قد ذكرت في المجلتين الثانية عشرة والثالثة عشرة من كتاب « الأصول » لإقليدس الخاصين بمربع الضلع المقابل لزاوية حادة او منفرجة في مثلث مستو .

اما التفرقة بين حالتى الزاوية الحادة والزاوية المنفرجة فقد لجأ إليها الكاشي لكي لا يستخدم قيما سالبة ، ففي ذلك الوقت لم تكن القيم السالبة شائعة الاستخدام ، ولذا فان الكاشي يعتبر جيب تمام الزاوية المنفرجة ، هو جيب تمام مكملتها . وهذا هو السبب في انه لا يستخدم معادلة جيوب التمام (على النحو الذي صاغها به) في حل المثلث بمعرفة اضلاعه الثلاثة ، إذ انها لا تصلح مباشرة لهذا الغرض . وهكذا لم تستخدم نظرية جيوب التمام في حل المثلث المستوي بمعرفة اطوال اضلاعه الثلاثة إلا في سنة ١٥٩٣ عندما استخدمها فينت في صورتها الصريحة لهذا الغرض .

[٦٩] المقصود هنا : على $\frac{\hat{a}}{\sin A}$

[٧٠] يستخدم الكاشي هنا نظرية الجيوب في حل المثلث ا ب ح بمعلومية الضلعين ا ب ، ا ح والزاوية الحادة ا ب ح المقابلة للضلع ا ح ، ولكن الكاشي لا يلاحظ انه (في الحالة العامة) يمكن ان توجد حالة ذات حل واحد عندما

$$\sin A < \sin B < \sin C \text{ او } \sin A < \sin C < \sin B \text{ او } \sin B < \sin A < \sin C$$

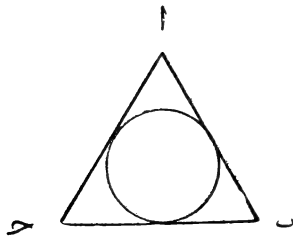
أو عندما لا يوجد حل على الإطلاق ، وذلك حينما يكون $\sin A < \sin B < \sin C$ او $\sin B < \sin A < \sin C$.

وكما هو معروف فانه في حالة كون الزاوية ا ب ح منفرجة قد يكون هناك حل واحد عندما يكون $\sin A < \sin B < \sin C$ أو قد لا يكون هناك حل ومن الواضح أنه في المثال الذي أورده الكاشي بالذات يوجد حل واحد فقط للمثلث .

[٧١] إذا كانت أطول أضلاع المثلث هي ا ب و ب ح

فان نصف قطر الدائرة الداخلية لهذا المثلث هو

$$\frac{\hat{a}\hat{b}\hat{c}}{\hat{a} + \hat{b} + \hat{c}}$$



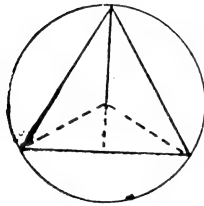
[٧٢] مساحة المثلث المتساوى الأضلاع الذى ضلعه ١

$$\frac{\sqrt[2]{1 \cdot 3}}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \sqrt[3]{1} = س$$

$$\sqrt[3]{\frac{4}{3}} = س \quad \frac{\sqrt[3]{1}}{2} = ع \quad \text{أما إرتفاعه}$$

$$\begin{matrix} \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} & \text{V} \\ 20 & 08 & 50 & 44 & 37 \end{matrix} = 0,4330127 = \frac{\sqrt[3]{1}}{2} \quad [٧٣]$$

$$\begin{matrix} \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} & \text{V} \\ 01 & 07 & 41 & 29 & 14 \end{matrix} = 0,8660254 = \frac{\sqrt[3]{1}}{2} \quad [٧٤]$$



[٧٥] نصف قطر الدائرة الخارجية للمثلث المتساوى الأضلاع .

$$س - ع = س \quad \text{حيث} \quad \frac{ع}{3} = س$$

$$\frac{\sqrt[2]{1}}{3} = \frac{\sqrt[3]{1}}{2} \quad \frac{1}{3} = ع = س \quad \text{أى}$$

$$\frac{\sqrt[2]{1}}{6 \times 2} = س \quad \frac{1}{3 \sqrt[3]{2}} = ع = س \quad [٧٦]$$

[٧٧] يسمى السكاشى متوازى الأضلاع غير القائم الزوايا بالشبيه « بالمعين » ونلاحظ أن لفظ الشبيه « بالمعين » قد استخدم فى تعاريف الجزء الأول من « أصول » إقليدس ، عن منشأ لفظ معين وشبيهه من الألفاظ مثل « شبه المنحرف وغيرها ارجع إلى مقالة :

م . يا . فيجودينسكى « أصول » إقليدس — باللغة الروسية

مجلة — أبحاث تاريخ الرياضه — الجزء الأول — ١٩٤٨ ص ٢٢٧ — ٢٢٨ .

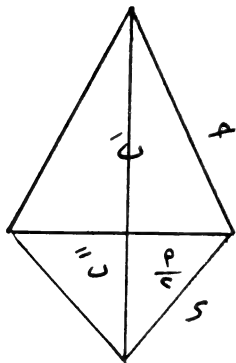
$$[٧٨] \quad \frac{\sqrt[3]{1}}{2} = \frac{\sqrt[3]{1}}{2} = 1 \quad \frac{\sqrt[3]{1}}{2} = 1 \quad \text{لذا كان } 1 - \text{ضلع المربع فان قطره } 1$$

$$\begin{matrix} 0 & \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} & \text{V} \\ 1 & 24 & 01 & 10 & 7 & 64 \end{matrix} = 1,414213562 = \sqrt[2]{1} \quad \frac{1}{\sqrt[2]{2}}$$

$$\begin{matrix} \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} & \text{V} \\ 42 & 20 & 30 & 3 & 08 \end{matrix} = 0,707106781 = \frac{1}{\sqrt[2]{2}} = \frac{1}{\sqrt[2]{2}}$$

$$[٧٩] \quad \sqrt[2]{\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)} = س \quad \text{ب قطرى المعين فإن ضلعه يكون مساوياً}$$

$$\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right) = س \quad \text{ومساحته}$$



[٨٠] إذا كان α ، β قطري «ذو العنبرين» بحيث ينقسم القطر α بالقطر β إلى نصفين وينقسم القطر β إلى جزئين غير متساويين β' ، β'' فإن أضلاع ذى العنبرين تكون

$$\sqrt{r_c + r\left(\frac{1}{r}\right)} \sqrt{V} = s \quad \sqrt{r_c + r\left(\frac{1}{r}\right)} \sqrt{V} = d$$

وٽڪون مساحتہ

$$\left(r_0 + \frac{r_1}{r_2} \right) \cdot \frac{1}{r_2} = \left(r_0 + r_0 \right) \cdot \frac{1}{r_2} = \frac{r_0}{r_2} = s$$

$$\cdot (z + \bar{z}) \frac{1}{z} = \left[\gamma(z - \frac{1}{z}) - \gamma(\frac{1}{z} - z) - (\gamma z + \frac{\gamma}{z}) + \right]$$

[٨١] يقصد الكاشي هنا أنه إذا كان ضلعاً ذى اليمينين ١٠، ١٧ وكان أحد القطرين ٢١ فإِنَّه ينقسم إلى ١٥، ٦ أما نصف القطر الآخر فيكون ٨.

[٨٢] إذا كان θ . جزء القطر المعروف في «ذى اليمينين» المجاور للضلع α فإن $\theta = \frac{1}{2}$ حيث α الزاوية

التي تقسم هذا القطر نصفين والمقابلة للضلع ١ ، وجيب تمام $\frac{1}{2}$ هو جيب نصف مكملة ١



[٨٣] ارتفاع شبه المنحرف يساوى ارتفاع المثلث الذى يتساوى ضلعاه مع ضلعى شبه المنحرف وتكون قاعدته هى الفرق بين قاعدتى شبه المنحرف .

[٨٤] المطلوب هنا هو المساحة ونلاحظ أن الحديث هنا عن الأشكال الرباعية المشبعة .

[٨٥] نفرض أن \hat{A} ، \hat{B} زاويتين متجاورتين في شكل رباعي مختلف الأضلاع له دائرة داخلية ونفرض أن \hat{C} هو طول ضلع الشكل الرباعي الواصل بين رأس الزاويتين \hat{A} ، \hat{B} .

في المثلث ا ب م حيث م مركز الدائرة الداخلية للشكل الرباعي - تكون الزوايا $\hat{A} = \hat{P}$ ، $\hat{B} = \hat{Q}$ ، $\hat{C} = \hat{R}$

١٨٠ = س - ص وباستخدام قاعدة الجيوب .

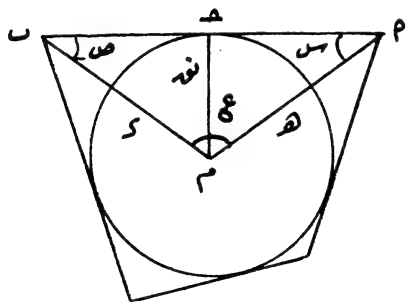
$$\frac{\text{ح}}{\text{حاع}} = \frac{\text{ه}}{\text{حاص}} = \frac{\text{و}}{\text{حاس}}$$

$$\text{حيث } \hat{C}_A = (\hat{C}_S - 180) = (\hat{S} + \hat{C})$$

$$\frac{\text{ح ح س}^1}{(\text{ح س}^1 + \text{ص}^1)} = \frac{\text{ح ح س}^1}{\text{ح ع}^1} = \text{و منه د}$$

$$\frac{\text{ح ح س}}{\text{ح س } + \text{ح س ح}} =$$

ومن جهة أخرى فإنه باسقاط عمود من مركز الدائرة على ح ينقسم المثلث ا م ب إلى مثلثين قائمى الزاوية ويكون



ن = ح ص ، وبالتالي فإن

$$\frac{\frac{\text{ح ح ص}}{\text{ح ص}}}{\frac{\text{ح ص جتا ص} + \text{ح ص جتا ص}}{\text{ح ص}}} = \frac{\frac{\text{ح ح ص}}{\text{ح ص}}}{\text{ح ص جتا ص} + \text{ح ص جتا ص}} = \text{ن}$$

وهي المعادلة التي أوردتها الكاشي

[٨٦] إذا كان ضلع المضلع النوني المنتظم فإن نسبة مساحته س إلى مربع ضلعه ٢١ تكون

$$\frac{\text{س}}{\text{٢١}} = \frac{\text{ن}}{\text{ع}} \text{ ظنا } \frac{١٨٠}{\text{ن}}$$

ونجد أن حساب الكاشي مستخدما النظام الستيني قد وصلت دقته إلى $\frac{١}{٥(٦٠)} = \frac{١}{٦٠}$ ، وفي النظام العشري بلغت

دقة الحساب إلى $\frac{١}{٦١}$.

(٨٧) إذا كان ١ — ضلع المضلع النوني المنتظم ، ر هو نصف قطر الدائرة الداخلة له ، نق هو نصف قطر الدائرة الخارجة له .

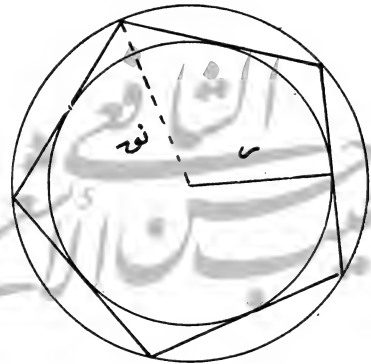
$$\text{فإن ر} = \frac{١}{٢} \text{ ظنا } \frac{١٨٠}{\text{ن}}$$

$$\text{، نق} = \frac{١}{٢} \text{ قتا } \frac{١٨٠}{\text{ن}}$$

$$\text{أى أن ر} = \frac{١}{٢} \text{ جتا } \frac{١٨٠}{\text{ن}}$$

$$\frac{\text{ح ح ص}}{\text{ح ص}}$$

$$\text{، نق} = \frac{١}{٢} \text{ حا } \frac{١٨٠}{\text{ن}}$$



[ملحوظة : مخطوطة ليدن مشوهة في هذا المكان] .

[٨٨] « أرقام ذلك المضلع » هي الأرقام الواردة في جدول تلك النسبة (أى نسبة مساحة ذوات الأضلاع الكثيرة

إلى مربع ضلع واحد من ذلك المضلع) بالأرقام الهندية ، أى أرقام $\frac{\text{ن}}{\text{ع}} \text{ ظنا } \frac{١٨٠}{\text{ن}}$

$$\text{وحيث أن المساحة س} = \frac{\text{ن}}{\text{ع}} \text{ ظنا } \frac{١٨٠}{\text{ن}} \times ٢١$$

$$\text{فان } ٢١ = \frac{\text{س}}{\frac{\text{ن}}{\text{ع}} \text{ ظنا } \frac{١٨٠}{\text{ن}}}$$

$$[٨٩] \text{س} = \frac{٣}{٢} \text{ ظنا } ٣٠^\circ \times ٢١ = \frac{٣}{٢} \sqrt[٣]{٢١} \text{ حيث المساحة س} = \frac{\sqrt[٣]{٢٧}}{٢}$$

$$[٩٠] \text{ س } = \frac{٦}{٣٠} \text{ ر } = ٢ \sqrt{٣} \text{ ر } \text{ حيث س } = \sqrt{١٢} \text{ ر}$$

$$[٩١] \text{ ر } = \frac{١}{٢} \text{ ظنا } = ٣٠ \frac{\sqrt{٣}}{٢} \text{ حيث } ٢ \text{ ر } = \sqrt{٢١} \text{ ر}$$

$$[٩٢] \text{ س } = ٢ \text{ ظنا } = ٣٠ \times ٥٢٢ = ٢١ (٢ \sqrt{٢} + ١) \text{ ر}$$

$$\text{ ر } = \frac{١}{٢} \text{ ظنا } = ٣٠ \times ٥٢٢ = ٢ (٢ \sqrt{٢} + ١) \text{ ر}$$

$$\text{ ولذلك فان } (٢ \text{ ر } - ٢) = ٢١ - ٢ (٢ \sqrt{٢} + ١) \text{ ر } = \text{ س }$$

$$[٩٣] \text{ ر } = \frac{٢}{١ + \sqrt{٢}} = ٢ (٢ - \sqrt{٢}) \text{ ر } = (١ - \sqrt{٢}) \text{ ر } = ٢ - \sqrt{٢} \text{ ر}$$

[٩٤] القوس والوزر والسهم ألفاظ مستخدمة في المخطوطة على نطاق واسع ، وكلمة جيب مأخوذة من الكلمة الهندية جيفا بمعنى وتر وكان المقصود بالجيب ، هو خط الجيب ، أى نصف وتر ضعف الزاوية ولقد استخدم الفلكيون الهنود الأوتار - مثلهم في ذلك مثل فلكيبي الإسكندرية - وعندما توصلوا إلى الجيب فانهم سموه أولا « أرد جيفا » أى نصف الوتر ثم اختصروها إلى جيفا .

أما كلمة Sinus المستخدمة حاليا في أوروبا فهي ترجمة حرفية لكلمة جيب والتي تعنى تجويف أو جراب .

ولقد أخذ الرياضيون العرب تسمية خط « السهم » من الهنود وكذا تسمية جيب التمام .

ولقد ترجم بلاتون الذى اشتغل بترجمة العلوم العربية في عصر النهضة الأوروبية « خط السهم » بنقلوس الجيب Sinvers

ومن الواضح أن $\text{Sin Vers} = ١ - \text{Cos}$

[٩٥] كلمة شلجى مأخوذة من اسم زهرة الشلج ، وكلمة إهليلجى مأخوذة من كلمة إهليلج وهو العدس ، وكانت هذه الكلمات مستخدمة على نطاق واسع في العصور الوسطى للدلالة على الأشكال المكونة من أقواس الدوائر ، ورغم أن كلمة إهليلجى تعنى الآن قطع ناقص والظاهر أن السبب في إطلاق كلمة إهليلجى على القطع الناقص أن القطع الناقص هو دائرة منقوصة ، أما الألفاظ المستخدمة حاليا في أوروبا للدلالة على القطوع المخروطية وهى للقطع الناقص ellipse وللقطع المكافئ Parabola وللقطع الزائد hyperbola فأخوذة مباشرة من الكلمات الإغريقية ὑπερβολή ، ἑλλειψις ، والنسبة التقريبية لطول المحيط إلى قطر الدائرة ط إلى عشرة

[٩٦] قام الكاثرى في « الرسالة المحيطية » بحساب النسبة التقريبية لطول المحيط إلى قطر الدائرة ط إلى عشرة

كسور ستينية أى إلى سبعة عشر علامة عشرية .

$$[٩٧] \text{ حيث أن مساحة الدائرة س } = \text{ ط } (\frac{\text{ط}}{٢}) \text{ فان نق } = \frac{\text{س}}{\text{ط}} \sqrt{\frac{\text{س}}{\text{ط}}}$$

$$\text{ ، } \frac{\text{س}}{\text{ط}} \sqrt{\frac{\text{س}}{\text{ط}}} = \text{ ط } \text{ حيث } \frac{١}{٢٢} = \frac{٧}{٢٢} \text{ ، } \frac{١٤}{١١} = \frac{٤}{٢} \text{ حسب « الحساب المشهور » أما بحساب الكاثرى فان}$$

$$\text{ ط } = ٤٤ \text{ } ^{\circ} ٢٩ \text{ } ^{\circ} ٨ \text{ } ^{\circ} ٣ \text{ ، } \frac{\text{ط}}{٤} = ٢٦ \text{ } ^{\circ} ٧ \text{ } ^{\circ} ١٤٧ \text{ } ^{\circ}$$

$$[٩٨] \text{ هنا ر } = ١١٧ \text{ ، } \frac{\text{ح}}{٢} = ٤١٥٤٩٢٨ \text{ ، س } = ٥١٠٢٦٣٠٨٥٦$$

$$[٩٩] \text{ إذا كان ر } = \text{ نصف قطر القطاع ، ل طول القوس}$$

$$\frac{ل}{٢} = \text{فان مساحة القطاع س}$$

[١٠٠] حيث أن نسبة مساحة القطاع إلى مساحة الدائرة كلها كنسبة زاويته إلى الزاوية ٢ ط ، ولهذا فان مساحة

القطاع الذى زاويته هـ تساوى $\frac{هـ}{٣٦٠}$ ط نق ٢ .

ونحصل على نفس النتيجة إذا قسمنا على ٦ بدلا من ٣٦٠ واعتبرنا النتيجة فى خانة كسر ستبقى أقل من خانة الناتج بخانة واحدة ، ونلاحظ أن الكاشى لا يشير إلى وجوب تنزيل خانة الناتج صفا واحدا ، ذلك أنه كما يبدو كان يهتم بالأرقام الستينية للناتج لحسب .

$$[١٠١] \text{ إذا كانت } ر = ٦٠ \text{ فان } ح = ٢ \text{ ط نق} = ٣٧٦,٨ \text{ وتكون المساحة س} = \frac{هـ}{٢} \text{ نق}$$

[١٠٢] نفرض ان محيط الدائرة = ح وطول نصف القوس = ف فيكون طول نصف القوس معبرا عنه باجزاء من ٣٦٠ جزءاً من المحيط = ل .

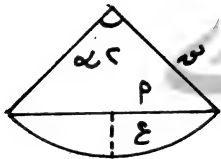
$$ل = ف : \frac{ح}{٣٦٠} = \frac{٣٦٠}{ح} ف$$

$$\text{فإذا كان } نق = ٦٠ \text{ فإن } ح = ٢ ط ٦٠ \times$$

$$\text{ويكون } ل = \frac{٣٦٠}{٦٠ \times ٢} = \frac{٣}{٢} ف$$

$$\text{وتكون } ف = \frac{ل}{٣} \text{ فإذا أخذنا } ط = \frac{٢٢}{٧}$$

$$\text{فإن } ف = \frac{٢٢}{٢١} ل = ل + \frac{ل}{٢١}$$



[١٠٣] إذا كان ع — هو طول السهم ، ١ — طول الوتر و بق هو نصف القطر فإنه حسب نظرية فيثاغورث بالنسبة للمثلث المكون من نصف الوتر والعمود الساقط من مركز الدائرة على منتصف الوتر ونصف القطر المتجه إلى أحد نهايتى الوتر يكون

$$نق ٢ = ٢ \left(\frac{١}{٢} \right) + ٢ (نق - ع)$$

$$\text{ومنه يكون } \frac{١}{٢} = ٢ - ٢ (نق - ع) = ٢ (نق - ع) + ع$$

فإذا كانت نق = ١ فإنه باستخدام النسب المثلثية .

$$\frac{١}{٢} = ٢ - ٢ (نق - ع) = ٢ (نق - ع) + ع$$

$$\text{حيث } ع = \alpha \text{ جتا } ٢ \text{ حيث } \alpha = \text{الزاوية المركزية المرسومة على الوتر}$$

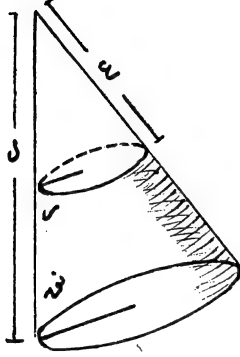
$$\text{حيث سهم } \alpha = \text{Sim Vers } \alpha = ١ - \text{جتا } \alpha$$

$$[١٠٤] س = ٢ ط نق - ٢ ط مر = (نق - مر) \frac{٢ ط نق + ٢ ط مر}{٢}$$

$$[١٠٥] س = \frac{هـ}{٢} نق - \frac{هـ}{٢} مر = (نق - مر) \frac{هـ}{٢} نق + هـ$$

[١٠٦] في هذه المسألة والمسألة التي تليها يستخدم الكاشي الاستكمال الخطي linear interpolation .

[١٠٧] ما يسميه الكاشي بالأسطوانة المضلعة والمخروط المضلع ، يسميان حالياً بالمنشور [وهو عند الكاشي يقتصر على المنشور الذي قاعدته مثلث متساوي الأضلاع] والمهرم .



[١٠٨] إذا رمزنا لنصفي قطري الدائرتين السفلى والعليا من مخروط مقطوع بمستو مواز لقاعدته بالرمزين نق ، مر على التوالي وطول راسي المخروطين اللذين يتكون المخروط للمقطوع من الفرق بينهما بالرمزين فإن مساحة السطح الجانبي للمخروط الناقص $س = ط \text{ نق} - ط \text{ مر} ع$.

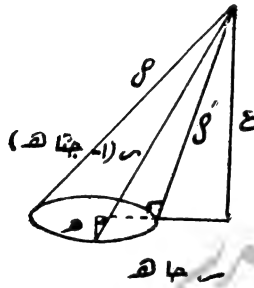
ولكن من التناسب نق : مر = ل : ع .

$$\text{ومنه نق ل} - ط \text{ مر} ع = (نق + مر) (ل - ع) :$$

$$\text{وبالتالي فإن س} = (ط \text{ نق} + ط \text{ مر}) (ل - ع) .$$

[١٠٩] طول الراسم الواصل بين رأس المخروط والنقطة التي يصنع متجه نصف قطرها زاوية ه مع متجه نصف قطر أقصر راسم يساوي :

$$\sqrt{ص \text{ حاه}} + 2(1 + ص) [ص - 1 \text{ جتا ه}] + ع^2 \text{ حيث } ص = \text{نصف قطر القاعدة} ، 1 - \text{مسطح أقصر راسم على مستوى القاعدة} ، ع \text{ لارتفاع المخروط} .$$



ص حاه — « المحفوظ الأول » .

ص (1 - جتا ه) = السهم ه Sine Vers « المحفوظ الثاني »

1 « المحفوظ الثالث »

ص + 1 (1 - جتا ه) « المحفوظ الرابع » .

وباستخدام نظرية جيبوب التمام للمثلث المكون من أطول وأقصر راسمين ل ق ل

$$\text{وقطر القاعدة جتا الزاوية بين القاعدة وأقصر راسم} = \frac{ص^2 - 2ل + 2(ص^2)}{ل(ص^2)}$$

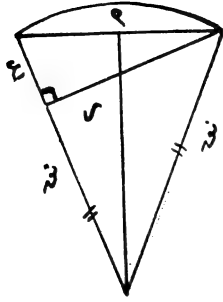
$$\text{ولكن جيب التمام هذا يساوي } \frac{1}{ل} \text{ ومنه فإن} \quad \frac{ص^2 - 2ل - 2ل}{ص^2} = 1$$

$$\left[ص^2 - \frac{(ل - ل)(ل + ل)}{ص^2} \right] \frac{1}{ل} = 1 \quad \text{وفي المخطوط نجد أن}$$

هذا ونلاحظ أن طريقة الكاشي في حساب السطح الجانبي للمخروط المائل هي في الواقع محاولة لإجراء تكامل تقريبي غير أنه نظراً لأن الكاشي أخطأ في حساب مساحة عنصر التكامل - وهي المثلثات الضيقة المحدودة براسمين متقاربين وقوس صغير من دائرة قاعدة المخروط ، ولذا فإن طريقته أدت إلى وقوعه في خطأ رياضي ، يتلخص في أن حاصل ضرب قاعدة الثلث (القوس الصغير) في أحد ضلعي المثلث (أحد الراسمين) يفتقر عن مساحة المثلث نفسها بكمية ولو أنها صغيرة غير أنها من نفس درجة مساحة المثلث .

$$[١١٠] س = (ص^2 ر) ط^2 = 2 ط ر^2 = 2 ط ر \times ر = 2 ط ر + 2 ط ر^2 .$$

[١١١] « السكبة الأولى » هي الوتر $ا$ الواصل بين قمة الطاقة ونقط دائرة قاعدته وضلع المسدس المنتظم الداخل في هذه القاعدة نصف قطر القاعدة $س$.

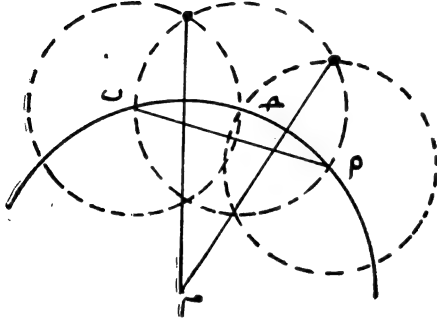


باستخدام نظرية فيثاغورث .

$$\sqrt{ا^2 - س^2} = ع$$

والنسبة $\frac{ا}{س} = \frac{ع}{ا}$ حيث نق نصف قطر الكرة

$$\frac{ا}{س} = \frac{ع}{ا}$$



[١١٢] « الفتح الثاني » هو قطر الدائرة المرسومة على سطح الكرة إذا قيس في مستوى هذه الدائرة ، ومضمون كلام الكاشي هو ما يلي : نفرض أن نهايتي هذا القطر هما النقطتين $ا$ ، $ب$ ومركز الدائرة هو النقطة $ح$ والمعلوم لدينا هو طول المستقيمين $ا$ ، $ب$ ، $ح$ فيرسم النقطتين $ا$ ، $ب$ ويرسم دائرتين حول كل منهما نصف قطر

كل منهما $ا = ب$ ، $ح$ توجد النقطة $ح$ من تقاطع كل من هاتين الدائرتين ، فإذا كان مركز الكرة هو $م$ ، فإنه نظراً لتماثل كل من الدائرتين بالنسبة للخط $م$ ، فإنه يمكن إيجاد النقطة $م$ كنقطة تلاقي الخطين الواصلين بين نقطتي تقاطع كل من الدائرتين مع دائرة إختيارية مركزها النقطة $ح$ (يختار الكاشي نصف قطر هذه الدائرة مساوياً $ا$ ، $ب$ أيضاً) فيكون نصف قطر الكرة هو أى من الأطوال $ا$ ، $ب$ ، $م$ ، $ح$.

[١١٣] إذا كان نق = نصف قطر الكرة ، $ع$ - ارتفاع القطعة فإن مساحة القطعة تكون $س = \frac{ا}{2} \times ع$.

وفي المخطوط $س = ط$ ، $ا$ ، حيث $ا$ - المسافة من قمة القطعة إلى دائرة قاعدتها .

[١١٤] إذا كان $س$ = نصف قطر قاعدة القطعة ، نق = نصف قطر الكرة .

$$ا = ط + ع ، ٢ = ع + \frac{ا}{ع} = \frac{ا + ع}{ع} = \frac{ا + ط + ع}{ع} = \frac{ا + ط}{ع} + ١$$

[١١٥] إذا كان $س$ - نصف قطر الكرة وكانت الزاوية بين الحدين المستويين « للضلع الكرة » تساوى $ا$ ،

ومساحة السطح الجانبي لضلع الكرة تساوى $س$ فإن $س = ٢ \times ا \times س = ٢ \times ا \times س$.

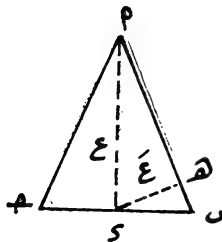
حيث $ا$ - طول قوس الدائرة العظمى الممتد على الزاوية $ا$ (المقابل لها) .

[١١٦] نفرض أن ارتفاع المخروط $ا$ = $ع$ ونصف قطر القاعدة $ب$ = $ر$

والرسم $ا$ = $ل$ والعمود الساقط من $ا$ على الراس $هـ$ = $ع$

فانه من تشابه المثلثات يكون $ع = \frac{ا}{ر}$ ، يكون الحجم $ح = \frac{١}{٣} \times ط \times ر$

$$ح = \frac{١}{٣} \times ط \times ر = \frac{ا}{٣} \times ط \times ر$$



[١١٧] الارتفاع المطلوب $ع$ للمثلث الذي ضلعه الراس الذي طوله $ل$ ، $ر$ نصف قطر القاعدة ، $ع$ (السهم) ويوجده الكاشي كما أوجده في المثال المحلول في الباب الثاني من المقالة الرابعة على الصورة .

$$ع = \sqrt{\left(\frac{(ر - ع)(ر + ع) - ل^2}{2} \right) - ر^2}$$

[١١٨] إذا رمزنا لنصفي قطري دائرتي القاعدة بـ نق ، ر ولارتفاعي المخروطين التام والناقص بـ ع ، ع فإنه من تشابه المثلثات يكون ع : ع = نق : (نق - ر)

$$\frac{ع}{ع - نق} = \frac{نق}{ر}$$

[١١٩] إذا رمزنا لنصفي قطري القاعدتين السفلى والعليا للمخروط بـ نق ، ر ولارتفاع المخروطين التامين الناتج عن فرقهما مخروطنا الناقص بـ ع ، ع ولأطوال الراسين بـ ل ، ل فإن حجم الجزء المخروطي (المهشتر) = حجم المخروط الكبير - حجم المخروط الصغير - حجم المخروط المقلوب الذي قاعدته هي قاعدة المخروط الصغير وارتفاعه يساوي ارتفاع المخروط الناقص

$$ح = \frac{1}{3} ط نو^2 ع - \frac{1}{3} ط مر^2 ع - \frac{1}{3} ط (ع - ع)^2$$

$$= \frac{1}{3} ط ع (نو^2 - مر^2)$$

ولكن باسقاط عمود س على الرأس ، فإنه من تشابه المثلثات يكون

$$\frac{ع}{ل} = \frac{ع}{ل} = \frac{س}{نق} \text{ وبما أن } \frac{ع}{ل} = \frac{ع}{ل} = \frac{س}{نق}$$

$$\text{فان } س ل = ع نق ، س ل = ع ر$$

$$\text{ولذلك فان } ح = \frac{1}{3} ط (نق^2 - ر^2) ع = \frac{1}{3} ط (نق ل - ر ل) س$$

حيث ط (نق ل - ر ل) هي مساحة السطح الجانبي للمخروط الناقص .

[١٢٠] « فضل المعين المجسم » هو الفرق بين زيادة مخروطين لهما نفس القاعدة

السفلى ونفس الراسين ولذا فإنه إذا كان ح_١ ، ح_٢ هما حجما هذين المخروطين ، س_١ ، س_٢ هما سطحاهما الجانبيين ، م هو العمود الساقط من مركز القاعدة السفلى على الرأس فإن حجم « فضل المعين المجسم » .

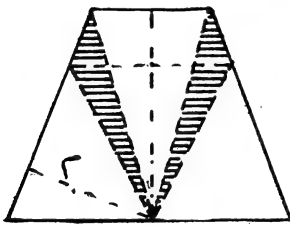
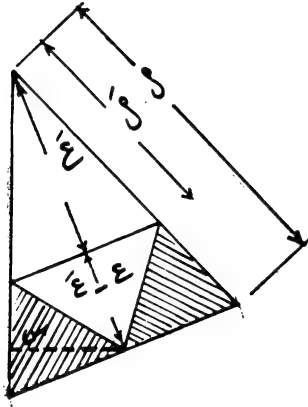
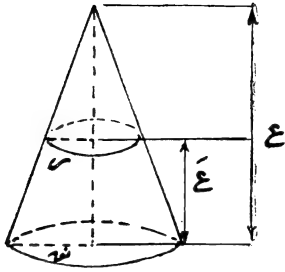
$$ح = ح_2 - ح_1 = \frac{1}{3} ط (س_2 - س_1) م$$

$$[١٢١] ح = \frac{ط}{٦} و ٣$$

$$\frac{١١}{٢١} = \frac{ط}{٦} \text{ حسب « الحساب المشهور »}$$

$$\frac{ط}{٦} = \frac{١٧}{٢٠} = \frac{٢٤}{٢١} = \frac{٢١}{٢٠} \text{ وحسب « حسابنا »}$$

[١٢٢] هذه هي قاعدة أرثيميدس الشهيرة .



[١٢٣] حجم قطعة الكرة ذات نصف القطر r والتي مساحتها الجانبية S يكون $H = \frac{1}{3} S r$.
 [١٢٤] يبحث الكاشي هنا كل الأجسام المنتظمة الخمسة واثنتين من الأجسام شبه المنتظمة الثلاثة عشر والتي أشار إليها أرشميدس وهي :

- ١ — « المخروط المثلث القاعدة » أو الهرم المنتظم الثلاثي (تزايد) .
 - ٢ — « ذو ثماني قواعد مثلثات » الجسم الثماني (أوكتايدر) وله ست رؤوس .
 - ٣ — المكعب وله ثماني رؤوس وست أسطح مربعة .
 - ٤ — « ذو العشرين قاعدة مثلثات متساوية الأضلاع » الجسم العشرين (إيكوسيدر) .
 - ٥ — « ذو الإثني عشر قاعدة مخمسات متساويات الأضلاع والزوايا » وله عشرون رأساً (دوديكيدير) .
 - ٦ — « ذو الأربع عشر قاعدة تكون الثمات منها مثلثات متساويات الأضلاع والست الباقية فيه مربعات أضلاعها أضلاع للمثلث » وبه ستة عشر رأساً (كيوياكتيدر) .
 - ٧ — « ذو الإثني عشر وثلاثين قاعدة تكون عشرون منها مثلثات منتظمة وإثنا عشر منها مخمسات أضلاعها اضلاع ذلك المثلثات » وله ثلاثون رأساً (إيكوسيدوديكايدير) .
- هذا والجسمين الآخرين — نصف المنتظمين — يمكن إعتبار الأول منهما كمكعب قطعت رؤوسه بمثلثات متساوية أو كأوكتيدير قصت رؤوسه بمربعات منتظمة . ، أما الجسم الأخير فهو دوديكيدير قطعت رؤوسه بمثلثات منتظمة أو إيكيدودر قطعت رؤوسه بمخمسات منتظمة .

[١٢٥] إذا كان r — نصف قطر الكرة الخارجية — فإن ضلع الهرم الثلاثي $= \frac{2}{3} \sqrt{3} r$ وارتفاع أحد سطوحه $= \frac{2}{3} \sqrt{3} r$ ومساحة أحد سطوحه $= \frac{2}{3} \sqrt{3} r^2$ وحجم الهرم $= \frac{1}{3} \sqrt{3} r^3$

$$\text{وفي النص ضلع الهرم} = \frac{2}{3} \sqrt{3} r^2 \text{ ، وارتفاع السطح} = \frac{2}{3} \sqrt{3} r^2$$

$$\text{وحجم الهرم} = \frac{1}{3} \sqrt{3} r^3 = \frac{1}{3} \sqrt{3} r^2 \times r = \frac{1}{3} \sqrt{3} r^3$$

$$[١٢٦] \frac{1}{3} \sqrt{3} r^3 = 0.8164966 = \frac{1}{3} \sqrt{3} r^3$$

$$\frac{1}{3} \sqrt{3} r^3 = 0.70710678 = \frac{1}{3} \sqrt{3} r^3$$

[١٢٧] إذا كان r — نصف قطر الكرة الخارجية فإن ضلع الثماني يكون r وارتفاع أحد سطوحه يكون $\frac{1}{2} \sqrt{2} r$ ومساحة أحد أسطحه $= \frac{1}{2} \sqrt{2} r^2$ وحجمه $= \frac{1}{3} \sqrt{2} r^3$ والحجم في النص هو r . $r \times \frac{1}{2} \sqrt{2} r$ أو $(r^2) \times \frac{1}{2} \sqrt{2} r$

$$[١٢٨] r^2 = \frac{1}{2} \sqrt{2} r^2 = 0.70710678 = \frac{1}{2} \sqrt{2} r^2$$

[١٢٩] إذا كان r — نصف قطر الكرة الخارجية فإن ضلع المكعب $= r$ وفي النص على الصورة $\frac{1}{3} \sqrt{3} r^2$ ويكون حجم المكعب هو مكعب ضلعه .

$$[١٣٠] \frac{1}{3} \sqrt{3} r^2 = 0.5773503 = \frac{1}{3} \sqrt{3} r^2$$

[١٣١] إذا كان r — نصف قطر الكرة الخارجية فإن ضلع العشرين .

$$= \frac{1}{3} \sqrt{3} r^2 = (0.57 - 0.5) r^2 \text{ وفي النص}$$

$$\sqrt{5\sqrt{10} - 50\sqrt{2}} = \sqrt{2(2)^{\frac{1}{2}} + 2(2)^{\frac{1}{2}}\sqrt{2} - 20}$$

$$[132] \quad 0.10 \quad 32 \quad 3 \quad 1713 \quad 94 = (\sqrt{5} - 5)10\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$[133] \quad 31 \quad 32 \quad 37 \quad 17 \quad 54 \quad 13 = (\sqrt{5} - 5)10\sqrt{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$[134] \quad \text{نصف قطر الكرة الداخلية في العشرين} = \sqrt{5} - 1 \quad \sqrt{2} = (\sqrt{5} - 5) \times \frac{1}{2}$$

$$[135] \quad 23 \quad 50 \quad 22 \quad 1741 \quad 26 = (\sqrt{5} - 5) \times \frac{1}{2} - 1 \quad \sqrt{2} \times \frac{1}{2}$$

[136] إذا كان نصف قطر الكرة الخارجية - ر فإن ضلع الإثني عشرى = $\frac{1}{2}(\sqrt{3} - \sqrt{5})$ وفي النص على الصورة .

$$(\frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt{5}) \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{2} = 2(2)^{\frac{1}{2}} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{2} - 2(2)^{\frac{1}{2}} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 5\sqrt{2}$$

$$[137] \quad 0.21 \quad 24 \quad 33 \quad 1734 \quad 17 = 0.3068221 = (\sqrt{3} - \sqrt{5}) \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$[138] \quad \text{إذا كان } 1 = \frac{1}{2}(\sqrt{3} - \sqrt{5}) \text{ فإن } 13 = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2 - 10} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}(\sqrt{3} + \sqrt{5})$$

$$\text{وفي النص } 3 \text{ ر } = \sqrt{3} - 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 1$$

$$[139] \quad \text{الرقم } 0.10 \quad 33 \quad 23 \quad 1745 \quad 58 \quad 0. \text{ يساوي نصف نسبة العمود الساقط من مركز الجسم ذي}$$

الأربعة عشر سطحاً شبه المنتظم إلى مركز السطح المربع : إلى قطر الكرة الخارجية

$$\text{والرقم } 0.16 \quad 19 \quad 7 \quad 1745 \quad 13 \quad 0. \text{ يساوي ثلثي نسبة العمود الساقط من مركز الجسم على السطح}$$

المثلث : إلى قطر الكرة الخارجية .

$$[140] \quad \text{إذا كان } 1 = \frac{1}{2}(\sqrt{3} - \sqrt{5}) \text{ فإن ضلع ذو الإثني والثلاثين سطحاً} = \frac{1}{4}(1 - \sqrt{5})$$

$$\text{وفي النص على الصورة} \quad \frac{2(2)^{\frac{1}{2}}}{16} \sqrt{5} - 5 \times \frac{2(2)^{\frac{1}{2}}}{16} \sqrt{2}$$

$$[141] \quad \text{الرقم } 0.30 \quad 23 \quad 1721 \quad 50 \quad 8 \quad 0. \text{ هو ثلث نسبة العمود الساقط من مركز ذي الإثني وثلاثين سطحاً}$$

إلى مركز سطحه الخمس : قطر الكرة الخارجية والرقم $0.10 \quad 20 \quad 1712 \quad 18 \quad 9 \quad 0. \text{ هو ثلث نسبة العمود من}$

مركز الجسم إلى مركز سطحه المثلث إلى قطر الكرة الخارجية .

$$[142] \quad \text{إذا كان } 1 = \frac{1}{2}(\sqrt{3} - \sqrt{5}) \text{ فإن } 1 = \frac{1}{4}(1 + \sqrt{5})$$

$$\text{وفي النص } 1 = \frac{1}{4}\sqrt{2} - \frac{1}{4}\sqrt{2} + 1$$

[143] عندما يتحدث الكاشي قائلا « فاستخرجتها من الأصول » فهو يقصد « أصول » إقليدس التي تحتوي في جزئها

الثالث عشر على القواعد الكلاسيكية التي وضعها قدماء الإغريق عن المجسمات المنتظمة عن تطور نظرية المجسمات المنتظمة

وشبه المنتظمة انظر

— د. موردوخاى ، بليتوفسكى ، فيسيلوفسكى — باللغة الروسية .

تعليق على الترجمة الروسية « لأصول » إقليدس الأجزاء ١١ — ١٥ موسكو — ليننجراد ١٩٥٠ .

[١٤٤] « الفوائد البهية في القواعد الحسابية » — هى رسالة رياضية للعالم الذى عاش فى بغداد فى القرن الثالث عشر الميلادى عماد الدين الخوام وتوجد مخطوطتها فى مكتبة برلين الحكومية (تحت رقم ١١٢٩ We) أنظر كتاب Handschriften der Kgl Bibliothek zu Berlin الجزء الخامس Ahlwarbt W. Verzeichnis der arabischen برلين ١٨٩٣ ص ٣٣٤ .

[١٤٥] ميزان الحكمة « هى مؤلف لعالم القرن الثانى عشر ، تلميذ عمر الحيام أبو الفتح عبد الرحمن منصور الخازنى ، وقد كتب « ميزان الحكمة سنة ١١٢٦ ميلادية وتوجد نسخة من هذه المخطوطة فى مكتبة ليننجراد العامة (مجموعة خايكوف رقم ١١٧) . كما توجد نسخة أخرى من هذه الرسالة فى الهند ، وقد نشرتها مطبعة دائرة المعارف حيدر آباد ١٩٤٠ Abdur Rahman al Khazimi Mizanul - Hikmat

ولقد ضمن الخازنى مؤلفه هذا الكثير مما جاء فى مؤلف عمر الحيام عن فن تحديد كمية الذهب والفضة فى جسم مركب منهما .

أنظر التفاصيل فى — رسالة الحيام الرياضية — باللغة الروسية .

أبحاث فى تاريخ الرياضة الجزء السادس .

موسكو ١٩٥٣ ص ١٦٨ — ١٧٠ .

[١٤٦] كمال الدين حسن الفارمى — عالم إیرانى عاش فى أواخر القرن الثالث عشر وأوائل القرن الرابع عشر ، وله مؤلفات علق فيها على « الفوائد البهية فى القواعد الحسابية » وكذلك على « الضوء » الذى ألفه العالم المصرى العبقري مؤسس هذا العلم الحسن بن الهيثم الذى عاش فى القرن الحادى عشر الميلادى .

[١٤٧] المتقال = ٤,٦٨ جم ، والأوقية ٣٧,٤٤ جم .

والرطل = ٤٤٩,٢٨ جم .

[١٤٨] هذا الباب المعارى من « مفتاح الحساب » له أهمية بالغة لا من وجهة نظر تاريخ الرياضة فحسب وإنما من ناحية تاريخ الهندسة المعمارية . فيحتوى هذا الباب على شرح لطرق إنشاء وقياس الأشكال المعمارية التى انتشرت فى ذلك العصر إنتشاراً واسعاً فى العمارة الإسلامية بالشرقين الأقصى والأدنى ، مثل العقود المدببة والقباب وغيرها . هذا ولقد إنتقلت القباب والعقود والأقنية ثم ما لبثت أن شاعت فى العمارة الغربية بعد ذلك ، أما المقرنصات فقد بقيت طابعاً مميزاً للتفاصيل المعمارية فى العصور الوسطى فى الشرق ؛ ولا زالت تستخدم حتى وقتنا هذا .

والمقرنصة هى مجموعة من البروزات مرتبة فى عدة صفوف متتالية على شكل منشورات كثيرة الأوجه ذات حدود مسطحة أو منحنية ومن تركيب هذه المنشورات والخلايا يتكون شكل فى رائع يتكسر عليه الضوء والظل مما ينتج عنه شكل بديع . ولقد كانت المقرنصات فى أول الأمر عبارة عن حل لإنشائى للانتقال التدريجى من شكل دى قاعدة مربعة إلى شكل مستديره إستدارة القبة التى تغطيه ، ولهذا الغرض استخدمت صفوف الطوب التى كانت توضع بارزة صفاً عن صف فى أركان المبنى بحيث يرتكز بعضها فوق بعض ، ثم أصبحت المقرنصات بالتدريج عبارة عن أسلوب جمالى لملء الفراغ الداخلى ولتجميل المشربيات ، وللمقرنصات تراكيب ذات تنوع هائل من الأشكال الفنية ويوضح الشكل المبين مقرنصة وظيقتها تجميل الانتقال التدريجى من جذع المثانة إلى شرفتها التى يقف عليها المؤذن ، وهذا الشكل منقول من مثدنة جامع مدرسة أولوغبيك فى سمرقند ، ونلاحظ أن هذا النوع من المقرنصات قريب الشبه بالمقرنصات العديدة المنتشرة فى مساجد مصر .

إن أهمية هذا الباب من « مفتاح الحساب » بالنسبة إلى تاريخ العمارة ترجع إلى أنه بالنسبة للعلوم المعمارية لم يعرف إلا أقل من القليل عن عملية التصميم التى كانت تسبق إقامة المنشآت المعمارية التى بنيت فى القرون الوسطى ولا زالت قائمة

302

3.人

مساحة المثلث $أ ح ز$ (حيث $ز$ نقطة تقاطع $ا م$ مع $ح ف$) تساوى نصف حاصل ضرب مربع الضلع $ا ح$ في ظل الزاوية $أ ح ط$ ، ومساحة المثلث $ط م ز$ تساوى نصف حاصل ضرب مربع الضلع $ط م$ في ظل نفس الزاوية ، ومساحة المثلث $ا ح و$ = نصف مربع الضلع $ا ح$ ومساحة الشكل $ط م و$ تساوى مساحة القطاع مطروحا منه مساحة المثلثين $ط م ز$ ، و $ح ز$ علما بأن مساحة المثلث الأخير تساوى الفرق بين مساحة المثلثين $ا ح و$ ، $ا ح ز$.

ونكون مساحة العقد كله = ضعف مساحة الشكل $ط م و$.

[١٥٢] بحسب الكاشي هنا مساحة واجهة العقد التى يساوى نصفها مجموع القطاع الخلفى $ط و$ كل زائد الشكل $ك و$ والشكل $ح ل ط$ ونلاحظ أن الكاشي عندما يحسب طول القوس $ن ط$ الذى يساوى حاصل ضرب نصف قطره

$ح و$ في زاويته المركبة $ط ح ن$ (بالتقدير الدائرية) أى مقدرة بالدرجات ومقسومة على ٣٦٠ ومضروبة في $٢ ط$ [تساوى $\frac{\text{المحيط}}{\text{القطر}}$] فان الكاشي بدلا من الضرب في $٢ ط$ والقسمة على ٣٦٠ يضرب في $ط$ ويقسم على ٣ دون أن يذكر أن النتيجة على هذه الصورة تكون في حالة ستينية أقل بدرجة واحدة ، وهنا ايضا بدلا من كلمة تقسم بحر العقد على $ح و$ نجد جملة : نقسم مربع $و ك$ نصفين ($و ك$ هو سمك العقد) ونضيف جذر هذه الكمية إلى بحر العقد ونقسم المجموع على $ح و$ وهذا الخطأ موجود في النسخ الثلاث المشار إليها في (١) .

وبستين هذا الخطأ من أن الزاوية $ط ح و$ هي الفرق بين الزاويتين $ح ا$ التى جيبها $\frac{ا}{ح و}$ والزاوية $ط ح ا$ التى جيبها $\frac{ا}{ح ط}$.

[١٥٣] يقصد الكاشي بقوله « وهذا ما وعدنا » قوله في ص ٧٥ من المخطوطة « وجعلنا $س ح ن$ ع مستقيما لا مستديرا لفائدة سنذكرها » يقصد فيها بعد .

[١٥٤] يحصل الكاشي على مساحة سطح القبة وحججها باستخدام التكامل التقريبي مقسما القبة إلى طبقات $ب-ك$ يمكن اعتبارها بالتقريب مخروطات دائرية كاملة أو ناقصة .

[١٥٥] « الجبر والمقابلة » لفظين كانا اول الأمر يعنيان عمليتين جبريتين هما نقل الكميات المطروحة (أى السالبة) من أحد طرفي المعادلة إلى طرفها الآخر وذلك باضافة أو طرح كميتين متساويتين إلى طرفي المعادلة . وهذه العمالية نجدها في الكتاب الصغير « الجبر والمقابلة » لمحمد الخوارزمي ، ثم أصبح هذين اللفظين في النهاية اسما يطلق على علم قائم بذاته ابتداء من كتاب عمر الخيام في « إثبات مسائل الجبر والمقابلة » ثم أصبحت كلمة الجبر هي اللفظ العلمى الذى يعبر عن علم الجبر في جميع اللغات العالمية .

[١٥٦] « الدينار » هو عملة ذهبية وأصل الاسم ينحدر من العصر الرومانى حيث كان « الدينار » هو العملة المستخدمة لدى قدماء الرومان .

أما « الدرهم » فهو عملة فضية ينحدر اسمها من العملة الإغريقية القديمة « دراخما » .
المراد ان :

$$[١٥٧] [٢٥٠ س + ١٠٠ - ١٠ س - ٣] + [٣ س + ٣ س + ٢ س + ٦ س - \frac{٤}{٢ س} - ٥]$$

$$\text{تساوى} = ٨ س + ٩٥ - \frac{١}{٢ س} - ٤ س .$$

$$[١٥٨] (٣ س - ٢ س + ٢ س + ٢ س - ٥ + \frac{١}{س}) (٣ س + ٣ س + ٢ س - ٤ س) .$$

$$= (٦ س + ٥ س - ٤ س + ٦ س + ٣ س + ١١ س - ٢ س - ١٥ س - ١٩ س + \frac{١}{س})$$

[١٥٩] حسب رموزنا الحديثة .

$$\sqrt{2٥س٤ + ٢٠س٣ + ٤س٢} = ٥س٢ + ٢س٤ .$$

ويعتمد الكاشي في هذا المثال وفي أمثلة أخرى تالية على تحليل مربع كمية مرتبة بترتيب تصاعد الأسس أو تنازلاً .
[١٦٠] « المسائل الست الجبرية » هي المسائل التي ورد حلها في « الكتاب المختصر في حساب الجبر والمقابلة »
للخوارزمي الذي قام فردريك روزن بترجمته إلى الإنجليزية في سنة ١٨٣١ رغم إحتواء الترجمة على عدد من الأخطاء .

أنظر She algebra of Mohommed ben Musa , ecited and translated by Frednic Rosen- London 1821 .
وتوجد ترجمة لاتينية لهذا الكتاب يرجح أن تأريخها يرجع إلى القرن الثاني عشر الميلادي وقد قام ليبري بنشرها
في سنة ١٨٣٨ .

أنظر G. Libri , Histoire des Science mathematiques - In Italie Paris 1838 P. 1'

الجزء الأول .

كما أنه توجد ترجمة لاتينية أخرى لكتاب الخوارزمي المذكور قام بها روبرت أوف شوستر في القرن الثاني عشر
الميلادي أيضاً وقد نشرت هذه الترجمة في نيويورك سنة ١٩١٥ وأعيد طبعها في سنة ١٩٣١ .

أنظر L. Ch. KarPinski Robert of Ghesters Latin translattn of the Algebra of Al-Khowaizmi -
New York 1615 L. Ch. Karpinski F. G. Winter
وكذلك Contributions to the history of Sciences Ann haibor 1931.

أما عن شرف الدين المسعودي فهو رياضي عاش في نهاية القرن الثاني عشر وبداية القرن الثالث عشر في بلدة طوس
- خراسان - ويعتبر واحداً من معلمي نصير الدين الطوس الرياضي الشهير .
أما المعادلات التكميلية التسعة فهي :

$$\begin{aligned} ١ &= ٣س٤ \\ ١ &= ٣س٤ + ٢س٤ \\ ١ &= ٣س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ \\ ١ &= ٣س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ \\ ١ &= ٣س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ \\ ١ &= ٣س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ \\ ١ &= ٣س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ \\ ١ &= ٣س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ \\ ١ &= ٣س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ \\ ١ &= ٣س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ + ٢س٤ \end{aligned}$$

$$و سه^3 + ح سه^2 + ب سه = ١$$

$$و سه^3 + ١ = ح سه^2 + ب سه$$

$$و سه^3 + ب سه = ح سه^2 + ١$$

$$و سه^3 + ح سه^2 = ب سه + ١$$

وقد قام عمر الخيام في رسالته في إثبات مسائل الجبر والمقابلة - بتصنيف هذه المعادلات ثم أورد طرق حلها باستخدام الحل البياني وذلك بتقاطع الدوائر والقطع الزائد القائم أو القطع المسكافي كما أشار إلى إمكانية حل بعض هذه المسائل ، أو إلى تعدد جذور هذه المعادلات وقد أورد كل ذلك بدقة وتفصيل بالفن وحيث أنه من المعلوم أن الطوسي كان على دراية بأعمال الخيام الرياضية بل إنه في بعض الأحيان أخذ أفكاره وطورها ، فمن الممكن أن تكون رسالة المسعودي التي أشار إليها كمال الدين الفارسي هي عبارة عن تلخيص للنتائج التي توصل إليها الخيام في أبحاثه الجبرية دون أن يذكر اسم الخيام - ومن المحتمل أن يكون المسعودي هو نفسه حلقة الاتصال بين الخيام والطوسي .

هذا ونلاحظ هنا أن الكاشي - وكذلك من سبقوه - يماثلون الجذور الموجبة للمعادلات ، وبالتالي فإنه لا يذكر إلا المعادلات الجبرية ذات الجذور الموجبة .

[١٦١] هي خمسة وستون معادلة وليست سبعون - ذلك أن الرقم الذي يذكره الكاشي لعدد هذه المعادلات لا يتفق وعددها الحقيقي . وهذا يدل على الأرجح على أن الكاشي لم تتح له الفرصة لإستكمال تصنيف وترتيب طرق حل هذا النوع من معادلات الدرجة الرابعة ولقد كان من الممكن - وهذا هو الأرجح - أن تكون طريقة الكاشي لحل هذه المعادلات هي طريقة تقاطع القطوع المخروطية مثلما فعل عمر الخيام في حل المعادلات من الدرجة الثالثة .

وهذه المعادلات هي :

$$ه سه^4 = ١$$

$$ه سه^4 = ب سه$$

$$ه سه^4 = ح سه^2$$

$$ه سه^4 = و سه^3$$

$$ه سه^4 = ب سه + ١$$

$$ه سه^4 = ح سه^2 + ١$$

$$ه سه^4 = و سه^3 + ١$$

$$ه سه^4 = ح سه^2 + ب سه$$

$$ه سه^4 = و سه^3 + ب سه$$

$$ه سه^4 = و سه^3 + ح سه^2$$

$$ه سه^4 = ١ + ب سه$$

$$ه سه^4 = ١ + ح سه^2$$

$$ه سه^4 = ١ + و سه^3$$

$$ه سه^4 = ب سه + ١$$

$$ه سه^4 = ب سه + ح سه^2$$

$$ه سه^4 = ب سه + و سه^3$$

$$1 = s^2 + s^4$$

$$h \text{ سره}^4 + \text{ح سره}^2 = \text{و سره}$$

$$H_{S^3} = H_{S^2} + H_{S^1}$$

$$h_{\text{سر}^4} + w_{\text{سر}^3} = 1$$

$$سہ ۲ = سہ ۳ + سہ ۴$$

$$سہ^۲ = سہ^۳ + سہ^۴$$

$$س^۴ = س^۲ + س + ۱$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1 + 2s + 3s^2 = s^4$$

$$هـ س^۴ = و س^۳ + ح س^۲ + ۵ س$$

$$٢ \text{ سره} = ١ + ٢ \text{ سره} + ٤ \text{ سره}$$

$$س^۳ = س^۲ + س + ۱$$

$$H_s = 1 + H_s^2 + H_s^3$$

$$ه س^۱ + ح س^۲ + و س^۳ = ۱$$

$$h_{\text{سم}} = 1 + 3h_{\text{سم}} + 4h_{\text{سم}}$$

$$هـ س^۴ + و س^۳ + ۱ = ح س^۲$$

$$H = H^1 + H^2 + H^3$$

$$h_{s^3} = h_{s^2} + h_{s^1}$$

$$h = s^1 + s^2 + s^3 + s^4 + \dots$$

$$\text{ه سر}^4 + \text{و سر}^3 + \text{س سر} = \text{ح سر}^2$$

$$1 = s^2 + s^3 + s^4$$

$$H_s = H_s^1 + H_s^2 + H_s^3$$

$$هـ س^۱ + ۱ = ح س^۲ + ۲ س$$

$$هـ س ر^4 + ۱ = و س ر^3 + ۲ س ر$$

$$هـ س^4 + ۱ = و س^3 + ح س^2$$

$$h = s^1 + s + s^2 = 1 + s + s^2$$

$$هـ سه^4 + و سه = و سه^3 + ۱$$

$$ه س^1 + و س^2 = ح س^2 + ح س^2$$

$$1 + 2 = 3$$

$$1 + 2s = 2s + 3s$$

$$ه\text{سه}^4 + ح\text{سه}^2 = و\text{سه}^3 + ب\text{سه}$$

والتي تحتوي على كسور وذلك في المسائل التي يمكن وضعها على صورة معادلة من قبيل

$$ح = س \left(\frac{١}{١} + \frac{٢}{٢} + \frac{٣}{٣} + \dots + \frac{١٠}{١٠} \right)$$

وبأخذ س مضاعفا مشتركا للقمامات جميعها ، فإن استخدام هذه الطريقة تسهل الحساب كثيرا ، ونلاحظ أن هذه الطريقة كانت تستخدم كثيرا في أوراق البردى المصرية القديمة .

وبعد ذلك نجد أنه في المخطوطات الهندية القديمة كانت تستخدم هذه الطريقة في المسائل من نوع .

$$١٣٢ = س + ٢س + ٣(٢س) + ٤[٣(٢س)]$$

وفي هذه الحالة تؤخذ س مساوية للواحد الصحيح .

$$فتكون ح = ٣٣ ومنها س = \frac{١٣٢}{٣٣} = ٤$$

(ملحوظة هذه المسألة مكتوبة بالرموز الجبرية الحديثة ، أما في الأصل فكانت مكتوبة في صورة لفظية) ومما لاشك فيه أنه عند عدم وجود أى رموز بحيث توجد علامة للكمية المجهولة ، فإن استخدام هذه الطريقة الميكانيكية (أى الآلية) يعتبر شيئا طبيعيا .

أما قاعدة الخطأين فكانت تستخدم في المسائل التي تعبر عنها معادلة لفظية يمكن كتابتها بالرموز الجبرية على النحو التالي :

$$١س + ح = ح$$

$$قبوض س = س١ فان ١س + ح = ح١$$

$$وبوض س = س٢ فان ١س + ح = ح٢$$

وعليه يكون الخطأين هما .

$$ح - ح١ = س١ - س٢ \quad \text{و} \quad ح - ح٢ = س٢ - س٣ \quad \text{على التناظر .}$$

$$\text{وتكون قيمة س} = \frac{س١س٢ - س٢س٣}{س١ - س٢}$$

وأول مخطوط قديم احتوى على طريقة الخطأين هو كتاب « الرياض في تسعة أجزاء » الصيني ، وبعد ذلك تظهر هذه الطريقة مرة أخرى في الرياض الإسلامية (العربية) ، ثم ينتقل استخدام هذه الطريقة بعد أن طورها الرياضيون العرب إلى رياضة أوروبا في عصر النهضة وما بعده ، وظلت هذه الطريقة تستخدم كقاعدة أساسية في جميع الكتب التعليمية الأوروبية حتى نهاية القرن الثامن عشر ، وفي بعض الأحيان نجدها حتى في كتب القرن التاسع عشر ، ويرجع شيوع هذه الطريقة على نطاق واسع إلى أنها مهيأة إلا الجوريم — منهج — حسابي بسيط لحل أى معادلة خطية ذات مجهول واحد ، دون حاجة إلى تحليل حسابي ودون حاجة أيضاً إلى استخدام الرموز الجبرية والتي لم تظهر إلا في وقت متأخر وتدرجياً ابتداءً من القرن السادس عشر ولم تدخل في برامج المدارس المتوسطة إلا في القرن التاسع عشر ومن ثم انتفت الحاجة إلى قاعدة الخطأين وألغيت من مناهج مقررات الحساب ، ومن الشيق أن نعرف أنه من السهل استخدام قاعدة الخطأين في المسائل الأكثر تعقيداً والمشتلة على مجموعة من المعادلات الخطية في أكثر من مجهول .

ولقد استخدمت هذه الطريقة في « الرياض في تسعة أجزاء » في حل المعادلات ذات المجهولين .

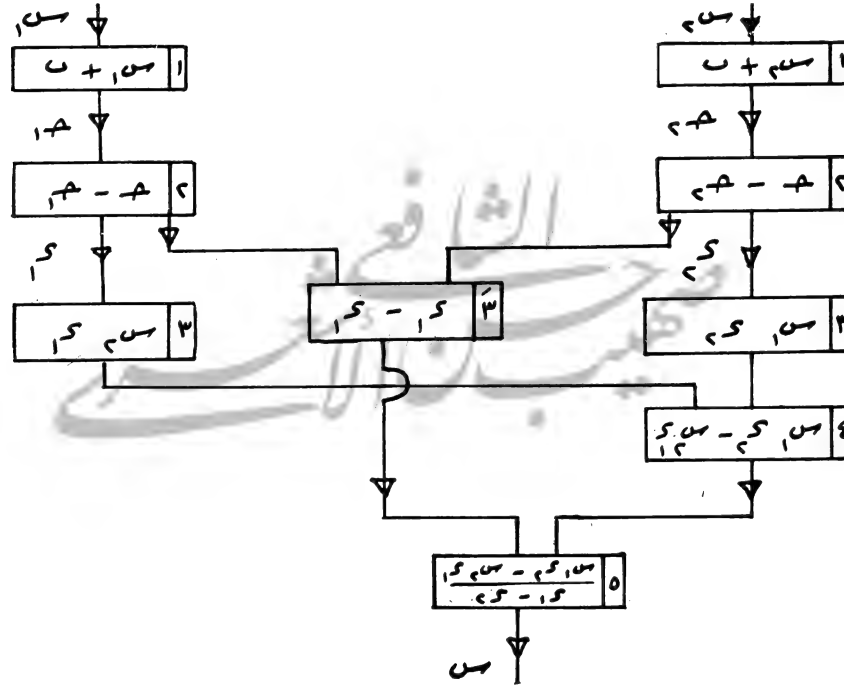
أما في كتب الحساب الأوروبية - في القرن التاسع عشر - فكانت هذه الطريقة تستخدم في حل للمعادلات ذات المجهولين والثلاثة والأربعة .

أنظر كتاب - بينين ، تطور العلوم والمعارف الفيزيائية الرياضية ،

في الروسية - باللغة الروسية - الطبعة الأولى - موسكو ١٨٨٦ ص ٩٨ - ١٠٤ وما قاعدة الخطأين للمسائل الخطية في مضمونها إلا صورة من صور الاستكمال الخطي linear InterPolation ، للحصول على قيمة دقيقة لكمية مجهولة وذلك باستخدام قيمتين تقريبيتين له .

وترى هذا الاستكمال الخطي يستخدم منذ القدم للحصول على قيم النسب المثلثية باستخدام القيمتين المجاورتين لها في الجداول الرياضية ، هذا وما زال الاستكمال الخطي إلى وقتنا هذا يحتفظ بمكانته في الرياضيات الحديثة ويدرس كموضوع هام ورئيسي في الطرق العددية للنحليل الرياضي والاحصاء Statistics وغيرها من فروع الرياضيات العليا .

كما أن قاعدة الخطأين تعتبر أحد الأسس الذي بنى عليه التكنيك الإبتدائي لعمية وضع البرنامج الرياضي Math. Program المستخدم في حل المسائل الرياضية على الآلات الحاسبة الرقمية Digitae Computers ويوضح الشكل المرافق صورة مبسطة للبرنامج الرياضي الذي تستخدمه الآلة الحاسبة في حل معادلة على الصورة $ax + b = c$ وهو ما يعرف رياضياً باسم الشكل الكنتلي للمسألة Block digram



شكل مبسط يبين الشكل الكنتلي لإيجاد قيمة س باستخدام قاعدة الخطأين $\frac{س_٢ - س_١}{س_٢ - س_١} = س$

والفرق الأسامي بين الصباغة التي يسوق بها الكاشي قاعدة الخطأين وبين الصورة الحديثة لها يمكن في أنه يفرو بين حالتين تكون في إحداها ، ح١ ، ح٢ كلاهما أكبر أو أصغر من ح وفي الأخرى تكون ح محصورة بين قيمتي ح١ ، ح٢ ، وهذه التفرقة بين هاتين الحالتين ترجع إلى أن الكاشي لا يستخدم في حساباته إلا الأعداد الموجبة ففي الحالة الأولى يقسم الكاشي فرق المضروبين على فرق الخطأين ، أما في الحالة الثانية فيقسم مجموع المضروبين على مجموع الخطأين ، هذا وقد ظلت هذه التفرقة بين الحالتين المشار إليهما (التي هما في واقع الأمر حالة واحدة) شائعة في كتب الحساب فيما بعد .

[١٦٥] يجب أن نلفت النظر في إعجاب إلى إشارة الكاشي الدقيقة إلى أن قاعدة الخطأين صحيحة في المسائل الخطية فقط.

[١٦٦] بالرموز الحديثة : $\overline{U}V^n = \overline{U}V^n \overline{U}V^n$

[١٦٧] المقصود هو أن $\overline{u} \cdot \overline{v} = \overline{u} \cdot \overline{v}$ و $\overline{u} \cdot \overline{v} = \overline{u} \cdot \overline{v}$

[۱۶۸] أي ان

[١٦٩] المقصود هنا معادلتين

$(s) \equiv (s)$

حيث k (س)، y (س) دالتان کثرتا الحدود يمكن تحويلهما إلى الصورة $s^n = t^n + 1$ فتكون $s = \frac{1}{t}$

وبعد ذلك نوجد \sqrt{y} و (س)

وهناك طريقة أقدم يتكلم عنها الكاثر ، هي طريقة استخراج الجذر التربيعي من الدالة كثيرة الحدود (ص ٨٤ من أصل المخطوطة) .

[١٧٠] إذا كانت المتوالية العددية التي بها n من الحدود وأسماها y على الصورة $a_1 + \dots + a_n$ فإن $a_n = a_1 + (n-1)d$ يكون هو الحد العام

ويكون مجموعها $\frac{n}{2} = 2$ (1 + 1)

هذا وقد عرف قدماء المصريين ورياضيو بابل طريقة تحديد قيمة الحد التوافقي وكذلك مجموع المتوالية العددية بمعرفة $1, 2, 3, \dots, n$ دون اللجوء إلى طريقة الجمع المباشر ، وكان ذلك في القرن الثامن عشر قبل الميلاد ، وهذا ولقد توصل الإغريق والهنود في نفس الوقت حوالي القرن الثالث قبل الميلاد إلى ذلك .

Cantor M. Volesungen über Geschichte der
Mathematik Aol 1906.

Singh A. N. On the use of series in Hindu mathematics Osiris 1 1936

نظر

لیہیزج

نظر كذلك

[١٧١] هذه القاعدة تعطي مجموع سلسلة على الصورة

$$1 + s(1 - u) + 1 - u = u, \dots, 1 + s^2 + u = u, 1 + s + u = u, 1 = u$$

والمجموع هذه السلسلة هو

$$\left[\frac{s(1-u)}{3} + 1 \right] \frac{(1+u)u}{2} = \gamma$$

هو مجموع الأعداد الطبيعية ١، ٢، ٣، ... ن بترتيبها الطبيعي

والأعداد التي يعالجها الكاشي هنا كان اسمها لدي علماء الإغريق : فالعدد النوني للمضلع الرائي ايه هو مجموع المتوالية .

$$[(\tau - \sigma)(1 - \omega) + 1] + \dots + [(\tau - \sigma)\tau + 1] + [(\tau - \sigma) + 1] + 1$$

$$[(r-s)(1-s)+r] \frac{s}{r} =$$

أنظر مقالة سنج Sing A.N المذكورة في الفقرة التي سبقت .
وفي القرن الحادي عشر يستخدم الرياضى الصينى شين كو معادلة مجموع مربعات الأعداد الطبيعية عند جمع متسلسلة على صورة .

$$1 + (1+1) + (1+1+1) + \dots + [1 + (n-1)] + (n-1) + \dots + 1$$

أنظر — مقالة سيو تشون فان — « رياضى الصين القديمة واهجازاتهم » — باللغة الصينية — مجلة كاسيو —
واتشجون سنة ١٩٥٣ عدد ١١
أما فيما يختص بمختلف القواعد التي كان يستخدمها علماء الصين في القرن الثالث عشر لجمع المتسلسلات الحسابية فيرجع فيها إلى كتاب .

« تاريخ الرياضه الصينية » تأليف لى يان (باللغة الصينية)
بكين سنة ١٩٥٥ ص ١٢١ وما يليها .

$$[\frac{n(n+1)}{2}] \text{ وفي النص } \frac{n^2(n+1)}{6} = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 \quad [17.5]$$

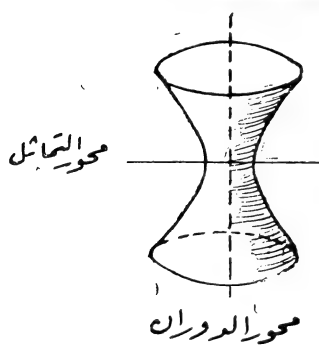
ونشير هنا إلى أنه عندما أورد نيكوماخ (القرن الثانى عشر الميلادى) خواص الأعداد ، قرر أنه عند تقسيم متوالية الأعداد الفردية إلى مجموعات متوالية من الأعداد ١ ، ٢ ، ٣ ، ... ن فإنه تظهر متساويات على النحو التالى :

$$1 = 1^2, \quad 1 + 3 = 2^2, \quad 1 + 3 + 5 = 3^2, \quad \dots$$

ومن هذا يتضح بوضوح إمكانية الحصول على مجموع المكعبات الطبيعية غير أن هذا المجموع لم يظهر إلا في القرن الثالث الميلادى وذلك في الكتب الرومانية ، ثم نرى معادلة مجموع مكعبات الأعداد لدى أريا بهاتا الهنذى وكذا مجموع مكعبات أى متوالية عددية على الصورة $(1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) + 1)$ لدى ما هافيرا الهنذى .

أنظر — ن . سنج

$$[\frac{n(n+1)}{2}] + [\frac{n(n+1)}{2} - 1] = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 \quad [17.6]$$



$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

هذا ولقد أوجد العالم المصرى ابن الهيثم مجموع متسلسلى الأس الثالث والأس الرابع للأعداد الطبيعية عندما كان يقوم بحساب حجم الجسم الدورانى الناتج عن دوران قطعة قائمة من قطع مكافئ حول محور عمودى على محور تماثلها .
وهذا المجموع هو حل تقريبي لتكامل .

١٩ صفر ٤ و ٥ .

أنظر Suter H. Die Abhandlung über die Ausmessung des Paraboloides Von Ibn al Haitha.m

Bibliotheca mathematica 1919

المجموعة الثالثة الجزء ١٢ ص ٢٨٩ — ٣٣٢

وفي القرن السابع عشر قام العلماء الأوروبيون من أمثال فرما ، كفاليرى ، پاسكال ، واليس وغيرهم ، بحساب مجموع المتسلسلات ذات الأسس الأعلى من ذلك ، عند قيامهم بحل مسائل التربييع .
والتكعيب التي تؤول إلى حل تقريبي لتكامل مثل :

١٦. صفر س^٥ و س حيث s عدد صحيح .

أنظر كتاب زيتن — تاريخ الرياضه في القرنين الخامس والسادس عشر .

$$[177] \quad \frac{s^5 + s^4 + s^3 + s^2 + s + 1}{s - 1} = s^4 + s^3 + s^2 + s + 1$$

$$\text{وفي النص ثلاث صور } \frac{s^5 - s^4}{s - 1} = s^4 + s^3 + s^2 + s + 1 \quad \text{و} \quad \frac{s^5 - s^4}{s - 1} = s^4 + s^3 + s^2 + s + 1$$

$$s^5 + \frac{s^5 - s^4}{s - 1} = s^5 + s^4 + s^3 + s^2 + s + 1$$

ويذكر م . ي . فيجود ينسكي في كتابه (موسكو ١٩٣٨) أن أول من عرف مجموع المتوالية الهندسية كانوا قدماء المصريين .

هذا وتحتوي « أصول » إقليدس على القاعدة العامة لإيجاد مجموع المتوالية الهندسية مصوغة في ٣٥ نقطة .

(الكتاب السابع إلى الكتاب العاشر) .

أما في الرياضه الهندية فقد ورد مجموع المتوالية الهندسية في أعمال ما هافيرا .

[١٧٨] إذا كانت $s > 1$ فإن مجموع هذه المتوالية يكون .

$$\frac{s^5 + s^4 + s^3 + s^2 + s + 1}{s - 1} = s^4 + s^3 + s^2 + s + 1$$

ولذا فإنه إذا كانت $s = \frac{b}{a}$ حيث $a < b$

$$\text{فإن } \frac{1 + \frac{b}{a} + \left(\frac{b}{a}\right)^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^3 + \left(\frac{b}{a}\right)^4 + \left(\frac{b}{a}\right)^5}{\frac{b}{a} - 1} = \frac{1 + \frac{b}{a} + \frac{b^2}{a^2} + \frac{b^3}{a^3} + \frac{b^4}{a^4} + \frac{b^5}{a^5}}{\frac{b - a}{a}} = \frac{a^5 + a^4 \frac{b}{a} + a^3 \frac{b^2}{a^2} + a^2 \frac{b^3}{a^3} + a \frac{b^4}{a^4} + b^5}{b - a}$$

$$[179] \quad 1 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\text{فإن } 1 \times 2^2 \times 3^2 \times \dots \times n^2 = \frac{n! \cdot n!}{2^n}$$

[١٨٠] هنا وفيما يلي يصوغ الكاثير مجموعة من خواص المتطابقات وغير المتطابقات الخاصة بنسب الأعداد وهي التي وردت في « أصول » إقليدس والتي احتوى الباب الخامس منها على نظرية تناسب الأعداد والأبواب السابع إلى العاشر لنسب الأعداد الصحاح ، غير أن الكاثير يضيف العديد من القواعد التي لم ترد لدى إقليدس أو غيره ، ومن المهم أن نشير هنا إلى حسن توفيق الكاثير عندما صاغ خواص التناسب للمقادير والأعداد الوسيطة ، في حين أن إقليدس يفرق بين قواعد الأعداد وقواعد الأعداد الوسيطة .

والكاثي هنا لا يولي اهتماماً للقضية الفائلة : هل يمكن اعتبار أى علاقة بين مقدارين — خصوصاً لو لم يكونا من نفس المقياس — كمجرد عدداً ونشير هنا إلى أن كتاب « مفتاح الحساب » لا يحوى على إثباتات انظرية أو براهين رياضية ، ذلك أنه مرجع عملي للحساب من التجار والمساحين والبنائين وغيرهم ، ولذا فإن نظرية النسبة والتناسب هنا قد وضعت لتخدم الهدف المراد منها ألا وهو تسهيل حل المسائل العملية وعلى كل فإنه من الواضح أن الكاثي هنا يعتبر العدد ويتعامل به من وجهة النظر العامة التي كانت سائدة لدى سابقيه الحيام والطوسى .

أنظر — « ملاحظات على الرسالة الثانية للخيام » — باللغة الروسية .
 إي. شكيقتش ، ب . روزنفلد ، فى العدد السادس من « أبحاث رياضية تاريخية » — موسكو — لينينجراد ، ١٩٥٣ من ١٥٧ — ١٦٨ .

$$[١٨١] \text{ إذا كان } \frac{1}{b} = \frac{1}{a} \text{ و } \frac{1}{c} = \frac{1}{a} \text{ فإن } \frac{1}{b} = \frac{1}{c} \text{ و } \frac{1}{a} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$$

$$[١٨٢] \text{ إذا كان } \frac{1}{b} = \frac{1}{a} \text{ و } \frac{1}{c} = \frac{1}{a} \text{ فإن } \frac{1}{b} = \frac{1}{c} \text{ و } \frac{1}{a} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$$

$$[١٨٣] \text{ إذا كان } \frac{1}{b} = \frac{1}{a} \text{ و } \frac{1}{c} = \frac{1}{a} \text{ فإن } \frac{1}{b} = \frac{1}{c} \text{ و } \frac{1}{a} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$$

$$\text{وكذا } \frac{1}{b} = \frac{1}{a} \text{ و } \frac{1}{c} = \frac{1}{a} \text{ و } \frac{1}{d} = \frac{1}{a} \text{ و } \frac{1}{e} = \frac{1}{a}$$

$$[١٨٤] \text{ إذا كان } \frac{1}{b} = \frac{1}{a} \text{ و } \frac{1}{c} = \frac{1}{a} \text{ و } \frac{1}{d} = \frac{1}{a} \text{ و } \frac{1}{e} = \frac{1}{a} \text{ فإن } \frac{1}{b} = \frac{1}{c} = \frac{1}{d} = \frac{1}{e} = \frac{1}{a}$$

$$[١٨٥] \text{ إذا كان } \frac{1}{b} = \frac{1}{a} \text{ و } \frac{1}{c} = \frac{1}{a} \text{ فإن } \frac{1}{b} = \frac{1}{c} = \frac{1}{a}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{a} \text{ و } \frac{1}{c} = \frac{1}{a} \text{ و } \frac{1}{d} = \frac{1}{a} \text{ و } \frac{1}{e} = \frac{1}{a}$$

$$[١٨٦] \frac{1}{b} = \frac{1}{a} \text{ و } \frac{1}{c} = \frac{1}{a} \text{ و } \frac{1}{d} = \frac{1}{a} \text{ و } \frac{1}{e} = \frac{1}{a}$$

$$[١٨٧] \frac{1}{b} = \frac{1}{a} \text{ و } \frac{1}{c} = \frac{1}{a} \text{ و } \frac{1}{d} = \frac{1}{a} \text{ و } \frac{1}{e} = \frac{1}{a}$$

$$\text{إذا كان } \frac{1}{b} = \frac{1}{a} \text{ و } \frac{1}{c} = \frac{1}{a} \text{ و } \frac{1}{d} = \frac{1}{a} \text{ و } \frac{1}{e} = \frac{1}{a} \text{ و } \frac{1}{f} = \frac{1}{a}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{a} \text{ و } \frac{1}{c} = \frac{1}{a} \text{ و } \frac{1}{d} = \frac{1}{a} \text{ و } \frac{1}{e} = \frac{1}{a} \text{ و } \frac{1}{f} = \frac{1}{a}$$

وخارج نسبة مثناه ومربع الخارج [أنظر القواعد ٣٨ ، ٤٣ ، ٤٤ المخطوطة] دون فرق .

$$[١٨٨] \text{ إذا كان ثمن كميّتين من بضاعة ما ذات وحدات قياس واحدة (واحدات وزن واحدة مثلاً) متساوياً فإن}$$

نسبة ثمن وحدة من البضاعة الأولى إلى ثمن وحدة من البضاعة الثانية تكون كنسبة عدد وحدات البضاعة الثانية إلى عدد وحدات البضاعة الأولى .

$$[١٨٩] \quad \frac{ب}{١} = \frac{سرن}{سرم} \quad \text{فإن} \quad ب سرم = سرن$$

$$[١٩٠] \quad (ب + ١) (ب - ١) = (ب - ٢) (ب + ٢) = ٢(ب + ١) + ٢(ب - ٢) + ٢(ب + ١) + ٢(ب - ٢)$$

والمعادلة الأولى هي الصيغة الجبرية للعبارة الرابعة من الكتاب الثاني من « أصول » إقليدس [المربع المنشأ على خط يساوي مجموع المربعين المنشأين على جزئي هذا الخط وضعف المستطيل المكون من هذين الجزئين] ولكن لا توجد في « أصول » إقليدس نظرية تعبر عن المعادلة الثانية هذا والكتاب الثاني من « أصول » إقليدس يحتوى على مبادئ الخوارزمي المتريية (أى القياسية) للأشكال وهو ما يعرف « بالجبر الهندسى » عند قدماء الإغريق ، ولقد ترجم العلماء العرب هذا الجزء من « الأصول » واستوعبوه وطوروه إلى الجبر الحسابي الحديث . وهذا يتضح تماماً من دراسة إضافاتهم لما ترجموه من الكتاب العاشر من « الأصول » .

أنظر ص ١٥٥ — ١٥٧ J. Tropicke vol. 2. Geschichte der Elementan Mathematik

$$[١٩١] \quad \text{إذا كان} \quad (ب + ١) - ٢ = ٢(ب - ١) + ٢ \quad \text{فإن} \quad ٢(ب - ١) + ٢ = ٢(ب + ١) + ٢$$

٢(ب - ١) + ٢ = ٢(ب + ١) + ٢ قارن هذا بالعبارة الخامسة والعبارة التاسعة من الكتاب الثاني من « أصول » إقليدس .

$$[١٩٢] \quad (ب + ١) + ١ = ٢(ب + ١) + ١ \quad \text{انظر العبارة السادسة من الكتاب الأول}$$

« الأصول » .

[١٩٣] في تطور الكميات الكسرية من قبل $\frac{٢}{١}$ والتي استخدمت بعد ذلك في أوروبا ابتداءً من القرن الخامس عشر ، أنظر كانتور .

ص ١٣٣ — ١٣٧ Cantor. M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik vol 2.

$$[١٩٤] \quad \left(\frac{١}{ب}\right) = \frac{١}{ب} \quad \text{وعموماً} \quad \left(\frac{١}{ب}\right) = \frac{١}{ب}$$

[١٩٥] إذا كانت الكمية ا كمية معلومة وكانت س هي الجزء الأكبر .

$$\frac{س}{س-١} = \frac{١}{س}$$

ومنه تكون س هي جذر المعادلة .

$$س + ٢ = ١ - س - ٢ = صفر$$

$$\therefore س = \frac{١}{٢} + \frac{٢}{٤} \sqrt{١ - \frac{٥}{٢}}$$

$$\frac{١ - \frac{٥}{٢}}{٢} \sqrt{١ - \frac{٥}{٢}} = س - ١ \quad \text{وواضح من العلاقة الأولى أن} \quad س = س - ١$$

$$\text{وحيث أن} \quad ١ = \frac{١ + \frac{٥}{٢}}{٢} \times \frac{١ - \frac{٥}{٢}}{٢}$$

$$\text{فإن} \quad س = (س - ١) \times \frac{١ + \frac{٥}{٢}}{٢} + (س - ١) \times \frac{١ - \frac{٥}{٢}}{٢}$$

$$\therefore 122 \text{ } ^{1100} \text{ } ^{1112} \text{ } ^{1134} \text{ } ^{1150} \text{ } ^{1161} = 0,381977 \cdot 1 = \frac{1 - 0,618}{2} = 1$$

وكذلك نرى عدة نظريات قد خصصت للتقسيم من الداخل ومن الخارج وذلك في الكتاب الثالث عشر مثل الجملة

السادسة عشرة . الخاصة بإنشاء مضلع منتظم ذو عشرة أضلاع وفي الجملة السادسة عشرة التخصصة لخواص مجسم ذي عشرين سطحا مثلثا منتظما (إيكوسمدر) .

نظر - « القسمة الذهبية » - باللغة الروسية - تأليف ج. ي. تيمردنچ بطرس بورج. ١٩٢٤

[١٩٨] النظرية المسماة بنظرية فيثاغورث ، كانت معروفة من قديم في مملكة بابل وفي الصين .

[٢٠٠] « أصول » إقليدس الجملة الخامسة والثلاثين من الكتاب الثالث [إذا تقاطع مستقيمان في دائرة فإن المستطيل المكون من جزءي أحدهما يساوي المستطيل المكون من جزئي الآخر] .

[٢٠١] العدد أو « التام » هو العدد الذى يساوى أجزائه الصحيحة والجزء الصحيح من العدد هو كسر منه

بسطه الواحد الصحيح ، ولقد أثبت إقليدس أن الأعداد على الصورة $(1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{n-1})$ حيث أول عامل وبالتالي n عامل بسيط هي أعداد بسيطة (أولية) .

[العبارة ٣٦ من الكتاب الثاني «أصول» إقليدس] هذا ولا يذكر إقليدس وكذا الكاشي شيئا عن شرط

كود يجب أن تكون عددا أوليا. بدون تحقق هذا الشرط يصبح $2 - 1 = 1 + 2 + 2 + \dots + 2 + 1 - 1$ يصبح عددا مركبا).

[٢٠٢] الأعداد المتحاة هي أزواج من الأعداد يكون كل منها مساويا لمجموع الأجزاء الصحيحة للعدد الآخر ،

ولقد أثبت الرياضي العربي ثابت بن قره أن العددين $١ = ٢ \times ٢ \times ٢$ و $٢ = ٢ \times ٢$ يكونان

متعينين إذا كان $و = ٣ \times ٢٠ - ١ = ٥٩$ ، $ل = ٣ \times ٢٠ - ١ = ٥٩$ ، $د = ٩ \times ٢٠ - ١ = ١٧٩$

J. Tropicke Geschichte der Elementar Mathematik Vol 1

انظر ص ۱۱۰

وفي نص السكاشي له « أول الأعداد الفردية » $= (1 \frac{1}{2} \times 2 - 1)$ ، و « ثاني الأعداد الفردية » ،

لـ × و «ثالث الأعداد الفردية» حيث $ل = و + و + ل$

[٢٠٣] لا يستخدم الكاشي ولا غيره من رياضى العصور الوسطى أى رموز جبرية ، بل يستخدمون طرق « الجبر والمقابلة » فى حل المسائل ، لذا فإن شكل المسائل يصبح أكثر تعقيدا بالنسبة للقارئ الذى لم يتعود على هذا النوع ، وبترجمة رموزه إلى الرموز الجبرية الحديثة - المستعملة حاليا - يسهل فهمها على القارئ .

[٢٠٤] هذه الطريقة فى حل المسائل بتغيير الترتيب ، نجده مستخدما فى الرياضه الهندية .

[٢٠٥] هذه المسألة غير معينة (ليس لها حل واحد بل فى الغالب جملة حلول) ، إذ أنها تؤدى إلى معادلتين فى ثلاثة مجهولات هما $ص + ع = ن$

$$٦٠ = ٣٠ + ع + ٢٠ = ص$$

وبالرغم من أن الكاشي يعطى بعض النصائح للحل بالطريقتين الأوليتين - « نفرض وزن أرخص الأشياء معلوما ... إلخ » - فإنه لا يذكر صراحة أن هذه المسألة لها عدد كبير من الحلول .

أما الشرط الذى يضعه فى بداية « الطريقة الأولى » بأخذ قيمة $س$ أقل من $\frac{٣٠}{٢٦} = \frac{٦٠ - ٣٠ \times ٣}{٤ - ٣٠}$

فتفسيره ، أنه إذا كان $\frac{٣٠}{٢٦} \geq س$ فإن $ص \geq$ صفر أى كمية سالبة .

[٢٠٦] إذا كانت أيام عمل الأخير $س$ والثانى $ص$ والثالث $ع$

$$\text{فإن } \frac{٤}{٥} = \frac{س}{ص} ، \frac{٣}{٥} = \frac{س}{ع} ، \text{ ومنها}$$

$$ص = \frac{٥}{٤} س ، ع = \frac{٥}{٣} س$$

$$\text{فتكون } (س + ص + ع) = (س + \frac{٥}{٤} س + \frac{٥}{٣} س) = ٣٠$$

$$\text{أى أن } \frac{٤٧}{١٢} س = ٣٠$$

$$\therefore س = \frac{٣٦٠}{٤٧} = \frac{٣١}{٤٧}$$

$$٦ ص = \frac{٥}{٤} س = \frac{٤٥٠}{٤٧} = \frac{٢٧}{٤٧} س$$

$$٦ ع = \frac{٥}{٣} س = \frac{٦٠٠}{٤٧} = \frac{٣٦}{٤٧} س$$

$$\text{ولمراجعة صحة الحل } \frac{١٣}{٤٧} = \frac{٦٠}{٤٧} = \frac{ع}{٣} = \frac{ص}{٥} = \frac{س}{٣} = ٣$$

[٢٠٧] نفرض أن $س + ص = ١٠$ والمطلوب حل المعادلة $س + ٢ص = ٢٠$ أو $٢س - ٢ص = ١٠$

ونرى أن الكاشي يفترض أن $س = م$ ، $ص = ٢م$ ، $ع = ن$ ، $٢ن = ٢$

حيث $م$ ، $ن$ أى عددين صحيحين ، وبالتالي فإن قيم $س$ ، $ص$ ، $ع$ هى قيم صحيحة وعليه فإن

$$٢س = ٢ + ص = (م + ن) \times ٢ \text{ هو مربع عدد صحيح .}$$

وهذه مسألة لإيجاد القيم الصحيحة الموجبة لجذور المعادلة

$$٢س = ٢ + ص + ع$$

وهذه المعادلة قد قام ديوفانتس فى نهاية القرن الثالث الميلادى بحلها ولو عبرنا عن طريقة حله بالرموز الحديثة

(بطرقنا المعاصرة) ، فإنه للحصول على عدد صحيح يساوى $٧ = ٢س + ٢ص + ع$ نضع $٢ = ا + س + هـ$

ومنه س = $\frac{2\text{هـ} - 2\text{ح}}{12\text{هـ}}$ ، وهكذا فانه باستخدام القيم الصحيحة الموجبة للسكبية هـ يمكن الحصول على عدد لانهائي من القيم الصحيحة الموجبة للمجهول س .

ولقد اكتفى ديوفانتس بالحصول على حل واحد صحيح ، رغم أن طريقته طريقة عامة ويمكن باستخدامها الحصول على عدد لانهائي من الحلول .

انظر

زيتن « تاريخ الرياضه في العصور القديمة والوسطى » ص ١٦٨ موسكو ١٩٣٨

$$[208] \text{ المعادلتان } 2\text{س} = 3\frac{1}{4} + \text{س}$$

$$6 \text{ ي } 2 = \text{س} - 3\frac{1}{4}$$

واللتان يحاول الكاشي إيجاد حل صحيح لهما ، فبحولهما إلى المعادلة $2\text{س} - \text{ي} = 3\frac{1}{4}$ التي تحل بطريقة مماثلة لما سبق .

هذا ولقد حلت معادلات مماثلة في الشرق العربي في زمن أسبق من الكاشي بكثير ، هذا ولقد قام ليوناردو البيزنطي الذي يعتبر من تلاميذ الرياضيين العرب - القرن الثالث عشر الميلادي - بحل المعادلتين $2\text{س} = 3\frac{1}{4} + \text{ي}$ + هـ

$$6 \text{ ي } 2 = \text{س} - 3\frac{1}{4}$$

أنظر - كتاب « تاريخ الرياضه في العصور القديمة والوسطى » تأليف زيتن - موسكو ١٩٣٨ ص ١٦٨ - ١٦٩ ، ص ٢١١ - ٢١٢ ،

ويحل الكاشي هاتين المعادلتين باستخدام القواعد المعروفة معوضاً عن قيمة ي = $\frac{2\text{ع} - 7}{2\text{ع}}$ ومنه $2\text{س} =$

ي + ع ، ومن السهل الحصول على الحل بوضع ع = $2\text{س} - \text{ي}$ في المعادلة $(\text{ي} + \text{س}) (\text{ي} - \text{ي}) = 7$ واختبار الفرق $2\text{س} = \text{س} - \text{ع}$ بحيث يكون $2\text{س} + \text{ع} = \text{ي}$ ، $\frac{2\text{ع} - 7}{2\text{ع}} = \text{ي}$

ثم يعوض الكاشي بقيمة ع = ٢ .

[209] المضاعف المشترك الأصغر للأعداد ١٠ ، ١٥ ، ٣٠ ليس ٣٠ ولكن ٣٠ .

[210] المسائل غير المعينة من هذا النوع كانت منتشرة في رياضه العصور الوسطى سواء في الشرق أو في أوروبا ، ونلاحظ ذلك في الواحد وعشرين مثالا التي أوردها الكاشي ، هذا ونذكر أن هذا النوع من المسائل قد حل في أوروبا باستخدام قاعدة الخطأين .

أنظر ميونخ ١٩٥٤ ص ٢١٨ ، ٢١٩ ، ٢٢١ ، ٢٢٢ K. Vogel, Die Practica des Algoismus Ratisbonensis وكذلك - تطور العلوم الرياضيه والفزيائية في روسيا - تأليف باييتين الطبعة الأولى ١٨٨٦ ص ٩٧ - ١٠٤ [211] يحتوي هذا الباب على سبعة امثلة فقط وليست ثمانية كما هو مذكور في المخطوطة ، ولقد احتلت مسائل الإلث مكاناً هاماً في مؤلفات العصور الوسطى الجبرية - إبتداء من الجبر والمقابلة للخوارزمي ولا أدل على ذلك من أن « كتاب المواريث » وحساب الدوائر (وهي من أصعب مسائل الميراث التي يموت فيها الوارث قبل الموروث) قد شغلا نحو نصف الجبر والمقابلة .

[212] إذا رمزنا المال بالرمز س وللجزء الذي يرثه كل واحد من الابناء بالرمز ص فإن أول إرث يكون س

$$\text{وثاني إرث يكون } \frac{1}{3} \left(\text{س} - \frac{\text{س}}{3} \right) \text{ ومنه نجد أن } 3\text{س} = 3\text{ص} + \text{ص} + \frac{1}{3} \left(\text{س} - \frac{\text{س}}{3} \right)$$

$$\text{أي أن } \frac{8}{3}\text{س} = \frac{1}{3}\text{ص} \text{ أو } 8\text{س} = \text{ص} \text{ وبأخذ } 8$$

نجد أن أول ميراث يكون ٨ والمال جميعه ٣٣ والميراث .

الثاني ١ .

[٢١٣] أبو علي حسن بن حارث الجبوي الخوارزمي — عالم من خوارزم عمل لدى سلطان خوارزم المدعو أطرش الذي ملك في الفترة من ١١٢٧ إلى ١١٥٦ ميلادية ، والجبوي هو مؤلف « كتاب الاستقصاء » الذي يبحث أساساً في مسائل الارث .

[٢١٤] إذا رمزنا للجزء الموصى به بالرمز s ولنصيب كل من الأولاد بالرمز v فإن التركة جميعها تكون $s + 3v$ ، وحسب شروط المسألة فإن .

$$s = v - \frac{1}{3} \left(s + \frac{3v}{3} \right)$$

$$\text{ومنه } \frac{2}{3}v = v - \frac{1}{3}s \quad \text{أي } s = \frac{1}{3}v$$

$$\text{وبأخذ } v = 7 \quad \text{تكون } s = 6$$

[٢١٥] فصلت قوانين الارث في القرآن الكريم على النحو التالي :

« يوصيكم الله في أولادكم للذكر مثل حظ الأنثيين فإن كن نساء فوق إثنين فلهن ثلثا ما ترك وإن كانت واحدة فلها النصف ولأبويه لكل واحد منهما السدس مما ترك إن كان له ولد فإن لم يكن له ولد وورثه أبوه فلأمه الثلث ، فإن كان له إخوة فلأمه السدس من بعد وصية يوصى بها أو دين آبائكم وأبنائكم لا تدرسون أيهم أقرب لكم نفعا ، فريضة من الله إن الله كان عليما حكيما (١١) وللكم نصف ما ترك أزواجكم إن لم يكن لهن ولد فإن كان لهن ولد فلكم الربع مما تركن من بعد وصية يوصين بها أو دين ، ولهن الربع مما تركن إن لم يكن لكم ولد فإن كان لكم ولد فلهن الثمن مما تركن من بعد وصية توصون بها أو دين ، وإن كان رجل يورث كلالة أو امرأة وله أخ أو أخت فكل واحد منهما السدس ، فإن كانوا أكثر من ذلك فهم شركاء في الثلث من بعد وصية يوصى بها أو دين غير مضار ، وصية من الله والله عليم حكيم (١٢) .

[سورة النساء ، الآيتين ١١ ، ١٢]

[٢١٦] إذا اعتبرنا التركة s ، ونصيب البنت v ، فإنه حيث أن نصيب البنت نصف نصيب الولد ، فإن نصيب الولد

يكون $2v$ ومثله قيمة الوصية الأولى ، والوصية الثانية $\frac{1}{3}s$ ، أما الوصية الثانية فتساوي $\frac{1}{3}(s - 2v)$

$$= \frac{2}{9}s - \frac{2}{3}v \quad \text{وعليه تكون .}$$

$$s = 2v + 3v + \frac{2}{9}s - \frac{2}{3}v = \frac{4}{9}s + \frac{2}{3}v$$

$$\text{أي } \frac{8}{9}s = \frac{2}{3}v \quad \text{ومنها } s = \frac{3}{4}v$$

$$\text{وبوضع } v = 24 \quad \text{تكون } s = 207$$

$$\text{ويكون نصيب الولد } = \text{الوصية الأولى} = 48$$

$$\text{وتكون الوصية الثانية } = 7 \quad \text{والوصية الثالثة } = 32$$

[٢١٧] عن ميراث الورثة غير المباشرين . (أنظر الآية الثانية عشرة من سورة النساء [... وإن كان رجل يورث كلالة أو امرأة وله أخ أو أخت فلكل واحد منهما السدس فإن كانوا أكثر من ذلك فهم شركاء في الثلث من بعد وصية يوصى بها أو دين غير مضار ... (الآية)] .

[٢١٨] في مسألتنا هذه ، حيث أن مجموع الوصية $48 + 7 + 32 = 87$ وهو أكثر من ثلث التركة الذي

يساوى ٦٩ ولذا وجب أولاً إعتبارى «الفريضة» أى الجزء الخاص بالورثة المباشرين والذى يساوى $٢٨٨٧ = ١٧٤$

وبضربه فى ٥ للتخلص من الكسور $٨٧٠ = ٥ \times ١٧٤$

وهنا تكون قيمه نصيب الابن $٣٤٨ = \frac{٢}{٥} \times ٨٧٠$

ويكون نصيب الثلاث بنات $٥٢٢ = \frac{٣}{٥} \times ٨٧٠$

وتكون الوصيه الأولى $٢٤٠ = ٥ \times ٤٨$

» » الثانية $٣٥ = ٥ \times ٧$

» » الثالثه $١٦٠ = ٥ \times ٣٢$

[٢١٩] لذا رمزنا لأركة بالرمز س ولنصيب البنت بالرمز ص ، فانه حيث أن نصيب الابن يعتبر مساوياً لنصيب بنتين

ونصيب كل من الأبوين يساوى $\frac{١}{٣}$ نصيب البنت فان نصيب الابن $= ٢$ ص ونصيب كل من الأبوين $= \frac{٢}{٣}$ ص ،

والوصيه الأولى $= ٢$ ص والوصيه الثانيه $= \frac{س}{٦} - ص$ ، والوصيه الثالثه $= \frac{س}{٥} - \frac{٣}{٢} ص$.

والوصيه الرابعه $= \frac{١}{٣} \left(\frac{س}{٣} - (٩ - ص) \right) = \frac{١}{٣} (٩ - ص - \frac{س}{٣}) = ٣ - ص - \frac{س}{٩}$

ومنه تكون س $= ٢ + ٣ + ٤ + ٢ + \frac{س}{٦} - ص - \frac{س}{٥} + \frac{س}{٣} - ٣ - \frac{س}{٩} - ٣$

أى $\frac{٧٧}{٩} س = \frac{٢٣}{٩}$ ص

∴ س $= \frac{٤٥ \times ٢٣}{٧٧}$ ص

وبفرض ص $= ١٥٤$ تكون س $= ٢٠٧٠$

ويكون نصيب كل من الأبوين $= ٢٣١$

ونصيب الابن $=$ الوصيه الأولى $= ٣٠٨$

وقيمه الوصيه الثانيه $= ١٩١$

» » الثالثه $= ١٨٣$

» » الرابعه $= ٢$

[٢٢٠] عندما يكون التقسيم سليماً ، فان زيد وعمر وبكر وخالد وواليد تكون أنصبتهم على التوالى $\frac{٣٠}{٨٧}$ ، $\frac{٢٠}{٨٧}$ ، $\frac{١٥}{٨٧}$ ،

$\frac{١٢}{٨٧}$ ، $\frac{١٠}{٨٧}$ من التركة وإذا فرضنا أن القاضى أخذ منهم مقداراً قيمته س فانه حيث أن القاضى يجب ان يعطى كلا منهم

جزءاً مساوياً بعد تنفيذ الشرط ، فان لدى كل منهم أصبح $\frac{٣٠}{٨٧} - \frac{س}{٥}$ ، $\frac{٢٠}{٨٧} - \frac{س}{٥}$ ، $\frac{١٥}{٨٧} - \frac{س}{٥}$ ، $\frac{١٢}{٨٧} - \frac{س}{٥}$

$\frac{١٠}{٨٧} - \frac{س}{٥}$ على التوالى .

وحسب شروط المسألة فان القاضى يأخذ من كل من الورثة $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{١}{٦}$ على التوالى وذلك من قيم نصيبهم الأول ، ولذا فان نصيبهم الأول غير المطابق لحق كل منهم يكون كما يلى :

$$\text{لزيد } \frac{2}{1} \left(\frac{س}{87} - \frac{30}{87} \right), \text{ لعمر } \frac{3}{2} \left(\frac{س}{87} - \frac{20}{87} \right), \text{ لبكر } \frac{4}{3} \left(\frac{س}{87} - \frac{10}{87} \right)$$

$$\text{لخالد } \frac{5}{4} \left(\frac{س}{87} - \frac{12}{87} \right), \text{ لوليد } \frac{6}{5} \left(\frac{س}{87} - \frac{10}{87} \right)$$

وبالتالى فان ما اخذه القاضى من كل منهم على التوالى هو :

$$\frac{س}{87} - \frac{30}{87}$$

$$\frac{س}{87} - \frac{10}{87} = \left(\frac{س}{87} - \frac{20}{87} \right) \frac{1}{2}$$

$$\frac{س}{87} - \frac{5}{87} = \left(\frac{س}{87} - \frac{10}{87} \right) \frac{1}{3}$$

$$\frac{س}{87} - \frac{3}{87} = \left(\frac{س}{87} - \frac{12}{87} \right) \frac{1}{4}$$

$$\frac{س}{87} - \frac{2}{87} = \left(\frac{س}{87} - \frac{10}{87} \right) \frac{1}{5}$$

ويك. ن مجموع ما أخذه القاضى $\frac{50}{87} - \frac{137}{300} س$ وهذه القيمة تساوى س

$$\text{ومنه } \frac{437}{77} = \frac{50}{300} س \quad \text{من التركة ، فاذا اعتبرنا التركة } = \frac{10000}{437 \times 87}$$

$$87 \times 437 \text{ تكون س } = 10000$$

ويكون نصيب الورثة كما يلى :

لزيد ١٣١١٠ حسب التوزيع السليم وكان ٢٠٢٢٠ حسب التوزيع الأول

لعمر ٨٧٤٠ » » » ٨٦١٠ » » »

لبكر ٦٥٥٥ » » » ٤٧٤٠ » » »

لخالد ٥٢٤٤ » » » ٢٨٠٥ » » »

لوليد ٤٣٧٠ » » » ١٦٤٤ » » »

[٢٢١] إذا كانت التركة = ١ فان ٣ س + ٢ س = ١

$$\text{أو س } 2 + \frac{س}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\text{ومنه س } = \sqrt{\frac{1}{6} - \frac{1}{3} + \frac{1}{36}}$$

[٢٢٢] إذا كانت الوصية الثانية س فان :

$$٤ \left(\frac{س}{3} - ٣٣٣ \right) + س = ١٠٠$$

$$\text{أو } ٣٣٣ \frac{س}{3} + س = ٤ س$$

$$\text{ومنها } \frac{س}{4} = ٨٣ \frac{1}{3} = ٢ س$$

وبالتحويل إلى الكسور العشرية واعتبار $\frac{1}{10} = 0,1$ بالتقريب

فان الكاشي يستخرج $S = \sqrt{83,3489} + 0,1200$

$$9,2045 = 0,1200 + 9,1290 =$$

[٢٢٣] يحتوي هذا الباب على سبعة أمثلة لا ثمانية . كما هو مذكور في النص .

[٢٢٤] هذه التسمية لنظرية فيثاغورث « الشكل العروس » جاءت من الكلمة الإغريقية γύμφο والتي نجدها

مستخدمة في المؤلفات البيزنطية بمعنى عذراء أو عروس أو فراشة مجنحة ، ولقد نتجت هذه التسمية عن تشبيه المثلث قائم الزاوية بمد إنشاء ثلاثة مربعات على أضلاعه بفراشة طائرة ، ومن هنا أصل التسمية .

أنظر - « تاريخ الرياضة الابتدائية » - باللغة الروسية - تأليف كيدجري أوديسا ١٩١٧ ص ١٣٨ .

والمسألة التي أوردها الكاشي هنا نقابلها في صورة أخرى ، في كتاب « الرياضة في تسعة أجزاء » الصيني

- ارجع في ذلك إلى - ميكامي Y. MiKami, The development of mathematics in China and Japan.

ليبزج ١٩١٣ ص ٢٣

[٢٢٥] هذه المسألة ولكن باعداد أخرى وردت لدى الكرجي .

أنظر - « مجموعة مسائل تاريخية من الرياضيات الابتدائية » باللغة الروسية .

تأليف ج . ن بوبوف - موسكو - ليننجراد ١٩٣٢ (المسألة رقم ١٧٩) .

[٢٢٦] المقصود هنا هو المقالات « الجمل » التالية من « أصول » إقليدس : الجملة السادسة من الكتاب

السادس [إذا تساوت زوايا في مثلين وكانت أضلاع كليهما متناسبة ، فان زوايا المثلثين تكون متساوية ، وكل زاوية

متساوية للزاوية المناظرة لها بين ضلعين متناظرين من أضلاع المثلث] الجملة - المقالة - الرابعة من الكتاب السادس

[في المثلثات المتساوية في الزوايا تكون الأضلاع المحيطة بالزاوية المتساوية في كل منها متناسبة] . المقالة

السابعة والعشرين من الكتاب الأول [إذا قطع مستقيم مستقيمين وكانت الزاويتين المتبادلتين التي يصنعهما المستقيم القاطع

مع كليهما متساويتين ، فان الخطين المستقيمين يكونان متوازيين] .

[٢٢٧] المقصود هنا هو المقالات - الجمل - التالية من « أصول » إقليدس الجملة الأولى من الكتاب السادس ،

والجملة السابعة والثلاثين من الكتاب الأول [المثلثات المتحدة في القاعدة والتي تقع رؤوسها على خط مواز للقاعدة

المشتركة تكون متكافئة في المساحة] .

[٢٢٨] الثاني من شعبان سنة ٩٦٥ هجرية - ٣ يوليو ١٥٥٤ ميلادية - هو تاريخ انتهاء نسخ مخطوطة ليدن

المحررة بخط سعد الله بن أمان الله بن علي في بلدة قزوين .

أما في مخطوطة برلين فانه بعد حمد الله نرى الجملة التالية « ثم هذا الكتاب على يدي آصر بن عبد الرحيم

في سنة ١٢٥٩ من الهجرة الشريفة » (ظهر الورقة الثامنة والسبعين) ، وسنة ١٢٥٩ هجرية تناظر سنة ١٨٦٨ ميلادية

أما في نسخة ليننجراد فانه بعد حمد الله نرى « أن أصل هذا الكتاب قد كتبه المؤلف أعجز خلق الله جمشيد بن مسعود

الطبيب أحسن الله مثواه في الثالث من جمادى الأولى سنة ثلاثين وثمان مائة من هجرة المختار الذي يتفق مع

الرابع والعشرين من شهر طير القديم سنة ست وتسعين وسبعمائة من تقويم إيزدجرد ، ثم في الخميس المبارك ستة من ربيع

الثاني سنة أربع وخمسين وألف ومائتين » . ويوافق الثالث من جمادى سنة ٨٣٠ هجرية ٢ مارس ١٤٢٧ ميلادية

وهو تاريخ انتهاء الكاشي نفسه من كتابة « مفتاح الحساب » .

أما ٢٤ طير سنة ٧٩٦ - تقويم إيزدجرد - فانه نفس التاريخ حسب تقويم إيزدجرد الشمسي وهو تاريخ إيراني

يبدأ منذ اعتلاء آخر ملوك بني ساسان لعرش إيران وهو الشاه إيزدجرد الثالث ، ويوافق ذلك التاريخ ١٦ يونيو

سنة ٦٣٢ ميلادية ، أما كلمة شهر « طير القديم » فتدل على أن المقصود هو التقويم الإيراني الشمسي في صورته

« القديمة » أي قبل أن يقوم عمر الخيام في سنة ١٠٧٩ ميلادية بتعديله ، وهذا وتدعى الأشهر بعد تعديل التقويم بالأشهر

« الجلالية » نسبة إلى السلطان جلال الدين ملكشاه الذي كان يستخدم الخيام للعمل في بلاطه أما الثاني من ربيع الثاني

١٢٠٤ هجرية - ويوافق ٢٤ ديسمبر سنة ١٧٨٩ ميلادية - فهو تاريخ الانتهاء من نسخ مخطوطة ليننجراد عن التقويم

الإيراني أنظر كتاب

« المدرسة الفلكية لأولوغبيك » - باللغة الروسية - تأليف ت . ن قاري - نيازوف - موسكو ليننجراد ١٩٥٠ ص ١١٨ .

الجدول ص ٤٩	بروج	درجات	دقائق	ثوان	ثوالت
١٢	٧	١٨	٢٢	٩	٥٣
	٣	٦	٤٤	١٦	٤٦

الجدول ص ٤٩	٧	١٨	٢٢	٩	٥٣	٣٠
٢٢	٣	٢٤	١١	٤	٥٦	

الجدول ص ٥٠	أسمى للراتب	بروج	درجات	دقائق	ثوان
٢٢	الأعداد التي نريد جمعها	٤	٢٥	٤٠	١٨
		٩	١٥	٢٢	٣
	الحاصل	٢	١١	٢	٢١

الجدول ص ٥٠	أسمى للراتب	مرفوع مرتين	مرفوع مرة	درجات	دقائق	ثوان
٤٢	الأعداد التي نريد أن نجمعها		٢٠	١٨	٤٠	٥١
			٤٢	٥٠	٤٨	٣٦
			٣٠	١٧	١٦	١٠
	الحاصل	١	٣٣	٢٦	٤٥	٣٧

الجدول ص ٥٠	علامات للراتب	مرفوع مرتين	مرفوع مرة	درجات
٥٠	العددان اللذان نريد أن نجمعهما	١٨	٤١	٣٠
		٢٠	١٣	٤٠
	الحاصل	٣٨	٥٥	١٠

ملحوظة هذا الجدول مشوه في مخطوطة ليدن وصلح من مخطوطة ليننجراد

الجدول ص ٥١

أسامي المراتب	بروج	درجات	دقائق	ثوان
المتقوس	٤	٢٢	١١	٤٨
المتقوس منه	٨	٩	٣	٥٠
الباقى	٣	١٦	٥٢	٢

ع

$$\begin{array}{r} ٥٠ ٦٠ ٢٥ ٥٩ ١٤ ٥٩ ٣٨ ٤٨ ٢٠ \\ \hline ١٠ ٣٤ ٤٥ ٣٨ ٤٨ ٢٠ \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{ص ٥١} \\ \text{سادسة [} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ٣٦ ٣٣ ٤٨ ٣٦ ١٠ ١٢ \\ \hline ٣٦ ٣٣ ٤٨ ٤٦ \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{ص ٥٢} \\ \text{ثالثة [} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ٣٦ ٣٣ ٤٨ ٣٦ ١٠ ١٢ \\ \hline ٣٦ ٣٣ ٤٨ ٤٦ \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{ص ٥٢} \\ \text{ثالثة [} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ٣٦ ٣٣ ٤٨ ٣٦ ١٠ ١٢ \\ \hline ٣٦ ٣٣ ٤٨ ٤٦ ١٢ \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{ص ٥٢} \\ \text{ثالثة [} \end{array}$$

الجدول (ص ٥٣)

الضرب فيه	الضرب به	درجات	دقائق	ثوانى	ثوانى
١٣	٥	١٢	٣	٨	٣٨
٩	٣	٣٦	٢	٦	٤٠
٥١	٢٠	٢٤	١٢	٤٢	٣٥
٢٠	٨	٠	٢	١٨	١٢
ماصل الضرب	٥	١٩	٢٢	٥٤	٤٤
					٢٧
					٥٠
					٤٠

الجدول
ص ٥٤

ثالث							
٥	١٩	٢٢	٥٤	٤٤	٢٧	٥٠	٤٠
مثنى مرفوع درج							
٨	٢٤	٢٠	٤٥	٤٥	١٣	٢٠	٤٠
٣	٣٦	٣	١٢	٤٥	١٣	٢٠	٤٠
٢	١٥	٦	٣٤	٣٢	١٨	١٢	٤٠
٣	١٥	٨	٤٠	٥	٤٢	٥١	درج
ثانية							
٤٠	٣٨	١٣	١٤	٩	مرفوع مرة	١٣	مثنى

١٢٤

ص ٥٥

٨							
٥	١٩	٢٢	٥٤	٤٤	٢٧	٥٠	٤٠
٨							
٢٠	٢٤	٢٠	٤٥	٤٥	١٣	٢٠	٤٠
٣	٣٦	٣	١٢	٤٥	١٣	٢٠	٤٠
٢	١٥	٦	٣٤	٣٢	١٨	١٢	٤٠
٣	١٥	٨	٤٠	٥	٤٢	٥١	درج
٨							
٤٠	٣٨	١٣	١٤	٩	مرفوع مرة	١٣	مثنى

١٣٤

ص ٥٥

١٨							
٥	١٩	٢٢	٥٤	٤٤	٢٧	٥٠	٤٠
١٨							
٢٠	٢٤	٢٠	٤٥	٤٥	١٣	٢٠	٤٠
٣	٣٦	٣	١٢	٤٥	١٣	٢٠	٤٠
٢	١٥	٦	٣٤	٣٢	١٨	١٢	٤٠
٣	١٥	٨	٤٠	٥	٤٢	٥١	درج
١٨							
٤٠	٣٨	١٣	١٤	٩	مرفوع مرة	١٣	مثنى

١٤٤

رَبِيعَة ٤٤
ثَانِيَة ٤٠
ثَالِثَة صفر
أَبْعَة ٤٥

٣٦	١٩	٤	١٨
		٣٤	
	٧	٩	
٣٦	٣٢	٨	
	٣٦	٣٢	٨
		١٢	
٤٠	١٩		
		٤٠	١٩
٥٠	٣٦	٤٥	

الجدول ص ٥٨

١٠٤

٤٥ صفر ٤٠ ٤٤

٣٦	١٩	٤	١٨
صفر	٤٧	٥٥	١٧
	٣٦	٣٢	٨
٤٠	١٦	٣٢	٨
	٤٠	١٩	صفر
		٤٠	١٩
٥٠	٣٦	٤٥	

الجدول ص ٥٨

١٠٤

مرفوع مرة						مرفوع					
درجات		درجات		درجات		درجات		درجات		درجات	
٤٠		٤١		٤٢		٤٠		٤١		٤٢	
٤٠	٦	٢٠	٤٩	٩	١٠	٤٠	١	٢٠	٤٩	٩	١٠
				٣٦	٩					٣٦	٩
				٣٣						٣٣	
				٣٣						٣٢	
٤٠	٦	٢٠	٤٩	١٦		٤٠	١	٢٠	٤٩	١	
				٣٣						٢٨	
				٣٢						٣٣	
				٣٢						٣٢	
٤٠	٥٣	٢٣	٤٣			٤٠	٢٩	١٤	٤٣		
٤٠	٢٢	٤٩	٤١			٤٠	٥٣	٢٢	٤٩		
٤١						٤١					
٤٢						٤٢					
٤٣						٤٣					
٤٤						٤٤					
٤٥						٤٥					
٤٦						٤٦					
٤٧						٤٧					
٤٨						٤٨					
٤٩						٤٩					
٥٠						٥٠					
٥١						٥١					
٥٢						٥٢					
٥٣						٥٣					
٥٤						٥٤					
٥٥						٥٥					
٥٦						٥٦					
٥٧						٥٧					
٥٨						٥٨					
٥٩						٥٩					
٦٠						٦٠					
٦١						٦١					
٦٢						٦٢					
٦٣						٦٣					
٦٤						٦٤					
٦٥						٦٥					
٦٦						٦٦					
٦٧						٦٧					
٦٨						٦٨					
٦٩						٦٩					
٧٠						٧٠					
٧١						٧١					
٧٢						٧٢					
٧٣						٧٣					
٧٤						٧٤					
٧٥						٧٥					
٧٦						٧٦					
٧٧						٧٧					
٧٨						٧٨					
٧٩						٧٩					
٨٠						٨٠					
٨١						٨١					
٨٢						٨٢					
٨٣						٨٣					
٨٤						٨٤					
٨٥						٨٥					
٨٦						٨٦					
٨٧						٨٧					
٨٨						٨٨					
٨٩						٨٩					
٩٠						٩٠					
٩١						٩١					
٩٢						٩٢					
٩٣						٩٣					
٩٤						٩٤					
٩٥						٩٥					
٩٦						٩٦					
٩٧						٩٧					
٩٨						٩٨					
٩٩						٩٩					
١٠٠						١٠٠					

الصورة المثالية

الصورة الأولى

سطر الثاني			درجات			رقائق			ثواب		
صف العدد على أنه مكعب	١٨	١٦	٥٢	٥٩	٤٣	٥١	٤٤				
	٢	١٢	١٠	١٦	٥٠	٢٥					
			٢	٤٢	٥٣	٢٦	٢٢	٣٠	صفر		
			صفر	صفر	صفر	صفر	١	٣٠	صفر		
صف الخال وهو ثافي العدد				٥	٢٥	٤٦	٥٢	٤٥			
				٥	٢٥	٣١	٣٧	٤٥			
			٥	٢٥	٣١	١٥					
				١٢	٥٠	٥٠					
			٥	١٢	٤٠	٢٥					
			صفر	١٢	٤٠	٢٥					
	٥										
	٣	١	٢٠	٤٠							
صف الضلع			٣٠			١٥	٣١				
			٢٠			٥٠	٣٠				
			١٠			٢٦	٣٠				
								٣١	١٥	٣٠	

١٨ ع

الجدول ص ٦٠

مثال إستخراج الضلع الأول لكعب كعب العدد الموضوع في صف العدد

[illegible]

في الحاشية : [مثال تحويل العدد ب م إلى أرقام عشرية]

$$\begin{array}{r}
 ٢ \\
 ٤٦ \\
 ٤٠ \\
 \hline
 ١٢٠ \\
 ٤٦ \\
 \hline
 ١٦٦ \\
 ٩٩٦٠ \\
 ٤٠ \\
 \hline
 ١٠٠٠٠
 \end{array}$$

ج. ٢

$$\begin{array}{r}
 ٢ \\
 ٤٦ \\
 ٤٠ \\
 \hline
 ١٦ \\
 ٤٠ \\
 \hline
 ١ \\
 ١٠ \\
 ١
 \end{array}$$

[مثال]

ج. ٢١

[مثال لتحويل العدد ١٠٠٠٠ من الأرقام الهندية إلى الستينية]

$$\begin{array}{r}
 ١٠٠٠٠ \\
 ١٠ \\
 ٤٠ \\
 ١ \\
 \hline
 ١٦ \\
 ٤٠ \\
 ٢ \\
 ٤٠
 \end{array}$$

ج. ٢٢

الشافعي
صهيبي بن الأعمش

[illegible]

شرح العمل	الجزء	الرقم	الشوايف	الشوايف
ضربنا ١ ٤٤ ٢٩ في حصل	١	٢٤	٥٧	٢٠
» ٢٤ ٥٧ ٢٠ غير الجزاء في ١	٤	٩	٣٣	٢٠
» ٩ ٣٣ ٢٠ في ١٠ حصل	١	٣٥	٣٣	٢٠
» ٣٥ ٣٣ ٢٠ في ١٠ حصل	٥	٥٥	٣٣	٢٠
» ٣٣ ٥٥ ٢٠ » » »	٩	١٥	٣٣	٢٠
» ٣٣ ١٥ ٢٠ » » »	٢	٣٥	٣٣	٢٠

الجدول ص ٦٤

شرح العمل	الصحاح	الكسور
ضربنا ٢٢ ١٨ ٤٤ ثالثة في ٦	٢	١٣ ٥٢ ٢٤
» ١٣ ٥٢ ٢٤ » ٤	صفر	٥٥ ٢٩ ٣٦
» ٥٥ ٢٩ ٣٦ » ٤	٢	٤١ ٥٨ ٢٤
» ٤١ ٥٨ ٢٤ » ٦	٤	١١ ٥٠ ٢٤
» ١١ ٥٠ ٢٤ » ٤	صفر	٤٧ ٢١ ٣٦
» ٤٧ ٢١ ٣٦ » ٤	٢	٥٩ ٢٦ ٢٤

الجدول ص ٦٨

جدول تضاعيف نسبة المحيط إلى القطر (بالرقوم الستينية)

القطر	المحيط					القطر	المحيط					القطر
	مرفوعة	أجزاء	دقائق	ثواني	ثالث		مرفوعة	أجزاء	دقائق	ثواني	ثالث	
١	٠	٣	٨	٢٩	٤٤	٣١	١	٠	٣	٨	٢٩	٤٤
٢	٠	٦	١٦	٥٩	٢٨	٣٢	١	٠	٦	١٦	٥٩	٢٨
٣	٠	٩	٢٥	٢٩	١٢	٣٣	١	٠	٩	٢٥	٢٩	١٢
٤	٠	١٢	٣٣	٥٨	٥٦	٣٤	١	٠	١٢	٣٣	٥٨	٥٦
٥	٠	١٥	٤٢	٥٨	٤٠	٣٥	١	٠	١٥	٤٢	٥٨	٤٠
٦	٠	١٨	٥٠	٥٨	٢٤	٣٦	١	٠	١٨	٥٠	٥٨	٢٤
٧	٠	٢١	٥٩	٢٨	٨	٣٧	١	٠	٢١	٥٩	٢٨	٨
٨	٠	٢٥	٧	٥٧	٥٢	٣٨	١	٠	٢٥	٧	٥٧	٥٢
٩	٠	٢٨	١٦	٢٧	٣٦	٣٩	٢	٠	٢٨	١٦	٢٧	٣٦
١٠	٠	٣١	٢٤	٥٧	٢٠	٤٠	٢	٠	٣١	٢٤	٥٧	٢٠
١١	٠	٣٤	٣٣	٢٧	٤	٤١	٢	٠	٣٤	٣٣	٢٧	٤
١٢	٠	٣٧	٤١	٥٦	٤٨	٤٢	٢	٠	٣٧	٤١	٥٦	٤٨
١٣	٠	٤٠	٥٠	٢٦	٣٢	٤٣	٢	٠	٤٠	٥٠	٢٦	٣٢
١٤	٠	٤٣	٥٨	٥٦	١٦	٤٤	٢	٠	٤٣	٥٨	٥٦	١٦
١٥	٠	٤٧	٧	٢٦	٢٦	٤٥	٢	٠	٤٧	٧	٢٦	٢٦
١٦	٠	٥٠	١٥	٥٥	٤٤	٤٦	٢	٠	٥٠	١٥	٥٥	٤٤
١٧	٠	٥٣	٢٤	٢٥	٢٨	٤٧	٢	٠	٥٣	٢٤	٢٥	٢٨
١٨	٠	٥٦	٣٢	٥٥	١٢	٤٨	٢	٠	٥٦	٣٢	٥٥	١٢
١٩	٠	٥٩	٤١	٢٤	٥٦	٤٩	٢	٠	٥٩	٤١	٢٤	٥٦
٢٠	١	٢	٤٩	٥٤	٤٠	٥٠	٢	١	٢	٤٩	٥٤	٤٠
٢١	١	٥	٥٨	٢٤	٢٤	٥١	٢	١	٥	٥٨	٢٤	٢٤
٢٢	١	٩	٦	٥٤	٨	٥٢	٢	١	٩	٦	٥٤	٨
٢٣	١	١٢	١٥	٢٣	٥٢	٥٣	٢	١	١٢	١٥	٢٣	٥٢
٢٤	١	١٥	٢٣	٥٣	٣٦	٥٤	٢	١	١٥	٢٣	٥٣	٣٦
٢٥	١	١٨	٣٢	٢٣	٢٠	٥٥	٢	١	١٨	٣٢	٢٣	٢٠
٢٦	١	٢١	٤٠	٥٣	٤	٥٦	٢	١	٢١	٤٠	٥٣	٤
٢٧	١	٢٤	٤٩	٢٢	٤٨	٥٧	٢	١	٢٤	٤٩	٢٢	٤٨
٢٨	١	٢٧	٥٧	٥٢	٣٢	٥٨	٣	١	٢٧	٥٧	٥٢	٣٢
٢٩	١	٣١	٥	٢٢	١٦	٥٩	٣	١	٣١	٥	٢٢	١٦
٣٠	١	٣٤	١٤	٥٢	٥٢	٦٠	٣	١	٣٤	١٤	٥٢	٥٢
صفر	١	٣٦	١٤	٥٢	صفر							

جدول تضاعف نسبة مساحة الدائرة إلى مربع القطر (بالرقوم الستينية)

المساحة				مربع القطر	المساحة				مربع القطر
ثالث	ثاني	رقائمه	أجزاء		ثالث	ثاني	رقائمه	أجزاء	
٢٦	٥٠	٢٠	٢٤	٣١	٢٦	٧	٤٧	صفر	١
٥٢	٥٧	٧	٢٥	٣٢	٥٢	١٤	٣٤	١	٢
١٨	٥	٥٥	٢٥	٣٣	١٨	٢٢	٢١	٢	٣
٤٤	١٢	٤٢	٢٦	٣٤	٤٤	٢٩	٨	٣	٤
١٠	٢٠	٢٩	٢٧	٣٥	١٠	٣٧	٥٥	٣	٥
٣٦	٢٧	١٦	٢٨	٣٦	٣٦	٤٤	٤٢	٤	٦
٢	٣٥	٣	٢٩	٣٧	٢	٥٢	٢٩	٥	٧
٢٨	٤٢	٥٠	٢٩	٣٨	٢٨	٥٩	١٦	٦	٨
٥٤	٤٩	٣٧	٣٠	٣٩	٥٤	٧	٤	٧	٩
٢٠	٥٧	٢٤	٣١	٤٠	٢٠	١٤	٥١	٨	١٠
٤٦	٤	١٢	٣٢	٤١	٤٦	٢١	٣٨	٨	١١
١٢	١٢	٥٩	٣٢	٤٢	١٢	٢٩	٢٥	٩	١٢
٣٨	١٩	٤٦	٣٣	٤٣	٣٨	٣٦	١٢	١٠	١٣
٤	٢٧	٣٣	٣٤	٤٤	٤	٤٤	٥٩	١٠	١٤
٣٠	٣٤	٢٠	٣٥	٤٥	٣٠	٥١	٤٦	١١	١٥
٥٦	٤١	٧	٣٦	٤٦	٥٦	٥٨	٣٣	١٢	١٦
٢٢	٤٩	٥٤	٣٦	٤٧	٢٢	٦	٢١	١٣	١٧
٤٨	٥٦	٤١	٣٧	٤٨	٤٨	١٣	٨	١٤	١٨
١٤	٤	٢٩	٣٨	٤٩	١٤	٢١	٥٥	١٤	١٩
٤٠	١١	١٦	٣٩	٥٠	٤٠	٢٨	٤٢	١٥	٢٠
٦	١٩	٣	٤٠	٥١	٦	٣٦	٢٩	١٦	٢١
٣٢	٢٦	٥٠	٤٠	٥٢	٣٢	٤٣	١٦	١٧	٢٢
٥٨	٣٣	٣٧	٤١	٥٣	٥٨	٥٠	٣	١٨	٢٣
٢٤	٤١	٢٤	٤٢	٥٤	٢٤	٥٨	٥٠	١٨	٢٤
٥٠	٤٨	١١	٤٣	٥٥	٥٠	٥	٣٨	١٩	٢٥
١٦	٥٦	٥٨	٤٣	٥٦	١٦	١٣	٢٥	٢٠	٢٦
٤٢	٣	٤٦	٤٤	٥٧	٤٢	٢٠	١٢	٢١	٢٧
٨	١١	٣٣	٤٥	٥٨	٨	٢٨	٥٩	٢١	٢٨
٣٤	١٨	٢٠	٤٦	٥٩	٣٤	٣٥	٤٦	٢٢	٢٩
صفر	٢٦	٧	٤٧	٦	صفر	٤٣	٣٣	٢٣	٣٠

جدول الجيوب بالرقوم (السنتية)

القوس (عشرى)	الجيوب (سنتية)				القوس (عشرى)	الجيوب (سنتية)				القوس (عشرى)	الجيوب (سنتية)				القوس (عشرى)	الجيوب (سنتية)			
	١٠	٢٠	٣٠	٤٠		١٠	٢٠	٣٠	٤٠		١٠	٢٠	٣٠	٤٠		١٠	٢٠	٣٠	٤٠
صفر	٠	٠	٠	٠	٣٠	٠	٠	٣٠	٠	٣٠	٠	٠	٣٠	٠	٣٠	٠	٠	٣٠	٠
١	٠	١	٢	٣	٣١	٠	٣٠	٣١	٠	٣١	٠	٣٠	٣١	٠	٣١	٠	٣٠	٣١	٠
٢	٠	٢	٤	٦	٣٢	٠	٣١	٣٢	٠	٣٢	٠	٣١	٣٢	٠	٣٢	٠	٣١	٣٢	٠
٣	٠	٣	٦	٩	٣٣	٠	٣٢	٣٣	٠	٣٣	٠	٣٢	٣٣	٠	٣٣	٠	٣٢	٣٣	٠
٤	٠	٤	٩	١٣	٣٤	٠	٣٣	٣٤	٠	٣٤	٠	٣٣	٣٤	٠	٣٤	٠	٣٣	٣٤	٠
٥	٠	٥	١٣	١٧	٣٥	٠	٣٤	٣٥	٠	٣٥	٠	٣٤	٣٥	٠	٣٥	٠	٣٤	٣٥	٠
٦	٠	٦	١٦	٢٠	٣٦	٠	٣٥	٣٦	٠	٣٦	٠	٣٥	٣٦	٠	٣٦	٠	٣٥	٣٦	٠
٧	٠	٧	١٨	٢٢	٣٧	٠	٣٦	٣٧	٠	٣٧	٠	٣٦	٣٧	٠	٣٧	٠	٣٦	٣٧	٠
٨	٠	٨	٢١	٢٥	٣٨	٠	٣٦	٣٨	٠	٣٨	٠	٣٦	٣٨	٠	٣٨	٠	٣٦	٣٨	٠
٩	٠	٩	٢٣	٢٨	٣٩	٠	٣٧	٣٩	٠	٣٩	٠	٣٧	٣٩	٠	٣٩	٠	٣٧	٣٩	٠
١٠	٠	١٠	٢٥	٣٠	٤٠	٠	٣٨	٤٠	٠	٤٠	٠	٣٨	٤٠	٠	٤٠	٠	٣٨	٤٠	٠
١١	٠	١١	٢٦	٣١	٤١	٠	٣٩	٤١	٠	٤١	٠	٣٩	٤١	٠	٤١	٠	٣٩	٤١	٠
١٢	٠	١٢	٢٨	٣٣	٤٢	٠	٤٠	٤٢	٠	٤٢	٠	٤٠	٤٢	٠	٤٢	٠	٤٠	٤٢	٠
١٣	٠	١٣	٢٩	٣٥	٤٣	٠	٤١	٤٣	٠	٤٣	٠	٤١	٤٣	٠	٤٣	٠	٤١	٤٣	٠
١٤	٠	١٤	٣٠	٣٦	٤٤	٠	٤٢	٤٤	٠	٤٤	٠	٤٢	٤٤	٠	٤٤	٠	٤٢	٤٤	٠
١٥	٠	١٥	٣١	٣٧	٤٥	٠	٤٣	٤٥	٠	٤٥	٠	٤٣	٤٥	٠	٤٥	٠	٤٣	٤٥	٠
١٦	٠	١٦	٣٢	٣٨	٤٦	٠	٤٣	٤٦	٠	٤٦	٠	٤٣	٤٦	٠	٤٦	٠	٤٣	٤٦	٠
١٧	٠	١٧	٣٣	٣٩	٤٧	٠	٤٤	٤٧	٠	٤٧	٠	٤٤	٤٧	٠	٤٧	٠	٤٤	٤٧	٠
١٨	٠	١٨	٣٤	٤٠	٤٨	٠	٤٥	٤٨	٠	٤٨	٠	٤٥	٤٨	٠	٤٨	٠	٤٥	٤٨	٠
١٩	٠	١٩	٣٥	٤١	٤٩	٠	٤٦	٤٩	٠	٤٩	٠	٤٦	٤٩	٠	٤٩	٠	٤٦	٤٩	٠
٢٠	٠	٢٠	٣٦	٤٢	٥٠	٠	٤٦	٥٠	٠	٥٠	٠	٤٦	٥٠	٠	٥٠	٠	٤٦	٥٠	٠
٢١	٠	٢١	٣٧	٤٣	٥١	٠	٤٧	٥١	٠	٥١	٠	٤٧	٥١	٠	٥١	٠	٤٧	٥١	٠
٢٢	٠	٢٢	٣٨	٤٤	٥٢	٠	٤٧	٥٢	٠	٥٢	٠	٤٧	٥٢	٠	٥٢	٠	٤٧	٥٢	٠
٢٣	٠	٢٣	٣٩	٤٥	٥٣	٠	٤٨	٥٣	٠	٥٣	٠	٤٨	٥٣	٠	٥٣	٠	٤٨	٥٣	٠
٢٤	٠	٢٤	٤٠	٤٦	٥٤	٠	٤٨	٥٤	٠	٥٤	٠	٤٨	٥٤	٠	٥٤	٠	٤٨	٥٤	٠
٢٥	٠	٢٥	٤١	٤٧	٥٥	٠	٤٩	٥٥	٠	٥٥	٠	٤٩	٥٥	٠	٥٥	٠	٤٩	٥٥	٠
٢٦	٠	٢٦	٤٢	٤٨	٥٦	٠	٤٩	٥٦	٠	٥٦	٠	٤٩	٥٦	٠	٥٦	٠	٤٩	٥٦	٠
٢٧	٠	٢٧	٤٣	٤٩	٥٧	٠	٥٠	٥٧	٠	٥٧	٠	٥٠	٥٧	٠	٥٧	٠	٥٠	٥٧	٠
٢٨	٠	٢٨	٤٤	٥٠	٥٨	٠	٥٠	٥٨	٠	٥٨	٠	٥٠	٥٨	٠	٥٨	٠	٥٠	٥٨	٠
٢٩	٠	٢٩	٤٥	٥١	٥٩	٠	٥١	٥٩	٠	٥٩	٠	٥١	٥٩	٠	٥٩	٠	٥١	٥٩	٠
٣٠	٠	٣٠	٤٦	٥٢	٦٠	٠	٥١	٦٠	٠	٦٠	٠	٥١	٦٠	٠	٦٠	٠	٥١	٦٠	٠

أوزان مياه مائسوى حجم مائة مثقال أو غيره من كل جسم فجنس طاسيحا														أوزان الأقسام المتساوية الحجم على أن وزن الذهب مثقال أو أوقية أو غيره فجنس طاسيحا														مرفوعة الحـ حساب الحمل	
المائيل أو الأوقية	درانقيا	طاسيحا	مرفوعة إلى حساب الجبل	الانجيل والدرانق	الدرانق	الطاسيحا	رقائق	مربيع مربيع	مربيع مربيع	أجزاء	أجزاء	أجزاء	أجزاء	أجزاء	أجزاء														
٥	١	٢	١٢٦	٦	٢	١٠٠	٠	٤٠	٢٨	٢٨	٢٨	٢٨	٢٨	٢٨	٢٨														
٧	٢	١	١٧٧	٥٧	٢	٧١	١	٢٨	٢٨	٢٨	٢٨	٢٨	٢٨	٢٨	٢٨														
٨	٥	٠	٢١٢	٣٢	٣	٥٩	٢	٢٣	٢٣	٢٣	٢٣	٢٣	٢٣	٢٣	٢٣														
٩	٤	١	٢٣٣	٥٣	٣	٥٤	٣	٢١	٢١	٢١	٢١	٢١	٢١	٢١	٢١														
١١	٢	٠	٢٧٢	٣٢	٤	٤٦	٣	١٨	١٨	١٨	١٨	١٨	١٨	١٨	١٨														
١١	٣	٠	٢٧٦	٣٦	٤	٤٥	٣	١٨	١٨	١٨	١٨	١٨	١٨	١٨	١٨														
١١	٤	٠	٢٨٠	٤٠	٤	٤٥	٠	١٨	١٨	١٨	١٨	١٨	١٨	١٨	١٨														
١٢	٥	٢	٣١٠	١٠	٥	٤٠	٣	١٦	١٦	١٦	١٦	١٦	١٦	١٦	١٦														
١٣	٤	٠	٣٢٨	٢٨	٥	٣٨	١	١٥	١٥	١٥	١٥	١٥	١٥	١٥	١٥														
٢٥	١	٢	٦٠٦	٦	١٠	٢٠	٦	٨	٨	٨	٨	٨	٨	٨	٨														
٢٥	٢	٢	٦١٠	١٠	١٠	٢٠	٣	٨	٨	٨	٨	٨	٨	٨	٨														
٢٦	٠	٠	٦٢٤	٢٤	١٠	٢٠	٠	٨	٨	٨	٨	٨	٨	٨	٨														
٢٧	٠	٢	٦٧٠	١١	١٠	١٨	٣	٧	٧	٧	٧	٧	٧	٧	٧														
٣٦	٢	٠	٨٧٢	١٤	١٤	١٤	٢	٥	٥	٥	٥	٥	٥	٥	٥														
٣٧	١	٠	٨٩٢	١٤	١٤	١٤	٣	٥	٥	٥	٥	٥	٥	٥	٥														
٣٨	٣	٠	٩٢٤	١٥	١٥	١٣	٣	٥	٥	٥	٥	٥	٥	٥	٥														
٣٩	٠	٠	٩٣٦	١٥	١٥	١٣	٢	٥	٥	٥	٥	٥	٥	٥	٥														
٣٩	٥	٣	٩٣٩	١٥	١٥	١٣	٢	٥	٥	٥	٥	٥	٥	٥	٥														
٤٠	٠	٠	٩٦٠	١٦	١٦	١٣	٣	٥	٥	٥	٥	٥	٥	٥	٥														
٤٠	١	٠	٩٦٤	١٦	١٦	١٣	١	٥	٥	٥	٥	٥	٥	٥	٥														
٤٠	٥	٠	١١٢٤	١٨	١٨	١١	١	٤	٤	٤	٤	٤	٤	٤	٤														
٦١	٠	٠	١٢٦٤	٢٤	٢٤	٨	٢	٣	٣	٣	٣	٣	٣	٣	٣														
٠	٠	٠	٠	٠	٠	٧	٢	٣٠	٣٠	٣٠	٣٠	٣٠	٣٠	٣٠	٣٠														
٠	٠	٠	٠	٠	٠	٥	٠	٣٥	٣٥	٣٥	٣٥	٣٥	٣٥	٣٥	٣٥														
٠	٠	٠	٠	٠	٠	٥	١	٤٢	٤٢	٤٢	٤٢	٤٢	٤٢	٤٢	٤٢														

الذهب
الزئبق
الأحمر
الفضة
الصفرة
النحاس
الشبة
الحديد
الرصاص
الياقوت الكحلي
الحناء
الياقوت الأحمر
اللعل
الزمرد
اللاهور
اللولؤ
العقيق
البسمل
البلور
الزجاج
الأبنوس
العاج
العسل
حليب البقر
فخ الخنزير

٥٠	٨	٢	١٢٨	٥٠	٠	٢	٥						٠	الخز
٠	٦	٢	١٢٦	٠	٢	١	٥						٠	الماء
٤٩	٥٩	١	١١٩	٤٩	٣	٠	٤	٤	٤٢	٢٥٢٤	٠	١	٥٠	الشمع
١	٥٦	١	١١٦	١	٠	٥	٤						-	الزيت
٤٥	٥٠	٠	٥٠	٤٥	٢	٠	٢	١٥	١٣٩	٥٩٥١	٣	٠	٢٤٨	عور الخوف

الشافعي
صهيبي بن الأسي

فصل ضعف سام القطاع ط ع هـ	١ ٢ ٣			فصل ضعف سام القطاع ط ع هـ	١ ٢ ٣			فصل ضعف سام القطاع ط ع هـ	١ ٢ ٣		
	١	٢	٣		١	٢	٣		١	٢	٣
	١	٢	٣		١	٢	٣		١	٢	٣
٥٤ ٤ ٣٥	٥٤	٤	٣٥	٥٤ ٤ ٣٥	٥٤	٤	٣٥	٥٤ ٤ ٣٥	٥٤	٤	٣٥
٥٤ ٤ ٣٥	٥٤	٤	٣٥	٥٤ ٤ ٣٥	٥٤	٤	٣٥	٥٤ ٤ ٣٥	٥٤	٤	٣٥
٥٤ ٤ ٣٥	٥٤	٤	٣٥	٥٤ ٤ ٣٥	٥٤	٤	٣٥	٥٤ ٤ ٣٥	٥٤	٤	٣٥

ز ر ناه على ضعف القطاع			١ ٢ ٣			١ ٢ ٣			١ ٢ ٣			و ل ه و الع د ر الم و ض و ع ف ي الم و د ل الخ ا م س
٤	٤	٤	١	٢	٣	١	٢	٣	١	٢	٣	
٤	٤	٤	١	٢	٣	١	٢	٣	١	٢	٣	
٤٤	٢٨	٤٤	٤٤	٢٨	٤٤	٤٤	٢٨	٤٤	٤٤	٢٨	٤٤	٤٤
٤٤	٢٨	٤٤	٤٤	٢٨	٤٤	٤٤	٢٨	٤٤	٤٤	٢٨	٤٤	٤٤
٤٤	٢٨	٤٤	٤٤	٢٨	٤٤	٤٤	٢٨	٤٤	٤٤	٢٨	٤٤	٤٤

فاذا : عرفت (كيفية) استخراج تلك النسبة في الوجوه (الواجبات) الثلاثة

الشافعية
صحيح بن الأثر

الشافعی
صحیب بن الأسلم

فهرست المواضيع

الموضوع	الصفحة
تصدير عام — سمرقند في منظور	٣ — ١٤
الغزو المغولي والتركي لسمرقند	١٥ — ١٩
جمشيد غياث الدين الكاشي — تأريخه	٢٠ — ٢٢
صفات جمشيد الكاشي من خلال رسالته لوالد	٢٣ — ٣٤
مخطوط مفتاح الحساب — التعرف به	٣٥ — ٣٧
مقدمة المخطوط في تعريف الحساب والعدد وأقسامه	٣٨ — ٤٥
المقالة الأولى : في حساب الصحاح بالأرقام الهندية	٤٦ — ٧٧
وهي تشتمل على ستة أبواب :	
الباب الأول : في صور الأعداد ومراتبها	٤٦ — ٤٧
الباب الثاني : في التضعيف والتنصيف والجمع والتفريق	٤٧ — ٥٠
الباب الثالث : في الضرب	٥٠ — ٥٦
الباب الرابع : في القسمة	٥٦ — ٦٢
الباب الخامس : في استخراج الضلع الأول من المضلعات كالجذر والكعب وغيرها	٦٢ — ٧٦
الباب السادس : في الميزان	٧٦ — ٧٧
المقالة الثانية : في حساب الكسور	٧٨ — ١٠٢
الباب الأول : في تعريف الكسور وأقسامها	٧٨ — ٧٩
الباب الثاني : في كيفية وضع أرقام الكسور	٧٩ — ٨٢
الباب الثالث : في معرفة التداخل والتشارك والتباين	٨٢
الباب الرابع : في التجنيس والرفع	٨٣
الباب الخامس : في اخذ الكسور المختلفة من مخرج واحد، وفي أفراد الكسور المركبة	٨٣ — ٨٦
الباب السادس : في أفراد الكسور المركبة	٨٦ — ٨٨
الباب السابع : في التضعيف والتنصيف والجمع والتفريق	٨٩ — ٩١

الموضوع	الصفحة
الباب الثامن : في الضرب	٩١ — ٩٤
الباب التاسع : في القسمة	٩٤ — ٩٥
الباب العاشر : في استخراج الضلع الأول من المضلعات إن كان الكسر المخرج منطقين	٩٥ — ٩٨
الباب الحادى عشر : في تحويل كسر من مخرج إلى مخرج آخر :	٩٨ — ١٠١
الباب الثانى عشر : في كيفية ضرب الدوانيق والطساسيج والشعيرات بعضها في البعض	١٠١ — ١٠٢
المقالة الثالثة : في طريقة حساب المنجمين	١٠٣ — ١٢٨
الباب الأول : في معرفة أرقامهم وكيفية وضعها	١٠٣ — ١٠٤
الباب الثانى : في التضعيف والتنصيف والجمع والتفريق	١٠٤ — ١٠٧
الباب الثالث : في الضرب	١٠٨ — ١١٣
الباب الرابع : في القسمة	١١٤ — ١١٦
الباب الخامس : في استخراج الضلع الأول من المضلعات	١١٧ — ١٢٠
الباب السادس : في تحويل الأرقام السقينية إلى الهندية	١٢١ — ١٢٨
المقالة الرابعة : في المساحة	١٢٩ — ١٨٨
الباب الأول : في مساحة المثلث وما يتعلق بها	١٣٠ — ١٣٧
الباب الثانى : في مساحة ذو الأربعة الأضلاع وما يتعلق بها	١٣٧ — ١٤٠
الباب الثالث : في مساحة ذوات الأضلاع الكثيرة وما يتعلق بها	١٤١ — ١٤٥
الباب الرابع : في مساحة الدائرة وأبعاضها	١٤٦ — ١٥٧
الباب الخامس : في مساحة سائر السطوح المستوية التى لم نذكرها	١٥٧ — ١٥٨
الباب السادس : في مساحة السطوح المستديرة كسطوح الاسطوانات والمخروطات والأكر وما يتعلق بها	١٥٨ — ١٦٤
الباب السابع : في مساحة الأجسام	١٦٤ — ١٧٢
الباب الثامن : في معرفة مساحة بعض الأجسام عن وزنه وبالعكس	١٧٢ — ١٧٦
الباب التاسع : في مساحة الأبنية والعمارات — في مساحة الطاق والأزح	
في مساحة القبة المخوفة — في مساحة سطوح المقرنسات	١٧٦ — ١٨٨

المقالة الخامسة : في استخراج المجهولات بالجبر والمقابلة والخطأين ، وغيرها من

القواعد الحسابية ١٨٩ —

الباب الأول : في الجبر والمقابلة — في التعريفات — في جمع الأجناس كالعدد

والشيء والمال والكعب — في تعريف هذه الأجناس —

في ضرب هذه الأجناس — في قسمة هذه الأجناس — في جذر

هذه الأجناس — في ذكر المسائل الجبرية — في كيفية استخراج

المجهول بالمسائل الست المشهورة — في كيفية استخراج المجهول . ١٨٩ — ٢٠٢

الباب الثاني : في استخراج المجهول بالخطأين ٢٠٢ — ٢٠٣

الباب الثالث : في إيراد بعض القواعد الحسابية التي يكون الاحتياج إليه في استخراج

المجهولات كثيراً ، وهي خمسون قاعدة ٢٠٣ — ٢٢٤

الباب الرابع : في الأمثلة : وهي أربعون مثالا — في التراكات والوصية

والارث ٢٢٤ — ٢٧٠

شرح المخطوط علمياً طبقاً للمفاهيم الحاضرة مع بيان أثره المطبوع في الحضارة

الأوروبية وعصر النهضة ٢٧١ — ٣٤٤

الشافعی
صحیب بن الأسلم

فهرس الأعلام

الصفحة

الموضوع

(١)

٥	ابن بطوطة
١٥	ابن الأثير
٣٥	ابن الهائم المصرى
٣٥	ابن الياصمين
١١	ابن النديم
٣	الإمام الترمذى
١١	ابن خلدون
٣	الإمام البخارى
٢٨٣	ابن سينا
٣٢٥ — ٢٥٨ — ٢٥٥	أبو على الحسن بن الحارث الجوبى الخوارزمى
٥	أبو دلف
١٣	أبو سعيد السجزي
٢٩٤ — ٢٨٤ — ٢٧٨	أبو الوفا البوزجاني
١٣	أبو البركات هبة الله ملكا
٥	أحمد بن فضلان
٥	أحمد زكى وليدى
١٣	اجريكولا
١٢	الادريسي
٣١٧ — ٣٠٣ — ٢٩٣ — ٢٩٠ — ١٤٧	ارشميدس
١٣	ارنبغا الزردكاش
٣١٧ — ٢٧٥	أريابهاتا
٢٨٢ — ٢٧٨ — ١٧	اسحاق نيوتن
٣٢٨	آصر بن عبد الرحيم
١٦	أرسطو
٣٢٨ — ٢٧٣ — ٢٧٢ — ٣٩ — ١٨ — ١٧ — ١٦	اولوغ بيك

الموضوع	الصفحة
أولمان شترومر	١٢
أفراسياب	٣
أويلر	٢٩٤
أوزبك خان	٦
أنوسان الرابع	٥
أوقليدس	٣٠ — ٢١٧ — ٢٧٣ — ٢٨٥ — ٢٩٣ — ٣٠٦ — ٣٢١ — ٣٢٢
ايزدجرد	٣٢٨

(ب)

باسكال	٣١٨ — ٢٨٢ — ٢٨١
بدر الدين	٣٠ — ٢٩ — ٢٠
براها جوبتا	١١
باراسلسس	١٣
بريتانيسكي . ل . س	٣٠٧
بول لوكي	٣٠ — ٢٧١ — ٢٧٦ — ٢٧٨ — ٢٨٢
بولستين	٢٧٣
بونفيس	٢٨٧ — ٢٨٦
بوفوف	٣٢٨
بونكبانيه	٢٧٣
بطليموس	١٧ — ٢٦ — ٢٨ — ٢٧٢ — ٢٨٩
بطرس الأكبر	١٩
بلانوكاريني	٥
بوذا	٦
البيروني	٢٩٥ — ٦

(ت)

تسانج تسونج	٥
تاتلر	٢٨٢
تسين زو شاو	٢٧٩
تقي الدين الحنبلي	٢٨٣
توماس هيد	١٧

الموضوع	الصفحة
تیمورلنک	۵ — ۱۵ — ۲۶ — ۲۷۲
تیخوبراها	۱۳
تیودور الانطاکی	۷
تیون	۲۲۵ — ۲۸۹
تیمردنج بطرس بوج	۳۲۲

(ث)

الثعالبی	۱۱
----------	----

(ج)

جاندز	۲۸۷
جوش زی	۲۸۲
جیرار دی کریمونا	۲۷۳
جون جریفز	۱۷
جنکیزخان	۵ — ۱۵ — ۲۷۱
جیر برت	۷
الجوفی	۱۵
الجوزیس مومس	۷
جک — صک	۳

(ح)

الحجاج بن یوسف الثقفی	۳
حسن الرماح	۱۳
الحسن بن الهیثم	۱۳ — ۳۰۶ — ۳۱۸
الحاجیر أبو القاسم	۳۶
الحاجیر محمد صادق الحسینی الخوانساری	۳۶

(خ)

الحازنی — أبو الفتح عبد الرحمن المنصور	۱۷۳ — ۳۰۶
الخوارزمی — محمد بن موسی	۷ — ۲۷۲ — ۲۷۳ — ۲۷۴ — ۲۷۵ — ۲۸۳ — ۲۸۵ — ۲۸۹ — ۲۹۳
خایسکوف	۳۰۶

(د)

ديوفانتس ٢٧٤ — ٢٧٥ — ٣٢٣ — ٣٢٤

(ر)

رشيد الدين ١٢ — ١٦
 روبروق القسيس الفرنسيكاني ٥
 روزينفيلد ٣٦ — ٢٧٣
 روبرت أوف شوستر ٢٧٣
 روفيني — هورنر ٢٧٦

(ز)

زياد بن صالح ١١
 الزخشرى ٥

(س)

سراج السجاوندى ٢٥
 سعد الله بن امان الله بن على ٣٢٨
 سكارا ٢٧٤
 سنج ٣١٨
 سيلفستر الثانى ٧
 سيديو ١٨
 سميث ٢٨٧ — ٢١
 ستيفن ٢٨٧
 سيوتشون خان ٣١٨

(ش)

شان نيو شاو ١١
 شاهرخ بن تيمور ٢٧٢ — ١٨ — ١٦
 شمس الدين السمرقندى ٢٥
 شرف الدين المسعودى ٣١٠ — ١٩٨
 الشهرستانى ٥
 شوكة ٢٨٣ — ٢٧٦

الموضوع	الصفحة
شو شي تری	۲۷۹
شتيفل	۲۸۲ — ۲۷۹

(ص)

صالح زکی	۱۷
----------	--------------

(ط)

طوران	۳
-------	-------------

(ع)

عبد الملك بن مروان	۳
عصمت البخاری	۱۷
عبد اللطيف أولوغ بيك	۱۸
عماد الدين الخوام البغدادي	۳۰۶ — ۱۷۳
عماد الدين الكاشي	۱۹۸
عمر الحيام	۲۷۸ — ۲۸۲ — ۳۰۶ — ۳۰۹ — ۳۱۱

(غ)

غياث الدين النقاش	۸
غاليديو	۱۳

(ف)

فان . جون -- نيدهم	۲۷۵ — ۲۷۹ — ۲۸۶
فرما	۳۱۸
فخر الدين الرازي	۱۳
فوبكه	۲۷۱
الفضل بن يحيى البرمكي	۱۱
فردريك روزن	۲۷۳ — ۳۱۰
فردريش الثاني	۷
فوجل	۲۷۵ — ۳۲۴
فرانسيس بايلي	۱۸
فيساليوس	۱۳
فيثاغورس	۳ — ۳۲۸

فيجو دينسكي ٢٧٥ — ٢٩٦ — ٣١٩

(ق)

قتيبة بن مسلم الباهلي ٣
قوبلاي خان ١٢ — ٥
قلاويخو الإسباني ٥
القلصادي ٦
القزويني ١١
قاضي زاده رومي — (صلاح الدين موسى) ١٦ — ١٧ — ٢٠ — ٢٧ — ٢٨ — ٣١ — ٣٢
قطب الدين الشيرازي ٢٤

(ك)

كمال الدين بن يونس ٧ — ١٣
كمال الدين الحسن الفارسي ١٧٣ — ٣٠٦ — ٣١١
كينيدي ٢٣ — ٢٧١
كوزيت ١١
كاتتور ٢٨٢
كوبرنيق ١٣
كاجان — ترميكاتيليان ٢٩٠
كاربنسكي ٢٧٣
الكرجي ٢٨١ — ٣٢٨
كافاليري ٣١٨
كيدجري ٣٢٨

(ل)

لويس التاسع ٥
ليوناردو البرنطي ٦ — ٧ — ٢٨٣ — ٢٨٥ — ٣٢٤
ليوناردو دافنتي ١٣
ليبري ٢٧٣ — ٣١٠
ليوخوي الصيني ٢٧٦ — ٢٨٦
لي يان ٣١٨

(م)

محمد بن أبي الفتح الصوفي المصري	١٨
ماهافيرا	٣١٩ — ٣١٧
محيط طباطبائي	٢٦ — ٢٣
ماجنيتسكي	٢٨٢
ميرم جلبى	٢٧٢ — ٢٢ — ١٨ — ١٧
ملا علاء الدين على القوشجى	١٨ — ١٧ — ١٦
معين الدين القاشانى	١٦
ميرسيد شريف بيك	٢٧
ميكامى	٢٨٢

(ن)

نصير الدين الطوسى	٣١١ — ٢٧٢ — ٢٧١ — ٢٤ — ٢٠
نظام الدين النيسابورى	٢٧
نيكوماخ	٣١٨
نيازوف	٣٢٨
النسوى	٢٧٨ — ٢٨٧ — ٢٨٦ — ٢٧٥

(هـ)

هارون الرشيد	١١
هيوان — تسانج	٥
هانكل — ج	٢٨٧ — ٢٨٢
هولاكو خان	٢٧٢
هورنر	٢٨٢ — ٢٧٩ — ٢٧٨ — ٢٧٧
هيرون	٢٧٦
هولونايت	٢٩٠ — ٢٨٠

(ى)

يوسكيفتش	٢٧٩ — ٢٧٦ — ٢٧١ — ٣٦
يوحنا كبلر	١٣
يوحنا الإشبيلي	١٩٠ — ٢٨٩ — ٢٨٦ — ٢٨٣ — ٢٧٦ — ٢٧٣
يوسوبوف	٢٨٧

الشافعی
صحیب بن الأسلم

دار الكاتب العربى للطباعة والنشر
بالمطاهرة
فرع التوفيقية

صهيبي بن الأشرع

دار الكتب العرب للطباعة والنشر
بالمطبعة
فرع التوفيقية
صهيب بن الاعرج